

EJERCICIOS DE DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS. 4º E.S.O.

1.- ¿Podrías establecer una definición de fuerza?

Respuesta:

- a) Capacidad física para *realizar un trabajo* o *un movimiento*
- b) La fuerza es la capacidad para realizar un trabajo físico o un movimiento
- c) La fuerza describe la fortaleza, la robustez, el poder y la habilidad para *sacar o desplazar* de lugar a algo o a alguien que posea peso o que ejerza resistencia (por ejemplo, se necesita fuerza para sostener una roca)
- d) La fuerza es la magnitud por la cual un cuerpo *puede deformarse*, modificar su *velocidad* o bien *ponerse en movimiento* superando un estado de inercia e inmovilidad
- e) Una magnitud física que se manifiesta de manera lineal y representa la *intensidad de intercambio entre dos partículas* o cuerpos (sistema de partículas). A partir de la fuerza, se puede *modificar el movimiento* o la *forma de los cuerpos*
- f) Si empujamos una bola con el dedo le estaremos aplicando una fuerza. Tras aplicarla caben varias posibilidades, una de ellas es que *empiece a moverse* o que por ejemplo, *se deforme*.

De todas estas definiciones podemos establecer las características de las fuerzas:

- a) *Producir trabajo*
- b) *Iniciar el movimiento o modificar el movimiento*
- c) *Producir deformaciones de los cuerpos*
- d) *Interacción entre cuerpos*

2.- Determina el tipo de fuerzas que actúan en cada uno de los casos siguientes:

- a) Un balón que está rodando hasta que se para
- b) La caída de un objeto
- c) El disparo de un proyectil
- d) La deformación

Respuesta:

- a) El balón se mueve por la acción de una fuerza ejercida contra él pero se para por la acción de la Fuerza de Rozamiento ejercida por el suelo
- b) La fuerza de la gravedad.- Es la fuerza con que todos los cuerpos son atraídos hacia el centro de la Tierra
- c) Por la fuerza expansiva de los gases producidos por la combustión de la pólvora del proyectil
- d) Una fuerza puede deformar cuerpos. Entre los ejemplos clásicos tenemos el alargamiento de un muelle.

3.- ¿Cómo podemos medir las Fuerzas?

Respuesta:

Cuando se habla de **medición de las fuerzas**, se hace alusión al proceso por el cual se establece un **cálculo** con el que se **evalúan** los efectos que producen, por ejemplo, a partir de las deformaciones o cambios de movimiento que producen sobre los cuerpos.

El **dinamómetro** es un instrumento utilizado para medir **fuerzas** o para calcular el **peso** de los objetos. El dinamómetro tradicional, inventado por Isaac Newton, basa su funcionamiento en el **estiramiento** de un resorte (muelle) que sigue la ley de elasticidad de Hooke.

Hoy día existen dinamómetros muy sofisticados y precisos.

4.- Sabrías diferenciar entre magnitudes escalares y magnitudes vectoriales

Respuesta:

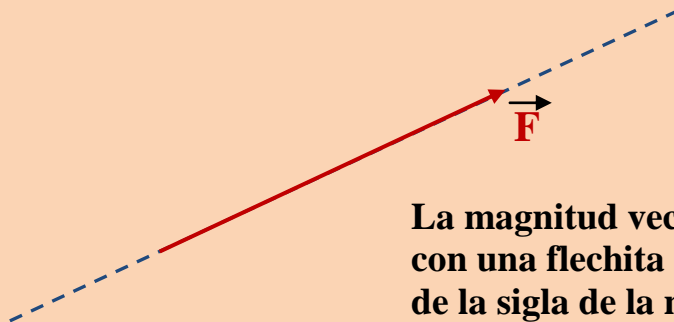
Una **Magnitud Escalar** es la queda definida por su **módulo** (cantidad) y su **unidad**. Ejemplo: $m = 5 \text{ kg}$

Una **Magnitud Vectorial** es aquella que viene definida por:

- a) Su **módulo**
- b) Su **dirección**
- c) Su **sentido**
- d) Un **punto de aplicación en el caso de las Fuerzas**

Cuando decimos que estamos ejerciendo una fuerza de 20 N sobre un cuerpo, esta fuerza lo desplazará en una dirección y en un sentido.

Un vector, gráficamente, se determina mediante una flecha:



La magnitud vectorial se representa con una flechita en la parte superior de la sigla de la magnitud

La **dirección** viene determinada por la **línea de puntos discontinua** que pasa por el vector

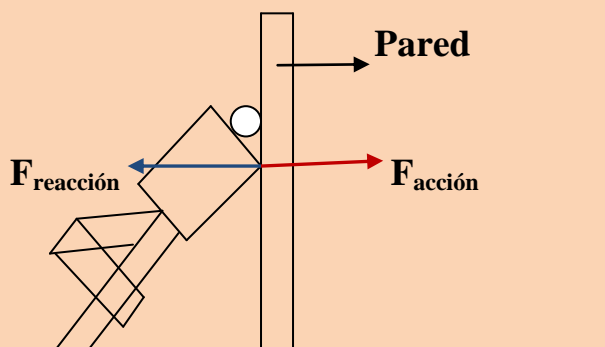
El **sentido** lo determina la punta de flecha.

El **módulo** o **medida** viene representado por la longitud del vector

5.- Cuando estamos en el recreo y nos apoyamos en la pared no pasa nada ¿pero debería pasar?

Respuesta:

Las fuerzas se ejercen **por pares**, dicho físicamente, a una **acción** se le **opone** una reacción de la **misma dirección** pero de **sentido contrario**:



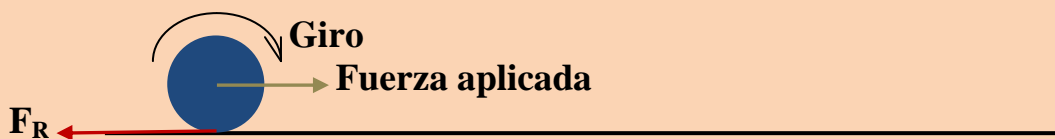
Nuestro compañero apoyado en la pared ejerce una **fuerza** llamada de **acción**. Como consecuencia de ella la pared se tendría que derribar, pero no ocurre. La razón la tenemos en la **fuerza reacción** que ejerce la pared sobre nuestro compañero. Para que el sistema quede estable se debe cumplir que:

$$\text{Fuerza}_{\text{acción}} = \text{Fuerza}_{\text{reacción}}$$

Las dos fuerzas tienen la **misma dirección** y **sentidos opuestos** por lo que se **anulan** y el sistema consigue el **equilibrio**.

6.- Lanzamos un bolo sobre el suelo con una fuerza determinada ¿por qué termina parándose?.

Respuesta:



La **fuerza de rozamiento** va disminuyendo la **fuerza aplicada** y el balón deja de girar, **se para**. Al pararse el balón deja de actuar la **fuerza de rozamiento**. Para que la Fuerza de Rozamiento actúe debe existir **movimiento** del cuerpo sobre una superficie.

7.- Si en una superficie plana no existe rozamiento ¿deberemos aplicar al cuerpo una fuerza constante para que nunca llegue a pararse?

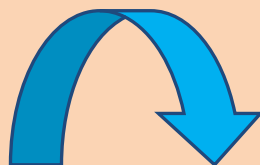
Respuesta:

Si en la superficie **NO EXISTE ROZAMIENTO** nunca podríamos ejercer una **fuerza constante** sobre el cuerpo puesto que al no existir rozamiento nosotros mismos **no nos podemos desplazar por dicha superficie [1]**. Con dar un simple golpecito al cuerpo este se deslizaría sin problema alguno y a velocidad constante durante toda la superficie sin rozamiento. Si el cuerpo fuera esférico tampoco rodaría, se desplazaría como un cuerpo plano.

[1] Parece una paradoja. La fuerza de rozamiento se opone al desplazamiento (va disminuyendo la fuerza aplicada) del cuerpo pero por otra parte si entre las suelas de nuestros zapatos y el suelo **NO EXISTE ROZAMIENTO** no podríamos andar. La fuerza de rozamiento nos proporciona un impulso en el sentido del desplazamiento.

8.- Realiza un esquema de fuerzas que debe aplicar un barquero para que saliendo de la ribera de un río llegue al punto opuesto en la otra ribera. El agua del río discurre ejerciendo una fuerza sobre los cuerpos que flotan en ellos

Respuesta:



B



Agua \rightarrow V_a

A



Un barquero inexperto empezaría a remar en dirección rectilínea hacia el punto B:

B



Agua \rightarrow V_a

A



Si aplicamos las fuerzas que actúan tenemos:

B



Agua \rightarrow V_a

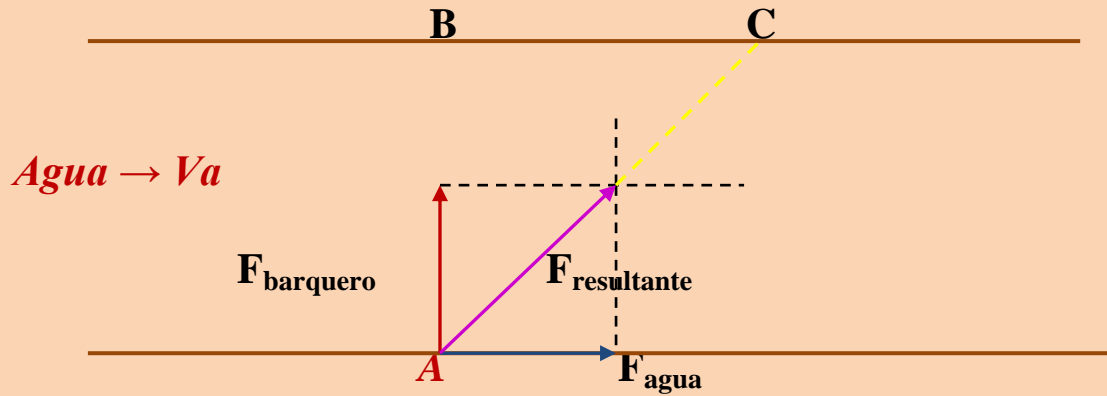
F_{barquero}



A

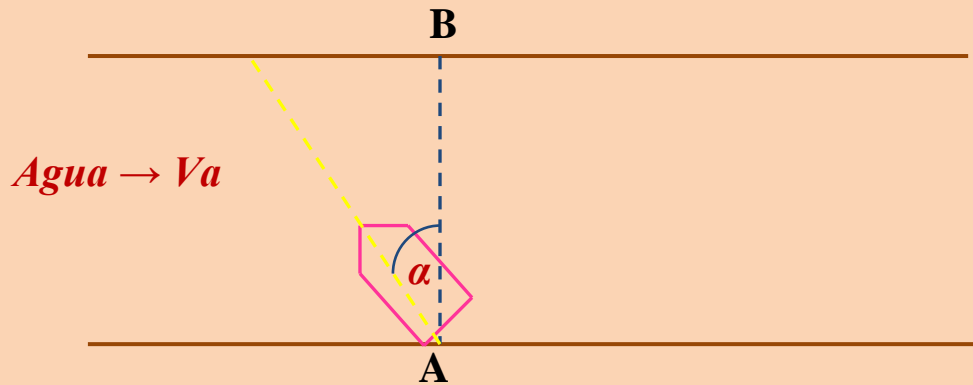
F_{agua}

Por la regla del paralelogramo obtendremos la resultante de estas dos fuerzas:

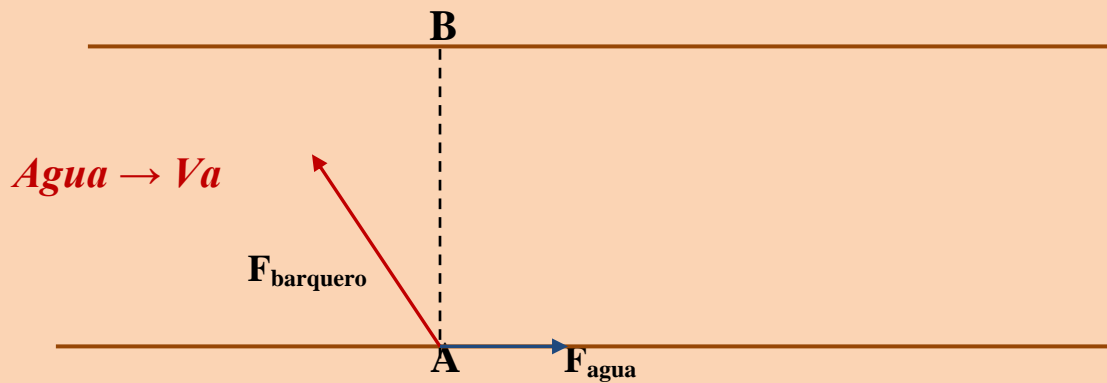


La barca terminaría en el punto C.

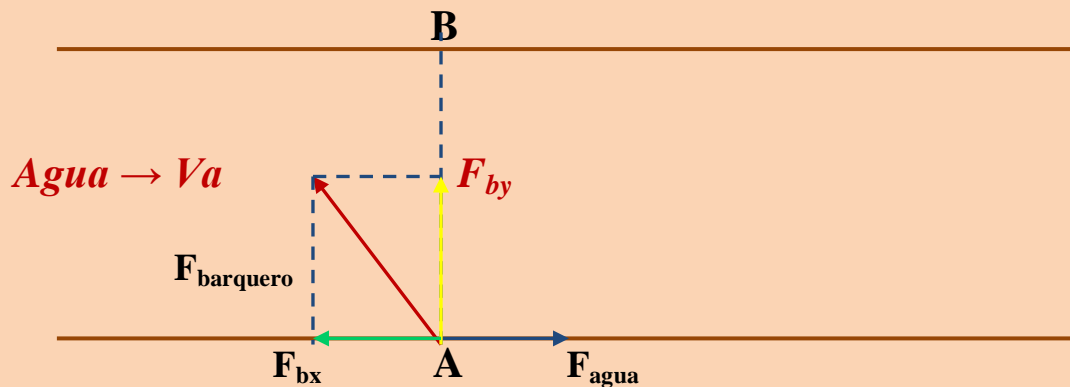
Un barquero con experiencia le daría a la proa de la barca una dirección hacia la izquierda en relación a la línea recta que une los dos puntos:



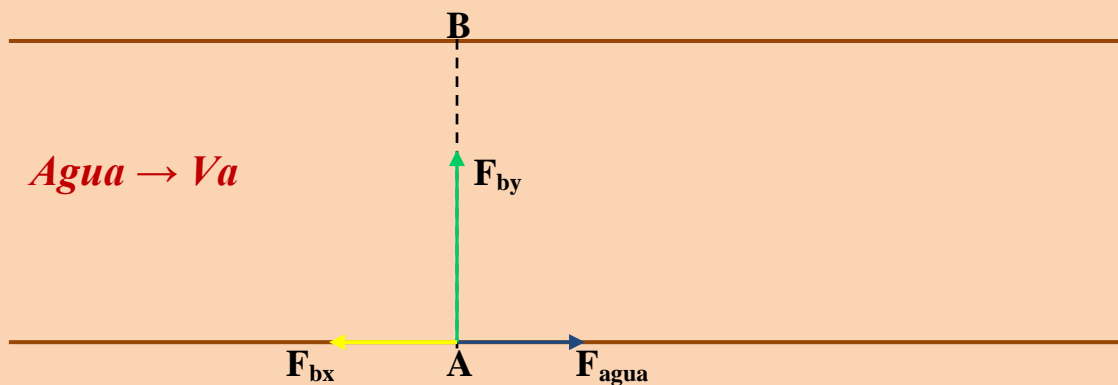
El diagrama de fuerzas sería ahora:



Sabemos que toda fuerza se puede descomponer en dos que formen un ángulo recto:



La fuerza del barquero desaparece y queda el siguiente diagrama de fuerzas:

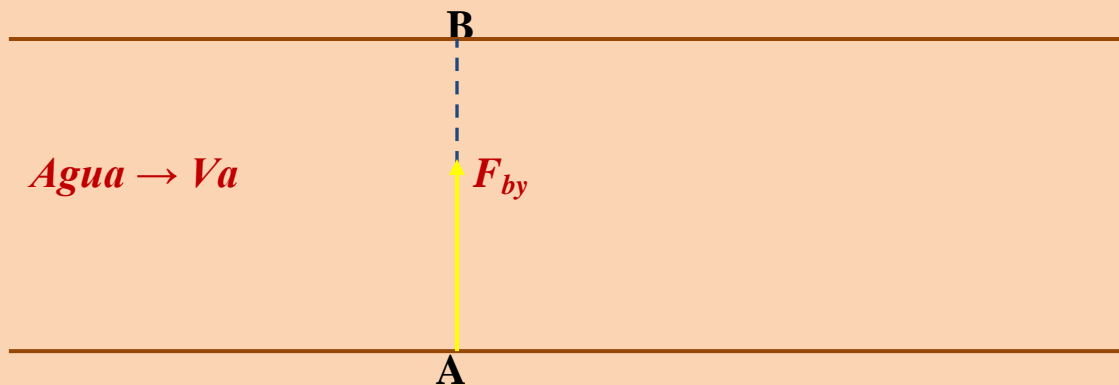


F_{bx} y F_{agua} se anulan por ser fuerzas de *igual dirección*, de *igual módulo* y de *sentido contrario*:

$$F_{bx} = F_{\text{agua}} \longrightarrow F_{bx} - F_{\text{agua}} = 0$$

No la del terrateniente
que os sepultó en la pobreza,
que os pisoteó la frente,
que os redujo la cabeza.

y solo queda la F_{by} que marcará la dirección hacia el punto B:



Problema resuelto.

9.- Unidades de la magnitud Fuerza

Respuesta:

Para determinar las unidades de una magnitud debemos conocer su “*Ecuación de Dimensiones*”. Para ello tenemos que saber diferenciar entre:

- a) *Magnitudes Fundamentales*
- b) *Magnitudes Derivadas*

Una *Magnitud es Fundamental* cuando para quedar definida depende de sí misma, no necesita de ninguna otra magnitud. Pongamos un ejemplo:

Una carretera recta que va a ser recorrida entre dos puntos de la misma por un coche.



Si medimos la *longitud* entre los puntos A y B, esta longitud no depende del tipo de asfalto de la carretera, ni del tiempo que haga ni del humor del medidor. La *longitud* depende de sí misma y por lo tanto es *Magnitud Fundamental*.

Si medimos el *tiempo* que tarda en recorrerla el coche vemos que no depende del tipo de reloj, cronómetro, que sea de día o de noche. El *tiempo* siempre es el mismo lo mida el aparato que lo mida. El *tiempo* es una *Magnitud Fundamental*.

La *masa* del coche depende únicamente de la *cantidad de materia* que tenga el coche. Es independiente de la marca, color...etc. La *masa* es una *Magnitud Fundamental*.

[M] = Magnitud Fundamental = M

[T] = Magnitud Fundamental = T

[L] = Magnitud Fundamental = L

Una magnitud es *Derivada* cuando para ser definida necesita de otras magnitudes. Como sabemos:

$$V = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

La velocidad es *Magnitud Derivada* porque depende del *espacio* y del *tiempo* que son fundamentales.

La *Ecuación de Dimensiones* de una magnitud la obtenemos cuando ponemos ésta en función de las *Magnitudes Fundamentales*.

Volviendo a las Fuerzas

Partiremos de la ecuación fundamental de la Dinámica:

$$\text{Fuerza} = \text{masa} \cdot \text{aceleración}$$

$$F = m \cdot a$$

La *Ecuación de Dimensiones* de la *Fuerza* es:

$$[F] = [M] \cdot [a] \quad (1)$$

[M] = M (por ser fundamental)

$$[a] = \frac{[V]}{[T]} ; [T] = T \text{ (fundamental)} \rightarrow [a] = \frac{[V]}{T}$$

$$[V] = \frac{[L]}{T} ; [L] = L \text{ (fundamental)} \rightarrow [V] = \frac{L}{T}$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$[F] = M \cdot [a] = M \cdot \frac{[V]}{T} = M \cdot \frac{\frac{L}{T}}{T} = M \cdot L \cdot \frac{1}{T^2} = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

Conclusión: Las unidades de la *Fuerza* dependen del *producto de la "masa" por "longitud y por "t" elevado a la (-2)*.

En el sistema Internacional:

$$F = m \cdot e \cdot t^{-2} = \text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El producto:

$$\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

se le conoce como Newton (N): es la *unidad de fuerza* en el S. I.

DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

El **N** es la fuerza que aplicada a un *kilogramo – masa* le proporciona la aceleración de 1 m/s^2 .

Si trabajamos en el *Sistema Cegesimal* (CGS) al producto:

$$g \cdot \text{cm/s}^2$$

se le conoce como *Dina*. Una *Dina* es la fuerza que aplicada a un *gramo – masa* le proporciona una aceleración de 1 cm/s^2 .

Luego las unidades de *Fuerza* son:

Sistam Internacional \rightarrow **N** ($\text{Kg} \cdot \text{m/s}^2$)

Sistema Cegesimal (CGS) \rightarrow **Dina** ($\text{g} \cdot \text{cm/s}^2$)

Las equivalencias entre ellas, por el *Factor de Conversión*:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ Kg} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}^2} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = \frac{1000 \text{ g} \cdot \cancel{\text{m}}}{\text{s}^2} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{m}}} = 100000 \text{ g} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$= 10^5 \text{ Dinas}$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ Dinas}$$

Existe una unidad de Fuerza denominada *Kilopondio* o *Kilogramo – fuerza* que es la fuerza ejercida sobre una masa de 1 kg *masa* por la *gravedad* en la superficie terrestre, esto es $9,8 \text{ m/s}^2$.

Dicho de otra forma:

$$\text{Kilopondio} = 1 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

N

Luego:

$$1 \text{ Kp} = 9,8 \text{ N} ; 1 \text{ Kp} = 9,8 \text{ N} \cdot \frac{10^5 \text{ Dinias}}{1 \text{ N}} = 9,8 \cdot 10^5 \text{ Dinias}$$

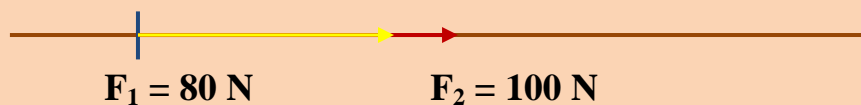
10.- Determinar numéricamente y gráficamente la resultante de dos fuerzas concurrentes de 80 N y 100 N, en los siguientes casos:

- De la misma dirección y sentido
- De la misma dirección y sentido contrario
- Cuando forman un ángulo de 90°
- Cuando forman un ángulo de 120°

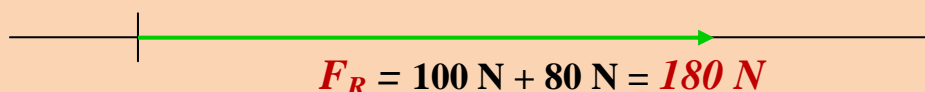
Resolución:

- a) Misma dirección y mismo sentido

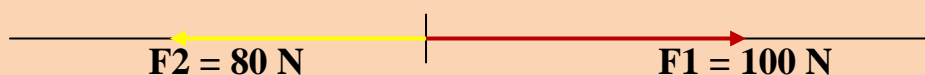
$$F_1 = 80 \text{ N} ; F_2 = 100 \text{ N}$$



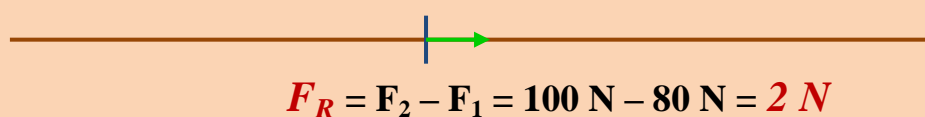
La fuerza resultante será otra fuerza de la misma dirección, del mismo sentido y de módulo la suma de sus módulos



- b) De la misma dirección y de sentido contrario

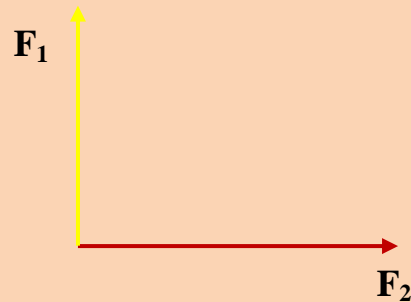


La fuerza resultante será de la misma dirección y de sentido el de la mayor:

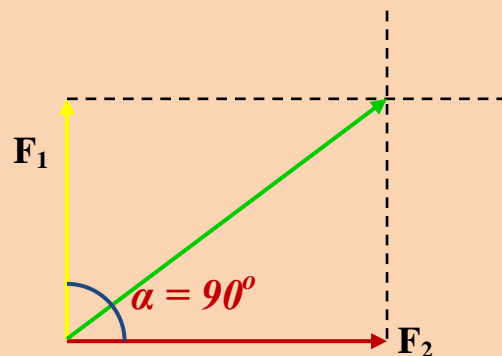


- c) Cuando las fuerzas concurrentes forman un ángulo la fuerza resultante la obtendremos mediante la ecuación del Teorema del Coseno (los veréis en Matemáticas):

Gráficamente:



Obtendremos la resultante aplicando la regla del Paralelogramo: del extremo de la fuerza mayor lanzamos una directriz paralela a la fuerza menor y de la menor una paralela a la fuerza mayor:



Unimos los puntos de corte y obtenemos la F_R .

El Teorema del Coseno:

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha)^{1/2}$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 90^\circ)^{1/2}$$

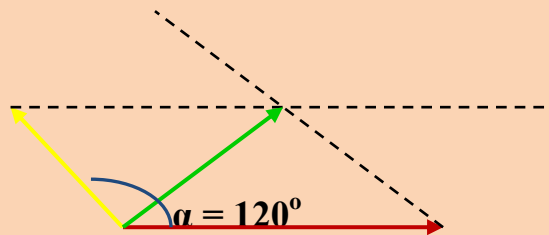
$$F_R = (F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot 0)^{1/2}$$

$$F_R = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2}$$

$$F_R = [(80 \text{ N})^2 + (100 \text{ N})^2]^{1/2} =$$

$$= [6400 \text{ N}^2 + 10000 \text{ N}^2]^{1/2} = 128,1 \text{ N}$$

d) $\alpha = 120^\circ \rightarrow \cos 120^\circ = -0,5$



$$F_R = [(F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 120^\circ)]^{1/2}$$

$\cos 120^\circ = -0,5$

$$= [(80 \text{ N})^2 + (100 \text{ N})^2 + 2 \cdot 80 \text{ N} \cdot 100 \text{ N} (-0,5)]^{1/2} =$$

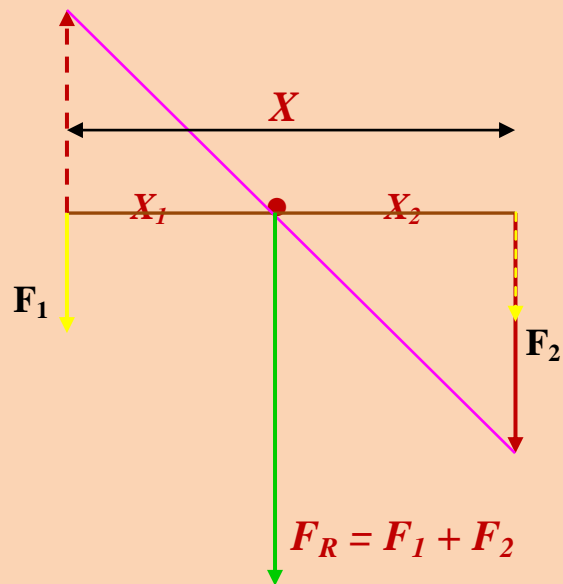
$$= (6400 \text{ N}^2 + 10000 \text{ N}^2 - 2 \cdot 80 \text{ N} \cdot 100 \text{ N} \cdot 0,5)^{1/2} =$$

$$= (16400 \text{ N}^2 - 8000 \text{ N}^2)^{1/2} = 91,7 \text{ N}$$

11.- Obtener gráficamente la resultante de dos fuerzas paralelas de la misma dirección y sentido.

Respuesta:

Llevamos sobre la fuerza mayor la menor y sobre la menor la mayor en sentido contrario. Unimos los extremos y obtendremos el punto de aplicación de la **$F_{\text{resultate}}$** :



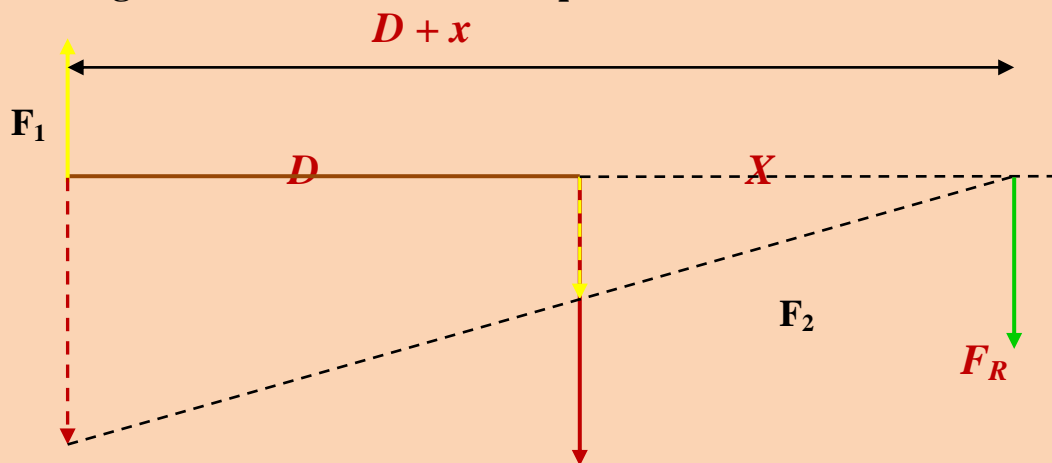
Para que el sistema quede compensado se cumple:

$$F_1 \cdot x_1 = F_2 \cdot x_2$$

12.- Obtener gráficamente la resultante de dos fuerzas paralelas de la misma dirección y sentido contrario.

Respuesta:

Hacemos geoméricamente lo mismo que en el caso anterior:



La resultante será una fuerza de la misma dirección a las dos anteriores pero de sentido el de la mayor. Matemáticamente haremos:

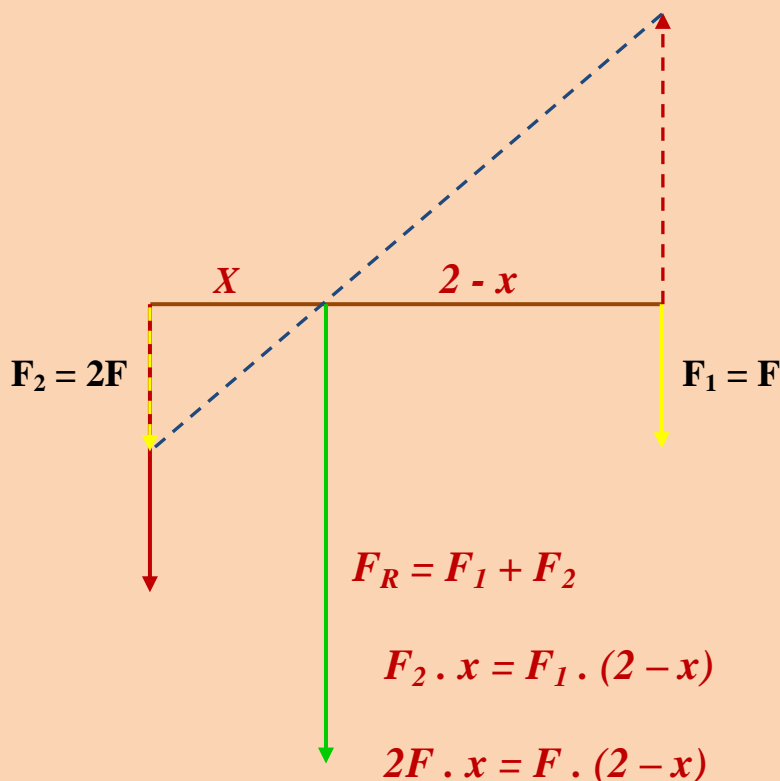
$$FR = F_{mayor} - F_{menor}$$

Se cumple:

$$F_{menor} \cdot (D + X) = F_{mayor} \cdot X$$

13.- En los extremos de una barra de 2 m de longitud se aplican perpendicularmente a ella dos fuerzas paralelas del mismo sentido y la misma dirección, una de doble valor que la otra. Calcular el valor de la resultante y la distancia entre su punto de aplicación y el punto de aplicación de la mayor.

Resolución:



$$x = \frac{F \cdot (2 - x)}{2F} ; x = \frac{2 - x}{2} ; 2x = 2 - x$$

$$2x + x = 2 ; 3x = 2 ; x = 2/3 = 0,67 \text{ m}$$

La resultante se encuentra a **0,67 m** de la fuerza mayor.

El valor de la resultante:

$$F_R = F_1 + F_2$$

$$F_R = F + 2F ; F_R = 3F$$

No tenemos datos para obtener el valor de **F** y por lo tanto no podemos conocer los valores de **F₁** y **F₂**.

14.- Un adulto y un muchacho transportan un cuerpo de 120 kg colgado de una barra de 2 m de longitud. ¿Dónde tendrán que colocar el cuerpo para que el chico soporte la tercera parte del peso total?.

Resolución:

$$M_{\text{cuerpo}} = 120 \text{ Kg}$$

Esta masa la deberemos pasar a peso pues el ejercicio nos dice que las dos personas soportan un peso. El peso de los cuerpos es una fuerza que viene dada por la ecuación:

$$P = M \cdot g ; P = 120 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1176 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

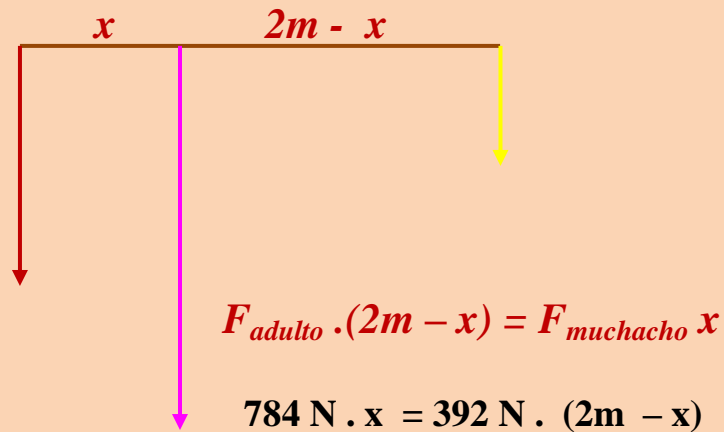
$$P = 1176 \text{ N}$$

$$\text{Peso del muchacho} = 1/3 P_{\text{total}}$$

$$Peso_{adulto} = 1176 \text{ N} - P_{muchacho} ; P_{adulto} = 1176 \text{ N} - 1/3 \cdot 1176 \text{ N}$$

$$P_{adulto} = 1176 \text{ N} - 392 \text{ N} ; P_{adulto} = 784 \text{ N}$$

El peso lo colgaremos:



$$784 \text{ N} \cdot x = 784 \text{ N} \cdot m - 392 \text{ N} \cdot x$$

$$784 \text{ N} \cdot x + 392 \text{ N} \cdot x = 784 \text{ N} \cdot m$$

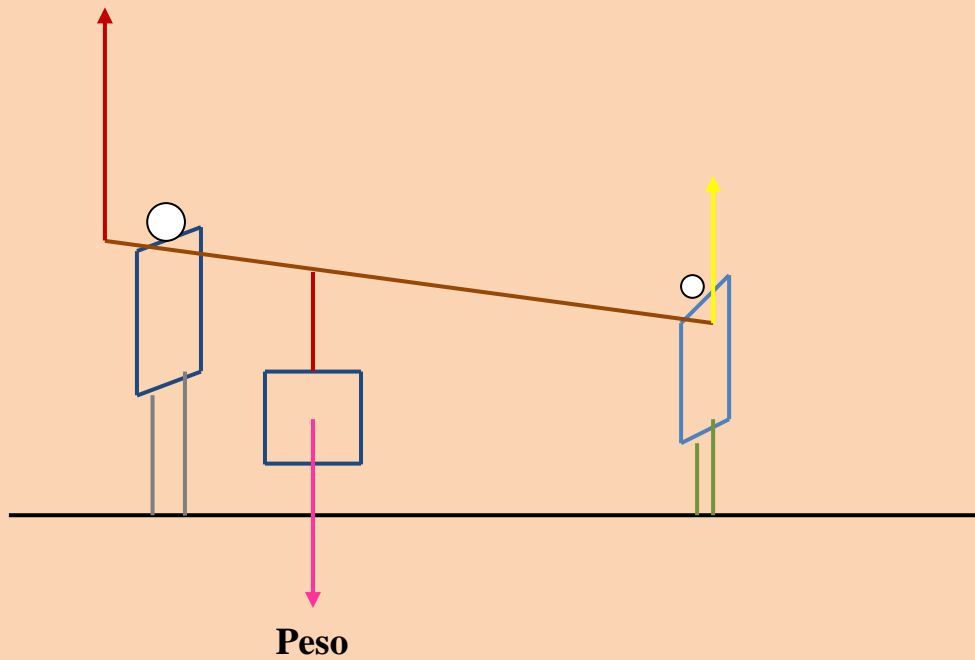
$$(784 + 392) \text{ N} \cdot x = 784 \text{ N} \cdot m$$

$$1176 \text{ N} \cdot x = 784 \text{ N} \cdot m$$

$$x = \frac{784 \cancel{\text{ N}} \cdot m}{1176 \cancel{\text{ N}}} = 0,67 \text{ m}$$

El cuerpo se colgaría a **0,67 m del adulto**.

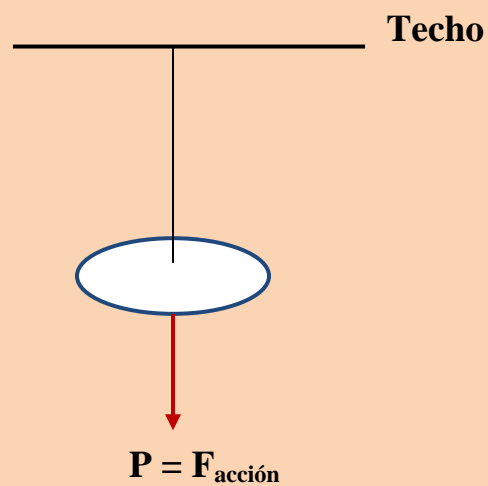
Según el diagrama de fuerzas anterior, todo el sistema se iría hacia el suelo. El hombro del adulto y el hombro del muchacho deben realizar una fuerza igual al peso correspondiente pero en sentido ascendente para contrarrestar el peso del cuerpo.



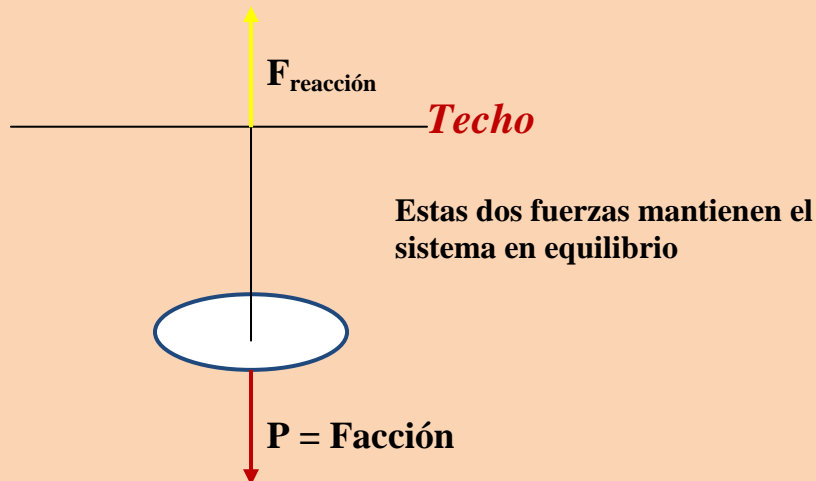
15.- ¿Cómo es posible que una lámpara que cuelga del techo no caiga por la acción de la gravedad?

Respuesta:

Tenemos el sistema siguiente:



Si solo actúa el peso de la lámpara, ésta se iría hacia el suelo. Si permanece tal y como está es porque el sistema está en equilibrio. La fuerza Peso debe ser neutralizada por otra de igual dirección, igual módulo pero de sentido contrario. El cable que mantiene la lámpara actúa como transmisor de la fuerza de reacción que se encuentra en el techo:



La fuerza de reacción que ejerce el techo sobre la lámpara no es la *fuerza de reacción del peso*. La fuerza de reacción del peso se encuentra en el *centro de la Tierra*.

16.- Se dice que a toda acción (fuerza) se opone una reacción (fuerza). Explica este fenómeno

Resolución:

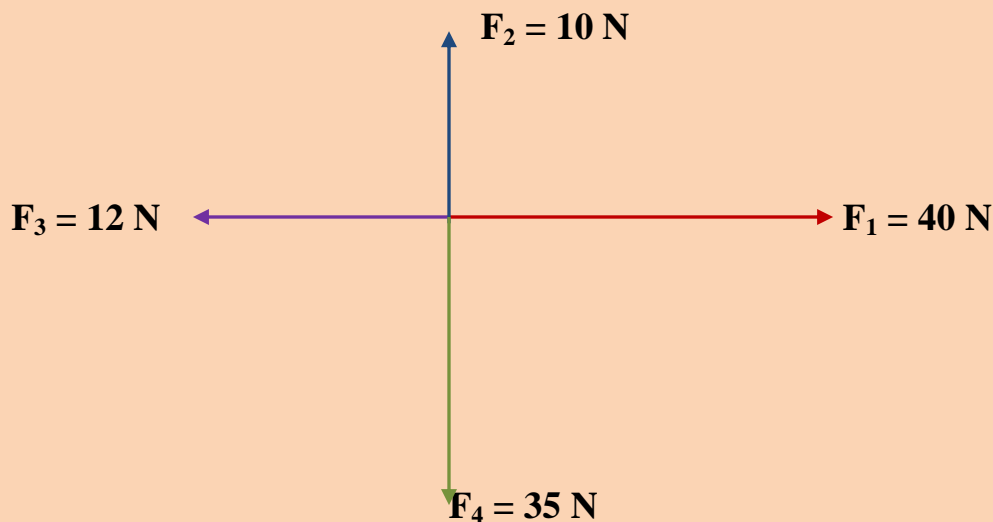
Supongamos una mesa sobre la cual tenemos un cuerpo:



El tablero de la mesa se cansa y actúa sobre el cuerpo con una fuerza (Normal) de la *misma dirección* del peso, del *mismo módulo* pero de *sentido contrario* por lo que entonces el sistema se mantiene en equilibrio



17.- Tenemos el siguiente diagrama de fuerzas:



Determinar numéricamente y gráficamente la resultante de las cuatro fuerzas así como su dirección y sentido.

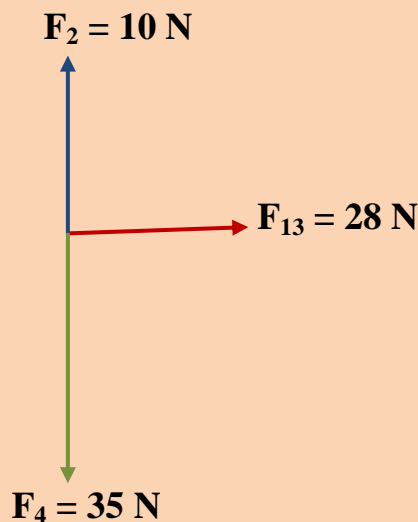
Resolución:

Calculamos la F_R (F_{13}) de las F_1 y F_3 :

F_1 y F_3 son dos fuerzas de la misma dirección pero de sentido contrario por lo que:

$$F_{13} = F_1 - F_3 \rightarrow F_{13} = 40 \text{ N} - 12 \text{ N} = 28 \text{ N} \text{ en el sentido de } F_1$$

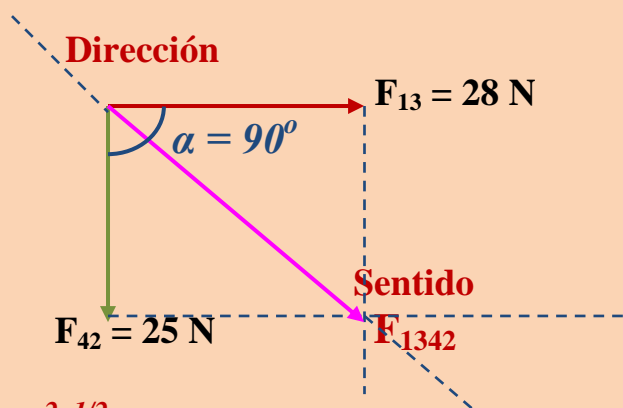
Nos queda el esquema:



Calculemos la F_{42} :

$$F_{42} = F_4 - F_2 ; \quad F_{42} = 35\text{ N} - 10\text{ N} = 25\text{ N}$$

Nos queda ahora dos fuerzas, la F_{13} y F_{42} que forman entre ellas un ángulo recto:

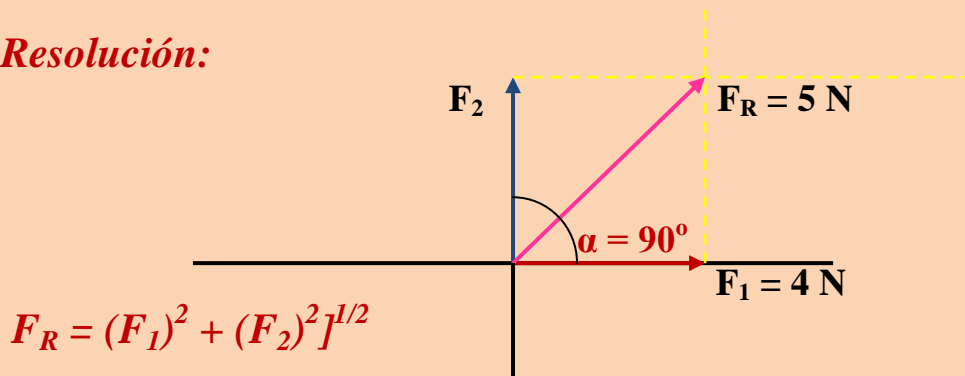


$$F_{1342} = [(F_{13})^2 + (F_{42})^2]^{1/2}$$

$$F_{1342} = [(28\text{ N})^2 + (25\text{ N})^2]^{1/2} = (784\text{ N}^2 + 625\text{ N}^2)^{1/2} = (1409\text{ N}^2)^{1/2} =$$
$$= 37,5\text{ N}$$

18.- Dos fuerzas concurrentes en un punto y forman un ángulo recto tienen como resultante una fuerza de 5 N. Si una de las fuerzas vale 4 N ¿Cuánto vale la otra? Ayúdate de un esquema de fuerzas

Resolución:



$$F_R = (F_1)^2 + (F_2)^2]^{1/2}$$

Elevamos los dos miembros de la ecuación al cuadrado:

$$(F_R)^2 = [(F_1)^2 + (F_2)^2]^{1/2}^2 ; (5 \text{ N})^2 = (4 \text{ N})^2 + (F_2)^2$$

$$25 \text{ N}^2 = 16 \text{ N}^2 + F_2^2 ; F_2^2 = 25 \text{ N}^2 - 16 \text{ N}^2$$

$$F_2^2 = 9 \text{ N}^2 ; F_2 = (9 \text{ N}^2)^{1/2} = 3 \text{ N}$$

19.- Si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se equilibran ¿Qué tipo de movimiento lleva?

Respuesta:

Existen dos tipos de equilibrio:

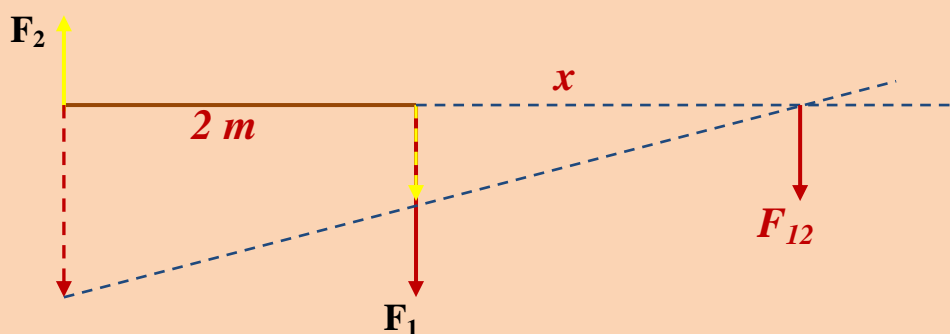
- a) Equilibrio Estático
- b) Equilibrio Dinámico

El **Equilibrio Estático** es aquel en donde todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo se anulan y este queda en **reposo**.

El *Equilibrio Dinámico* también implica una resultante de todas las fuerzas actuantes *nula* pero el cuerpo sigue en movimiento. Como no existe fuerza alguna no existe aceleración por lo que el movimiento será un *Movimiento Rectilíneo y Uniforme* (M.R.U)

20.- Dos fuerzas paralelas de 4 y 8 N de intensidad, unidas mediante una barra de 2 m de longitud. Determinar numéricamente y gráficamente la resultante de las dos fuerzas si tienen la misma dirección pero sentidos opuestos. Determinar la distancia existente entre el punto de aplicación de cada fuerza y el punto de aplicación de la resultante.

Resolución:



$$F_{12} = F_1 - F_2 ; F_{12} = 8 \text{ N} - 4 \text{ N} = 4 \text{ N}$$

En lo referente a las distancias al punto de aplicación de la resultante, se cumple que:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

$$8 \text{ N} \cdot x = 4 \text{ N} \cdot (2 \text{ m} + x) ; x = \frac{4 \text{ N} \cdot (2 \text{ m} + x)}{8 \text{ N}}$$

quitando denominadores:

$$8 \cdot x = 4 \cdot (2 \text{ m} + x) ; 8x = 8 \text{ m} + 4x ; 8x - 4x = 8 \text{ m}$$

$$4x = 8 \text{ m} ; x = 8 \text{ m} / 4 = 2 \text{ m}$$

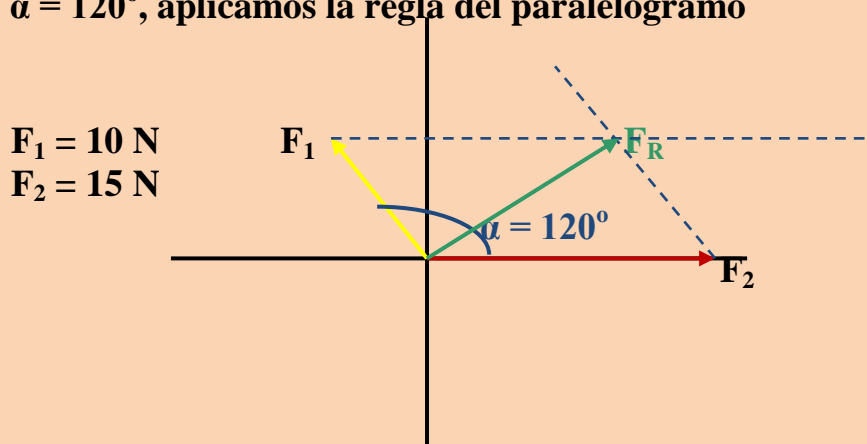
La F_1 dista del punto de aplicación de la resultante 2 m .

La F_2 dista: $(2 + x) \rightarrow 2\text{m} + 2\text{m} = 4\text{ m}$

21.- Dos fuerzas concurrentes en un punto de 10 y 15 N respectivamente tienen una resultante. Calcular esta cuando el ángulo es de 120° y cuando es de 90° . Ayúdate de esquemas de fuerzas

Resolución:

a) $\alpha = 120^\circ$, aplicamos la regla del paralelogramo



Aplicando el Teorema del Coseno:

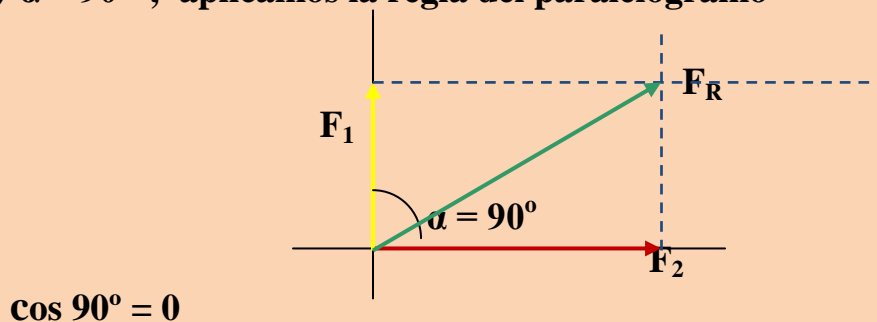
$$F_R = [(F_1)^2 + (F_2)^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha]^{1/2}$$

$\cos 120^\circ = -0,5$

$$F_R = [(10\text{ N})^2 + (15\text{ N})^2 + 2 \cdot 10\text{ N} \cdot 15\text{ N} \cdot (-0,5)]^{1/2} =$$

$$= (100\text{ N}^2 + 225\text{ N}^2 - 150\text{ N}^2)^{1/2} = (175)^{1/2} = 13,23\text{ N}$$

b) $\alpha = 90^\circ$; aplicamos la regla del paralelogramo



Teorema del Coseno:

$$F_R = [(F_1)^2 + (F_2)^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 90^\circ]^{1/2}$$

$$F_R = [(10 \text{ N})^2 + (15 \text{ N})^2 + 2 \cdot 10 \text{ N} \cdot 15 \text{ N} \cdot 0]^{1/2} =$$

$$= (100 \text{ N}^2 + 225 \text{ N}^2)^{1/2} = (325 \text{ N}^2)^{1/2} = 18,02 \text{ N}$$

22.- Al colgar diversas masas de un muelle se han obtenido los siguientes resultados:

| | | | | | |
|-------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| Masas | 50 g | 100 g | 150 g | 200 g | 250 g |
| Alargamiento del muelle | 2 cm | 4 cm | 6 cm | 8 cm | 10 cm |
| Fuerza (m . g) en N | 0,49 | 0,98 | 1,47 | 1,96 | 2,45 |

- Complete la tabla con el valor de las fuerzas correspondientes.
- Represente la gráfica Fuerza- alargamiento.
- A partir de la gráfica, calcule los centímetros alargados cuando se cuelga una masa de 75 g. (Autor enunciado IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza López)

Resolución:

- Lo primero que haremos es obtener la constante elástica del muelle. Para ello tomaré los dos primeros datos de la tabla:

$$m_1 = 50 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 0,050 \text{ Kg}$$

$$\Delta x = 2 \text{ cm} / 100 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

Árboles que vuestro afán
consagró al centro del día
eran principio de un pan
que sólo el otro comía.

El peso que cuelga vale:

$$P = m \cdot g$$

$$P = 0,050 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0,49 \text{ N}$$

Según Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x ; 0,49 \text{ N} = K \cdot 0,02 ; K = 0,49 \text{ N} / 0,02 \text{ m} = 24,5 \text{ N/m}$$

Para los segundos datos de la tabla:

$$m_2 = 100 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 0,1 \text{ Kg}$$

$$\begin{aligned} \text{Fuerza que cuelga} &= \text{peso del cuerpo} = m \cdot g = 0,1 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = \\ &= 0,98 \text{ Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 0,98 \text{ N}. \end{aligned}$$

$$\Delta x = 4 \text{ cm} / 100 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

Aplicamos Hooke:

$$0,98 \text{ N} = K \cdot 0,04 \text{ m} ; K = 0,98 \text{ N} / 0,04 \text{ m} = 24,5 \text{ N/m}$$

Comprobamos que se cumple la ley de Hooke:

b) Seguimos trabajando para obtener el resto de los datos de la tabla:

$$m_3 = 150 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 0,150 \text{ kg}$$

$$m_4 = 200 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 0,200 \text{ kg}$$

$$m_5 = 250 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ kg}$$

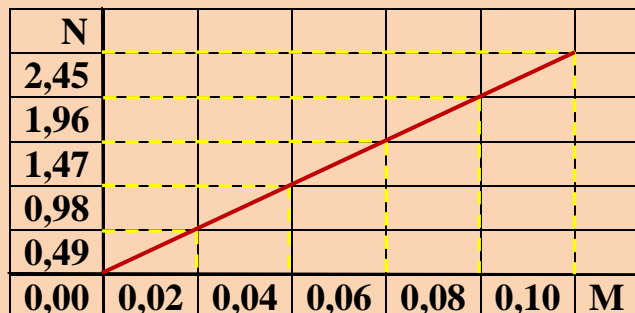
$$F_3 = P_3 = m \cdot g = 0,150 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 1,47 \text{ N}$$

$$F_4 = P_4 = m_4 \cdot g = 0,200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 1,96 \text{ N}$$

DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

$$F_5 = P_5 = m_5 \cdot g = 0,250 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 2,45 \text{ N}$$

b) Representación gráfica:



c) Gráficamente no podemos determinar el alargamiento puesto que necesitamos una tabla muchísimo mayor.

Pero podemos analizar la tabla obtenida y observar que se trata de una línea recta y por lo tanto debe cumplir la ecuación:

$$y = f(x) \quad \rightarrow \quad F = K \cdot \Delta x \quad (1)$$

Realizamos los cálculos necesarios:

$$m = 75 \cancel{\text{g}} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \cancel{\text{g}} = 0,075 \text{ kg}$$

$$F = P = m \cdot g = 0,075 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 0,735 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}^2 = 0,735 \text{ N}$$

y llevamos los valores obtenidos a la ecuación (1)

$$F = K \cdot \Delta x \quad ; \quad \Delta x = F / K = 0,735 \cancel{\text{N}} / 24,5 \cancel{\text{N/m}} = 0,03 \text{ m}$$

23.- Un muelle mide 21 cm cuando se aplica a su extremo libre una fuerza de 12 N y mide 26 cm cuando la fuerza aplicada vale 24 N. Calcula la longitud del muelle cuando no actúa ninguna fuerza sobre él y el valor de su constante elástica. (Autor del problema IES MORATO)

Resolución:

DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

Lo que nos pide el problema en este primer apartado es la longitud inicial del muelle (l_0), es decir, cuando no tenía ningún cuerpo colgado. Para ello procedemos de la siguiente forma:

$$L_1 = 21 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,21 \text{ m}$$

$$F_1 = 12 \text{ N}$$

$$\text{Para } F_1, \Delta x = 0,21 \text{ m}$$

Todo Δ significa una diferencia, en nuestro caso:

$$\Delta x = l_f - l_0 \rightarrow 0,21 - l_0 = \Delta x$$

$$L_2 = 26 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,26 \text{ m}$$

$$\text{Para } L_2, \Delta x = 0,26 \rightarrow 0,26 - l_0 = \Delta x$$

Si aplicamos Hooke para las dos longitudes: $F = K \cdot \Delta x$

$$12 = K (0,21 - l_0) \text{ (1)} \quad ; \quad 24 = K (0,26 - l_0) \text{ (2)}$$

Si dividimos (2) entre (1):

$$24 / 12 = K (0,26 - l_0) / K (0,21 - l_0)$$

$$2 = (0,26 - l_0) / (0,21 - l_0)$$

$$2 (0,21 - l_0) = 0,26 - l_0$$

$$0,42 - 2 l_0 = 0,26 - l_0 \quad ; \quad - 2 l_0 + l_0 = 0,26 - 0,42 \quad ; \quad - l_0 = - 0,16$$

$$l_0 = 0,16 \text{ m}$$

¡Cuántos siglos de aceituna,
los pies y las manos presos,
sol a sol y luna a luna,
pesan sobre vuestros huesos!

Para conocer la constante elástica, **K**, podemos tomar los datos de la primera experiencia y aplicar Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x ; 12 \text{ N} = K \cdot (0,21 - 0,16) \text{ m} ; 12 \text{ N} = K \cdot 0,05 \text{ m}$$

$$K = 12 \text{ N} / 0,05 \text{ m} = 240 \text{ N/m}$$

Como se trata del mismo muelle, el valor de **K** debe ser igual para las dos experiencias. Si queremos saber si hemos trabajado bien en el cálculo de **K**, aplicaremos Hooke a la segunda experiencia y debemos obtener el mismo valor de la primera experiencia:

$$F = K \cdot \Delta x ; 24 \text{ N} = K \cdot (0,26 - 0,16) \text{ m} ; 24 \text{ N} = K \cdot 0,1 \text{ m}$$

$$K = 24 \text{ N} / 0,1 \text{ m} = 240 \text{ N/m}$$

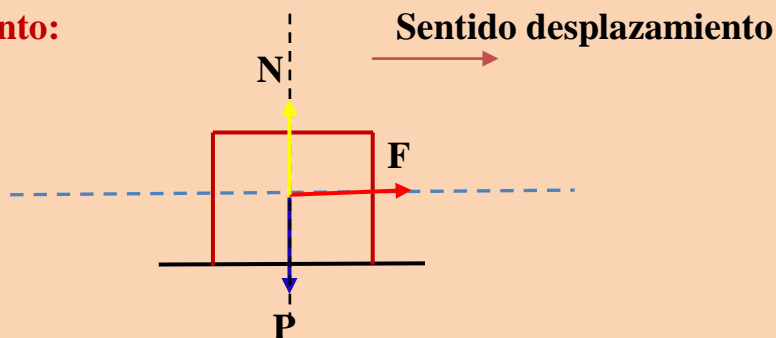
El planteamiento del problema lo hicimos bien.

24.- Un objeto de 100 kg, se encuentra sobre un plano horizontal. Si tiramos de él con una fuerza de 300 N ¿con qué aceleración se moverá en ausencia de rozamiento? ¿y si la fuerza de rozamiento vale 10 N?. Haz un dibujo indicando todas las fuerzas que actúan.

Resolución:

La aceleración que adquiere un cuerpo depende del conjunto de fuerzas que actúan sobre él. Por ello, lo primero que tenemos que establecer es dicho diagrama de fuerzas haciendo pasar por el centro geométrico del cuerpo unos ejes de coordenadas cartesianas sobre los cuales pintaremos las fuerzas actuantes:

Sin rozamiento:



DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

Estudiaremos las fuerzas en cada uno de los ejes:

Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = P - N = 0$

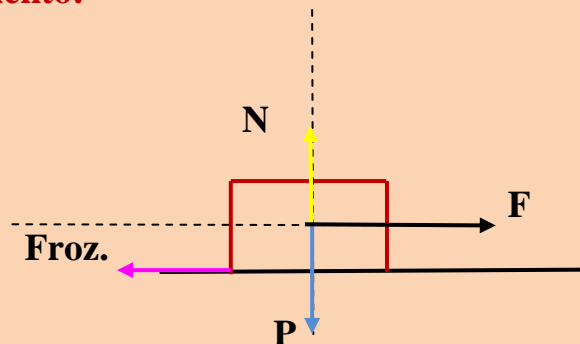
Siempre, en planos horizontales se cumple la condición anterior, lo que nos viene a decir que el **P** y la **N** se anulan mutuamente.

Eje OX: $\sum F = F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}} = m \cdot a$

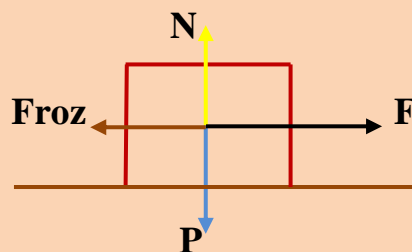
$$F - 0 = m \cdot a ; F = m \cdot a ; a = F / m$$

$$a = 300 \text{ N} / 100 \text{ Kg} = 3 \text{ m.s}^{-2}$$

Con rozamiento:



La **fuerza de rozamiento** la podemos llevar al punto de aplicación del resto de las fuerzas (Se puede hacer por lo que se llama **EQUIPOLENCIA ENTRE VECTORES**) y nos quedaría el diagrama de la forma:



Eje OY : $P = N \rightarrow$ Se anulan mutuamente

Eje OX : $\sum F = m \cdot a$

$$F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}} = m \cdot a$$

$$300 \text{ N} - 10 \text{ N} = 100 \text{ Kg} \cdot a$$

$$290 \text{ N} = 100 \text{ Kg} \cdot a ; a = 290 \text{ N} / 100 \text{ Kg} = 2,9 \text{ m.s}^{-2}$$

25.- Sobre un cuerpo de masa 30 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad de 8 m/s, actúa una fuerza constante de 24 N en la dirección del movimiento. Supuesto que no hay rozamiento, calcula su velocidad al cabo de 15 segundos, si el sentido de la fuerza es:

- El de la velocidad inicial.
- Contrario al de la velocidad inicial.

Resolución:

Como sobre el cuerpo actúa una fuerza el movimiento del cuerpo será un M.R.U.A. Las ecuaciones a utilizar serán las de este tipo de movimiento. Hagamos el diagrama de fuerzas:

a)



Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}} = m \cdot a$

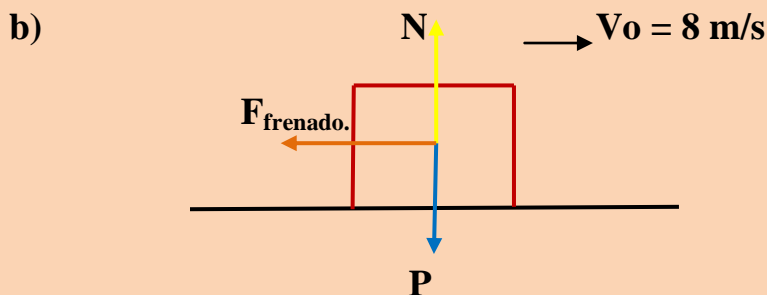
$$24 \text{ N} - 0 \text{ N} = 30 \text{ Kg} \cdot a ; 24 \text{ N} = 30 \text{ Kg} \cdot a$$

$$a = 24 \text{ N} / 30 \text{ Kg} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo adquiere una aceleración de $0,8 \text{ m/s}^2$ que hará posible que la velocidad al cabo de 15 s, sea distinta a la inicial. Tenemos que recordar ahora las ecuaciones de la Cinemática y entre ellas hay una que dice:

$$V_f = V_o + a \cdot t ; \quad V_f = 8 \text{ m/s} + 0,8 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ s}$$

$$V_f = 8 \text{ m/s} + 12 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$



En este caso la fuerza de 24 N está actuando como si fuera una fuerza de frenado puesto que tiene un sentido inverso al de avance del cuerpo.

Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $F \text{ ganan} - F \text{ pierden} = m \cdot a$

$$0 - 24 \text{ N} = 30 \text{ Kg} \cdot a ; \quad a = - 24 \text{ N} / 30 \text{ Kg} = - 0,8 \text{ m/s}^2$$

El signo negativo de la aceleración nos indica que la velocidad **DISMINUYE**.

La velocidad final será en este caso:

$$V_f = V_o + a \cdot t ; \quad V_f = 8 \text{ m/s} + (- 0,8 \text{ m/s}^2) \cdot 15 \text{ s} = 8 \text{ m/s} - 12 \text{ m/s} = - 4 \text{ m/s}$$

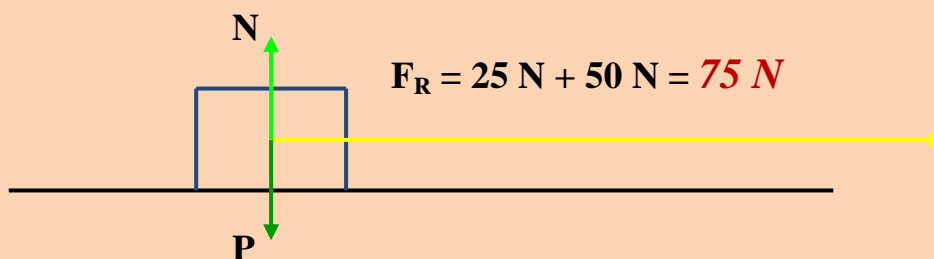
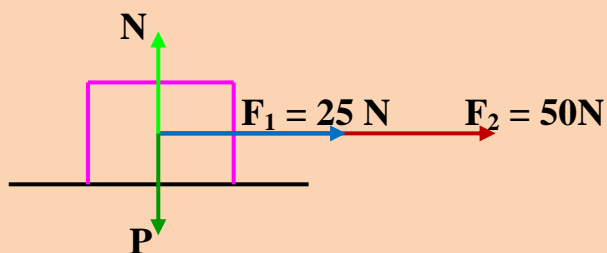
(este resultado no tiene sentido físico, el coche no puede dar la vuelta) lo que nos viene a decir que el **cuerpo se paró antes de cumplirse los 15 s.**

26.- Se ejercen dos fuerzas de 25 y 50 N, sobre un cuerpo de 5 kg de masa, que descansa sobre un plano horizontal.. Calcula la aceleración que adquiere cuando:

- Las dos fuerzas actúan en el mismo sentido.
- Las dos fuerzas actúan en sentidos opuestos.

Resolución:

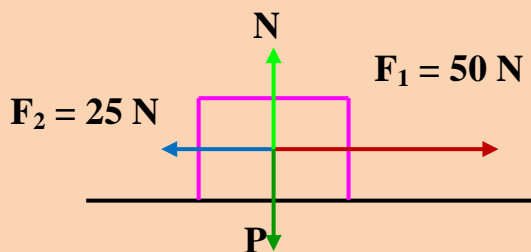
a)

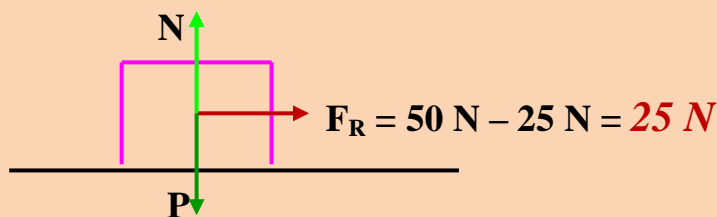


Recordar que P y N se anulan mutuamente.

$$\sum F = m \cdot a ; 75\text{ N} = 5\text{ Kg} \cdot a ; a = 75\text{ N} / 5\text{ Kg} = 15\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

b)





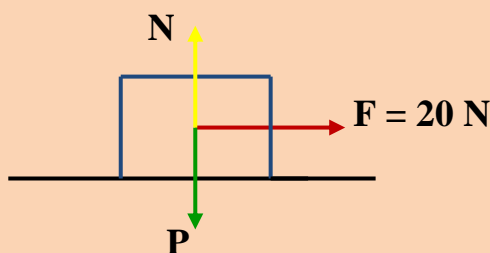
$$\sum F = m \cdot a ; 25 \text{ N} = 5 \text{ Kg} \cdot a ; a = 25 \text{ N} / 5 \text{ Kg} = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

27.- Sobre un cuerpo de 2500 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 20 N, durante 4 s, dejando de actuar en ese momento.

Supuesto que no hay rozamiento,

- ¿Qué velocidad tiene a los 4 s?.
- ¿Qué velocidad tiene a los 10 s?. Explícalo.

a) $2500 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 2,5 \text{ Kg}$



$$V_o = 0$$

Necesitamos conocer la aceleración para obtener V_f

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \sum F = m \cdot a ; 20 \text{ N} = 2,5 \text{ Kg} \cdot a ; a = 20 \text{ N} / 2,5 \text{ Kg}$$

$$a = 2,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$V_f = V_o + a \cdot t ; V_f = 0 + 2,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 4 \text{ s} = 11,2 \text{ m.s}^{-1}$$

b) A los 10 s, no existiendo rozamiento, la velocidad será constante.

De los **10 s, 4 s.** son consumidos para alcanzar la velocidad de

$11,2 \text{ m.s}^{-1}$. En los **6 s.** restantes el cuerpo mantendrá su velocidad

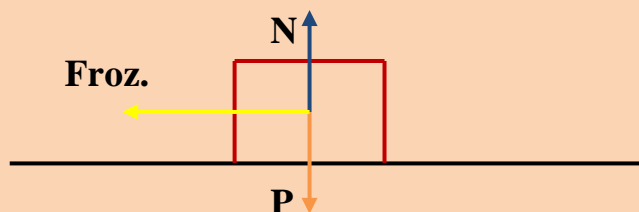
($11,2 \text{ m.s}^{-1}$) puesto que **no existe rozamiento**. Las únicas fuerzas que actúan son el **P** y la **N** pero como ya sabemos se anulan mutuamente.

28.- Un objeto de 20 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal. La fuerza de rozamiento es 15 N.

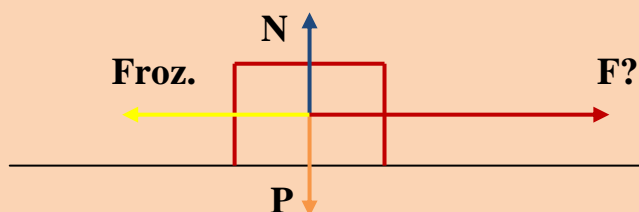
- Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
- ¿Qué fuerza hay que aplicar para que adquiera una velocidad de 36 km/h en 5 s?.
- ¿Qué fuerza hay que aplicar, una vez que ha alcanzado la velocidad de 36 km/h, para que esa velocidad se mantenga constante?.

Resolución:

a)



b)



$$m = 20 \text{ Kg}$$

$$\text{Froz.} = 15 \text{ N}$$

$$V_0 = 0$$

$$V_f = 36 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Cinemáticamente sabemos que:

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; 10 \text{ m.s}^{-1} = 0 + a \cdot 5 \text{ s} ; 10 \text{ m.s}^{-1} = a \cdot 5 \text{ s}$$

$$a = 10 \text{ m.s}^{-1} / 5 \text{ s} ; a = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

El móvil debe conseguir una aceleración de 2 m.s^{-2} , que podremos obtener si trabajamos con la Dinámica.

Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$

$$F - 15 \text{ N} = 20 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

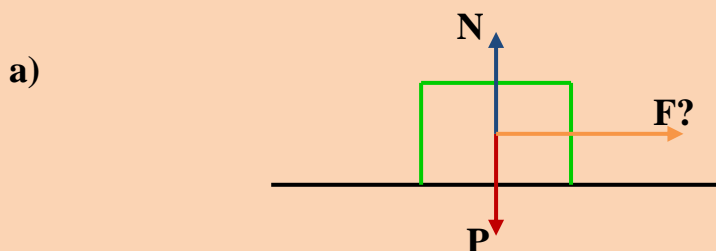
$$F - 15 \text{ N} = 40 \text{ N} ; F = 40 \text{ N} + 15 \text{ N} = \mathbf{55 \text{ N}}$$

c) Con la fuerza de 55 N, el móvil llevará una velocidad de $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Si quiere mantener esta velocidad **NO DEBE APLICAR FUERZA ALGUNA**. En estas condiciones **F** y **Froz** se encuentran equilibradas y el móvil consigue el **equilibrio DINÁMICO** que implica la **velocidad constante**. En el momento que apliquemos una nueva fuerza, el equilibrio se rompe y la velocidad ya no permanece constante.

29.- Un carrito de 40 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal.

- ¿Con qué fuerza se le debe empujar para que adquiera una aceleración de $0,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$?
- ¿Qué fuerza se le ha de aplicar para que siga con movimiento rectilíneo y uniforme, una vez que ha alcanzado una velocidad de $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?
- ¿Cuál será la aceleración si, cuando está moviéndose con una velocidad de $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, se le empuja con una fuerza de 17 N ?

Resolución:



Debemos de suponer que no hay rozamiento.

Ya sabéis que en el eje OY $\rightarrow P = N \rightarrow \sum F = 0$

En el eje OX: $F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$

$$F - 0 = 40 \text{ Kg} \cdot 0,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$F = 32 \text{ N}$$

b)

Cuando ha alcanzado la velocidad de 2 m.s^{-1} , y queremos que se mantenga esta velocidad para llevar un **M.R.U. NO DEBEMOS EJERCER FUERZA ALGUNA**, se rompería el equilibrio dinámico que tiene el cuerpo.

c)

Sabemos que $\sum F = m \cdot a$ (1)

El móvil lleva una velocidad constante de $2 \text{ m.s}^{-1} = V_0$

Cuando se le aplique una fuerza de 17 N, el móvil adquirirá una aceleración que hará que la velocidad final sea superior a los 2 m.s^{-1} . Pero a nosotros no nos interesa la velocidad final. Lo que debemos de buscar es la aceleración que consigue el móvil, aceleración que podremos conocer por la ecuación (1):

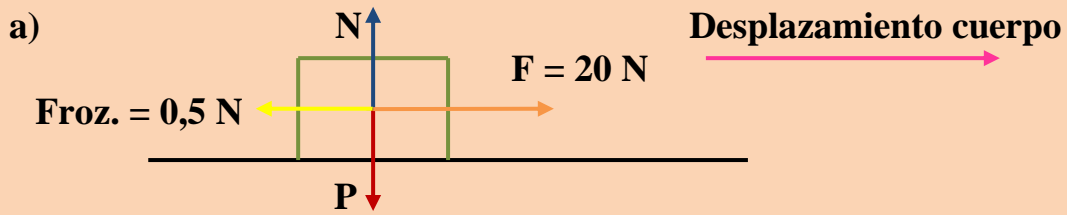
$$F = m \cdot a$$

$$17 \text{ N} = 40 \text{ Kg} \cdot a ; a = 17 \text{ N} / 40 \text{ Kg} = 0,42 \text{ m.s}^{-2}$$

30.- Un cuerpo de masa 10 Kg alcanza una velocidad de 20 m/s cuando actúa sobre él una fuerza de 20 N durante 10 segundos por un plano horizontal. La fuerza de rozamiento es de 0,5 N.

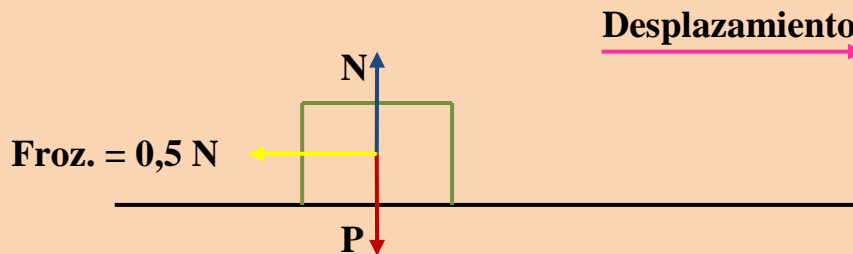
- Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante los 10 primeros segundos.
- Pasados los 10 segundos la fuerza de 20 N es anulada ¿Cuánto tiempo tardará en pararse?
- ¿Qué distancia habrá recorrido en total?

Resolución:



Si lleva una velocidad constante se cumple que $\sum F = 0$

b) Pasados los 10 s, las únicas fuerzas que actúan son el **P** y la **N** y la **fuerza de rozamiento**:



En el Eje **OY**: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$

En el eje **OX**: $F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$

$$0 - \text{Froz.} = m \cdot a$$

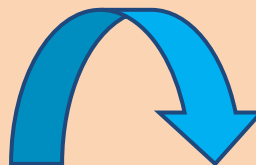
$$0 - 0,5 \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot a ; a = - 0,5 \text{ N} / 10 \text{ Kg} = - 0,05 \text{ m.s}^{-2}.$$

Esta aceleración hará posible que el **cuerpo se pare** ($V_f = 0$):

$$V_f = V_o + a \cdot t ; 0 = 20 \text{ m.s}^{-1} + (-0,05 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$0 = 20 \text{ m.s}^{-1} - 0,05 \text{ m.s}^{-2} \cdot t ; t = 20 \text{ m.s}^{-1} / 0,05 \text{ m.s}^{-2}$$

$$t = 400 \text{ s}$$



c) Para conocer el espacio total recorrido por el cuerpo, dividiremos el movimiento en dos etapas:

1.- Etapa: los 10 s iniciales.

2.- Etapa: los 400 s que tarda en pararse.

1.- Etapa:

$$\left. \begin{array}{l} e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ V_0 = 0 \end{array} \right\} e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

La aceleración en los 10 s. iniciales la calcularemos:

$$F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a ; 20 \text{ N} - 0,5 \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot a$$

$$a = 1,95 \text{ m.s}^{-2}$$

Volviendo a (1):

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,95 \text{ m.s}^{-2} \cdot (10 \text{ s})^2 =$$

$$e = 97,5 \text{ m}$$

2ª Etapa:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e ; 0 = (20 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-1,95 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e$$

$$0 = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 3,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$e = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 3,9 \text{ m.s}^{-2} = 102,56 \text{ m}$$

El espacio total recorrido será:

$$e_{1^{\text{a}} \text{ etapa}} + e_{2^{\text{a}} \text{ etapa}} = 97,5 \text{ m} + 102,56 \text{ m} = 200,06 \text{ m}$$

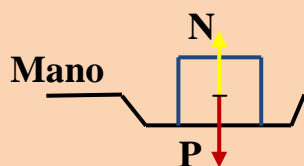


31.- ¿Qué fuerza hemos de hacer para mantener en reposo, en la mano, un cuerpo de 10 N?

- ¿Y para subirlo con una aceleración de 1 m/s^2 ?
- ¿Y para bajarlo con una aceleración de 1 m/s^2 ?

Resolución:

Queremos establecer el **equilibrio estático**:

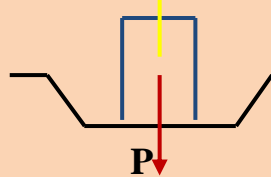


Como se cumple que ***P es igual a la N***, nuestra mano debe realizar una fuerza de **10 N** (en sentido ascendente, es decir, la ***N***).

a)

El cuerpo debe ascender con una aceleración de 1 m/s^2 . Sabemos que el cuerpo está bajo la acción de su peso, si queremos que ascienda con una aceleración determinada, la mano debe realizar una fuerza **F** ascendente:

$$F \uparrow \quad \sum F = m \cdot a ; F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$



$$F - P = m \cdot a \quad (1)$$

Debemos conocer la masa del cuerpo:

$$P = m \cdot g ; 10 \text{ N} = m \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$m = 10 \text{ N} / 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 1,02 \text{ Kg}$$

Volviendo a (1):

$$F - 10 \text{ N} = 1,02 \text{ Kg} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2}$$

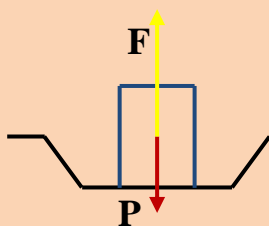
$$F = 1,02 \text{ N} + 10 \text{ N} = 10,02 \text{ N}$$

Fuerza ascendente que debe realizar la mano.

c)

Bajando con una aceleración de 1 m.s^{-2}

Si no existiera la mano el cuerpo descendería en caída libre con una aceleración de $9,8 \text{ m.s}^{-2}$. Pero queremos que el cuerpo descienda con una aceleración de 1 m.s^{-2} , mucho más pequeña. El peso debe ser controlado por otra fuerza que realizará la mano en sentido ascendente para contrarrestar al peso que tiene el sentido descendente.



$$F_{\text{mano}} - F_{\text{peso}} = m \cdot a ; P - F = m \cdot a$$

$$10 \text{ N} - F = 1,02 \text{ Kg} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2} ; F = 10 \text{ N} - 1,02 \text{ N} = 8,98 \text{ N}$$

Es decir, la mano irá hacia abajo pero manteniendo al peso con una fuerza de $8,98 \text{ N}$

32.- Un cuerpo de masa 3 kg se hace subir por la acción de una fuerza vertical de 50 N . Calcula la aceleración del movimiento.

Resolución:

El cuerpo estará bajo la acción de dos fuerzas: *su peso* y la que ejercemos sobre él de 50 N :

$$\text{El peso del cuerpo vale: } P = m \cdot g ; P = 3 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 29,4 \text{ N}$$



En el Eje OY: $\sum F = m \cdot a \rightarrow F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$

$$F - P = m \cdot a ; 50 \text{ N} - 29,4 \text{ N} = 3 \text{ Kg} \cdot a$$

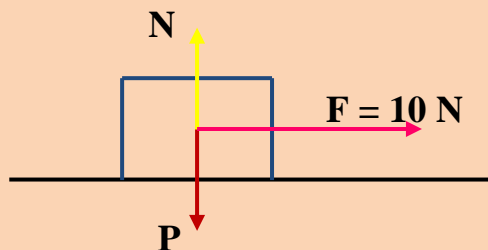
$$20,6 \text{ N} = 3 \text{ Kg} \cdot a ; a = 20,6 \text{ N} / 3 \text{ Kg} = 6,9 \text{ m.s}^{-2}$$

33.- Un bloque de 1 Kg de masa se encuentra sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 10 N, determina:

a) Aceleración que adquiere. b) Espacio y velocidad adquirida a los 5s.

Resolución:

a)



$$\text{Eje OY: } P = N \rightarrow \sum F = 0$$

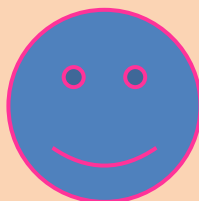
$$\text{Eje OX: } \sum F = m \cdot a ; F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$$

$$10 \text{ N} - 0 = 1 \text{ Kg} \cdot a ; a = 10 \text{ N} / 1 \text{ Kg} = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

b) Al trabajar en Cinemática nos encontramos con la ecuación:

$$V_f = V_o + a \cdot t ; V_f = 0 + 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 5 \text{ s}$$

$$V_f = 50 \text{ m.s}^{-1}$$



En lo referente al espacio:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; V_0 = 0 \rightarrow$$

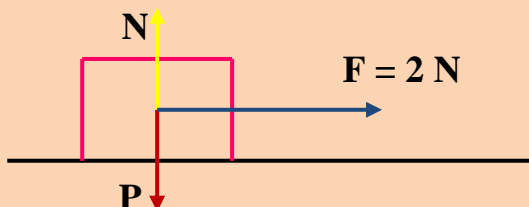
$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 125 \text{ m}$$

34.- De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

- Calcular la aceleración con la que se mueve.
- ¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Resolución:

a)



Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$

$$2 \text{ N} - 0 = 0,5 \text{ Kg} \cdot a ; a = 2 \text{ N} / 0,5 \text{ Kg} = 4 \text{ m.s}^{-2}$$

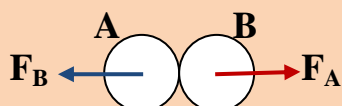
b)

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t ; V_f = 4 \text{ m.s}^{-2} \cdot 2,3 \text{ s} = 9,2 \text{ m.s}^{-1}$$

Andaluces de Jaén,
aceituneros altivos,
pregunta mi alma: ¿de quién,
de quién son estos olivos?

35.- Un cuerpo A de 1000 kg ejerce una fuerza F sobre otro B de 1 kg. ¿Cómo es la fuerza (módulo, dirección, sentido y punto de aplicación) que ejerce el cuerpo de 1 kg sobre el de 1000 kg?.

Resolución:

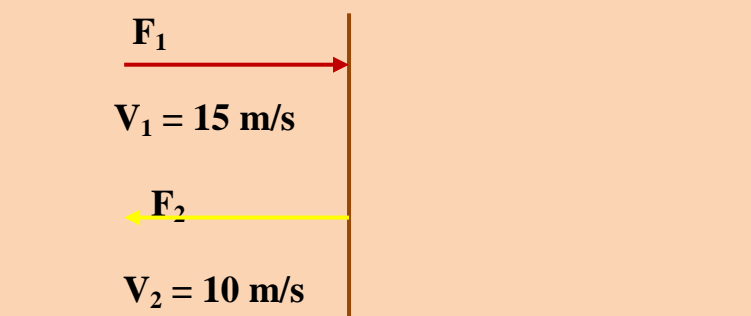


La fuerza que ejerce el cuerpo B sobre en cuerpo A, por el **Principio de Acción y Reacción**, tiene las siguientes características:

- Punto de aplicación en el centro de A.
- La misma dirección.
- Sentido contrario.
- Módulo $F_B = F_A$

36.- Una pelota de 300 g llega perpendicularmente a la pared de un frontón con una velocidad de 15 m/s y sale rebotada en la misma dirección a 10 m/s. Si la fuerza ejercida por la pared sobre la pelota es de 150 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la pared.

Resolución:



Al llegar la pelota a la pared, ésta repelerá a la pelota con la misma fuerza con la que llega, **PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN**, pero en sentido contrario. En este caso parte de la fuerza de la pelota se utiliza para la deformación que sufre ésta. Por ello la fuerza del rebote no será misma que la fuerza de llegada. De todas formas la fuerza de rebote es un dato del problema (150 N).

DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

En Cinemática (para el rebote) sabemos que:

$$300 \text{ g} / 1000 = 0,3 \text{ Kg}$$

$V_f = V_0 + a \cdot t$ (1) ; $10 \text{ m/s} = a \cdot t$; debemos conocer la aceleración que adquiere la pelota:

$$F_2 = m \cdot a ; 150 \text{ N} = 0,3 \text{ Kg} \cdot a ; a = 150 \text{ N} / 0,3 \text{ Kg} = 500 \text{ m/s}^2.$$

Si volvemos a (1):

$$10 \text{ m/s} = 0 + 500 \text{ m/s}^2 \cdot t ; t = 10 \text{ m/s} / (500 \text{ m/s}^2) = 0,02 \text{ s}.$$

Cuando la pelota es rebotada en sentido contrario, su velocidad de partida es $V_0 = 0$

Existe en Dinámica un principio que dice:

Impulso mecánico = Cantidad de movimiento

Impulso (I) mecánico = $F \cdot t$; Cantidad de movimiento (p) = $m \cdot v$

Si aplicamos este principio a nuestro problema nos encontramos con:

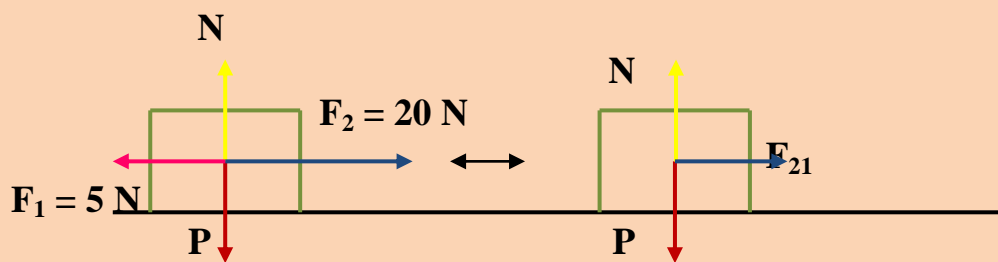
$$F \cdot t = m \cdot v$$

$$150 \text{ N} \cdot t = 0,3 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s} ; t = 3 (\text{Kg} \cdot \text{m/s}) / 150 \text{ N}$$

$$t = 0,02 \text{ s}$$

37.- Sobre un cuerpo de $m = 2\text{Kg}$ se aplica una fuerza de 20N y otra de 5N , en la misma dirección y sentido opuesto, determina: a) Espacio recorrido en 3s . b) Velocidad a los 10 s de comenzar el movimiento. (IES MORATO)

Resolución:



$$F_{21} = 20 \text{ N} - 5 \text{ N} = 15 \text{ N}$$

Con este cálculo sabemos que la fuerza que actúa sobre el cuerpo es de 15 N.

a)

El espacio lo podremos conocer con la ecuación:

$$\left. \begin{aligned} e &= V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ V_0 &= 0 \\ t &= 3 \text{ s.} \end{aligned} \right\} e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \quad (1)$$

Debemos conocer la aceleración que lleva el móvil:

$$F = m \cdot a ; a = F / m ; a = 15 \text{ N} / 2 \text{ Kg} = 7,5 \text{ m.s}^{-2}$$

Volvemos a la ecuación (1):

$$e = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \text{ m.s}^{-2} \cdot (3 \text{ s})^2 = 33,75 \text{ m}$$

b)

La velocidad se calculará:

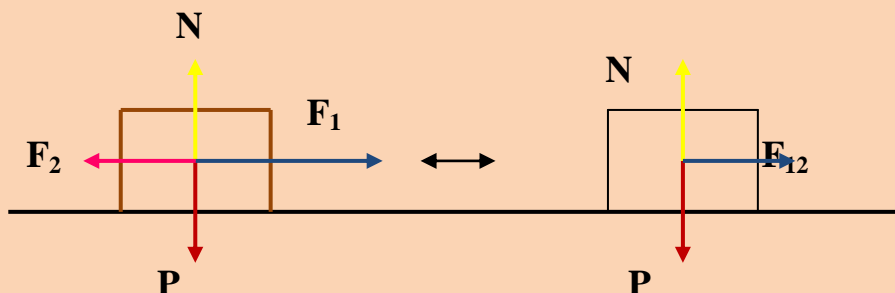
$$V_f = V_0 + a \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t = 7,5 \text{ m.s}^{-2} \cdot 3 \text{ s} = 22,5 \text{ m.s}^{-1}$$

**Jaén, levántate brava
sobre tus piedras lunares,
no vayas a ser esclava
con todos tus olivares.**

38.- Sobre cuerpo de $m = 250 \text{ g}$ actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

- La aceleración con que se mueve.
- ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Resolución:



$$F_{12} = F_2 - F_1 = 3 \text{ N} - 1 \text{ N} = 2 \text{ N}$$

En conclusión, sobre el cuerpo actúa solamente una fuerza de 2 N puesto que como sabemos el P y N se anulan mutuamente.

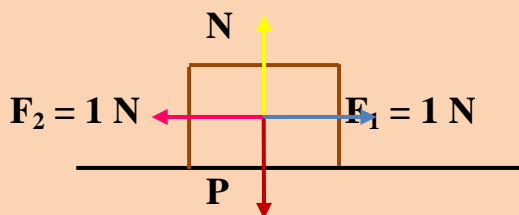
a)

$$m = 250 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ Kg}$$

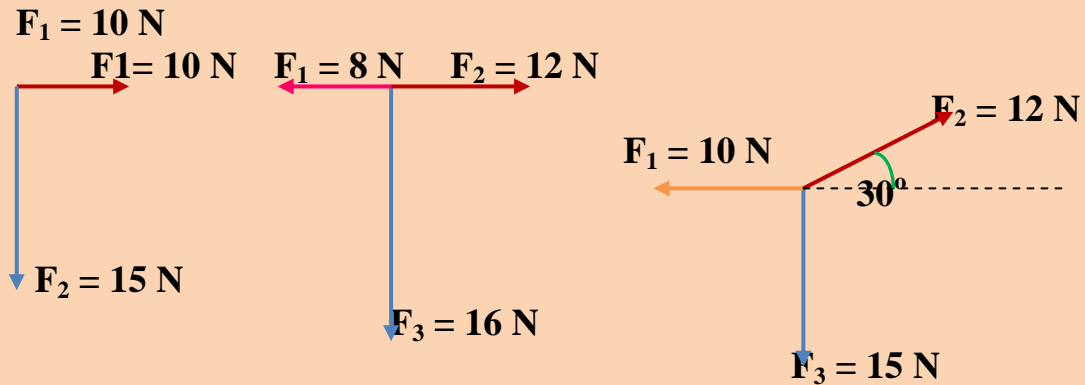
$$F = m \cdot a ; a = F / m ; a = 2 \text{ N} / 0,250 \text{ Kg} = 8 \text{ m.s}^{-2}$$

b)

Si queremos que el cuerpo se deslice con velocidad constante se debe cumplir $\sum F = 0$. Por ello, si la fuerza que apunta hacia la izquierda vale 1 N , para que se cumpla la condición anterior la fuerza que apunta hacia la derecha también debe valer 1 N (Equilibrio Estático). El P y la N no tienen juego puesto que sabemos que se anulan siempre.



39.- Establecer la resultante de cada uno de los diagramas de fuerzas siguientes:

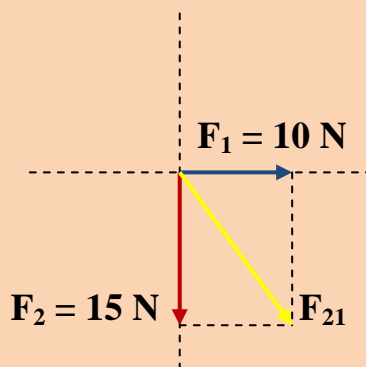


Resolución:

Para realizar este tipo de ejercicios seguiremos los siguientes pasos:

- a) Llevaremos el diagrama de fuerzas a unos ejes de coordenadas.
- b) Trabajaremos con pares de fuerzas, que sea sencillo hallar su resultante.
- c) Continuaremos este proceso hasta llegar a tener solamente dos fuerzas cuya resultante sea fácil de calcular (sea uno de los casos estudiados)

a)



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2}$$

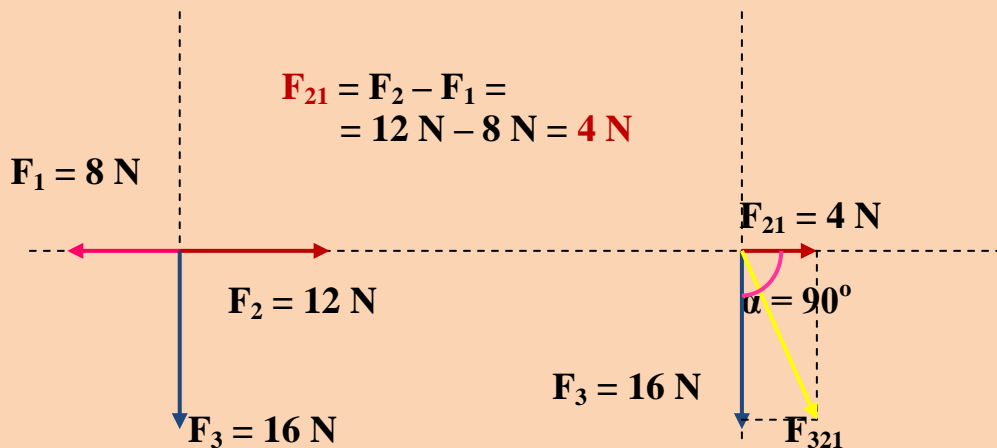
$$F_{21} = [(10 \text{ N})^2 + (15 \text{ N})^2]^{1/2}$$

$$F_{21} = (100 \text{ N}^2 + 225 \text{ N}^2)^{1/2}$$

$$F_{21} = (325 \text{ N}^2)^{1/2} = 18,03 \text{ N}$$

DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

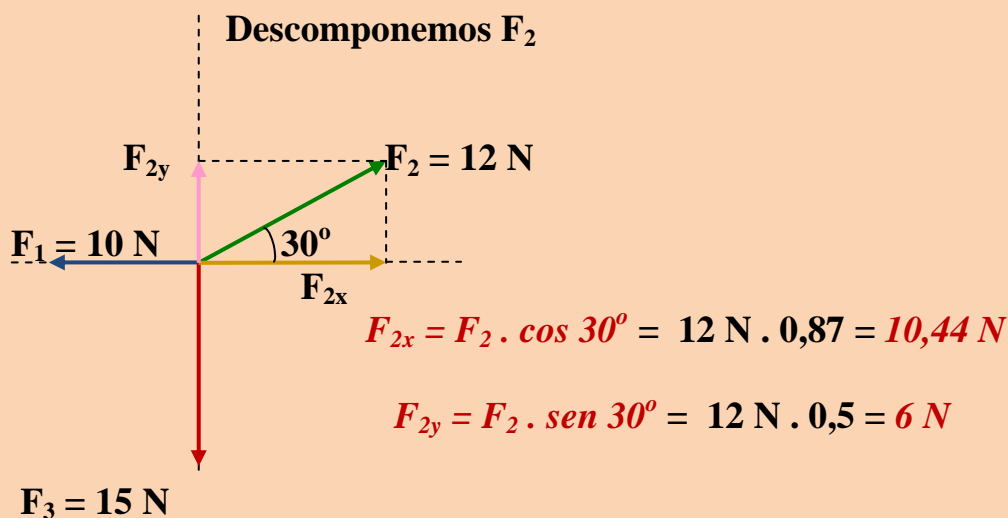
b)



$$F_{21} = F_2 - F_1 = 12\text{ N} - 8\text{ N} = 4\text{ N}$$

$$F_{321} = (F_3^2 + F_{21}^2)^{1/2} = (16^2 + 4^2)^{1/2} = 16,5\text{ N}$$

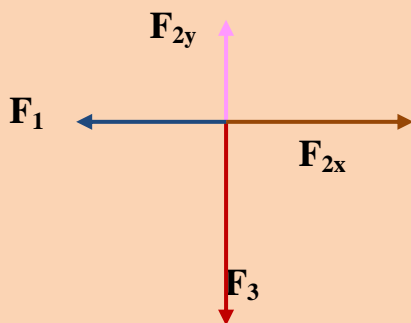
c)



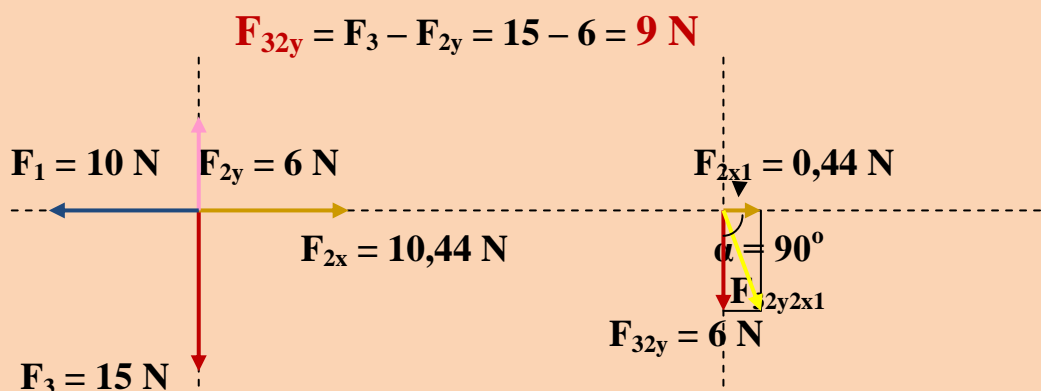
$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 30^\circ = 12\text{ N} \cdot 0,87 = 10,44\text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 30^\circ = 12\text{ N} \cdot 0,5 = 6\text{ N}$$

Ya tenemos todas las fuerzas en los ejes de coordenadas:



$$F_{2x1} = F_{2x} - F_1 = 10,44 - 10 = 0,44\text{ N}$$



$$F_{32y2x1} = (F_{32y}^2 + F_{2x1}^2)^{1/2} = [(6^2 + (0,44)^2)]^{1/2} = 6,016 \text{ N}$$

40.- Tenemos un cuerpo de masa 5 Kg en lo alto de un plano inclinado 45° sobre la horizontal y de 20 metros de longitud. Determinar, suponiendo que no existe rozamiento:

- La velocidad con la que llega a la parte baja del plano inclinado.
- El tiempo que tarda en recorrer los 20 metros del plano.

Resolución:

a)

Con los datos que nos proporcionan, mediante la ecuación:

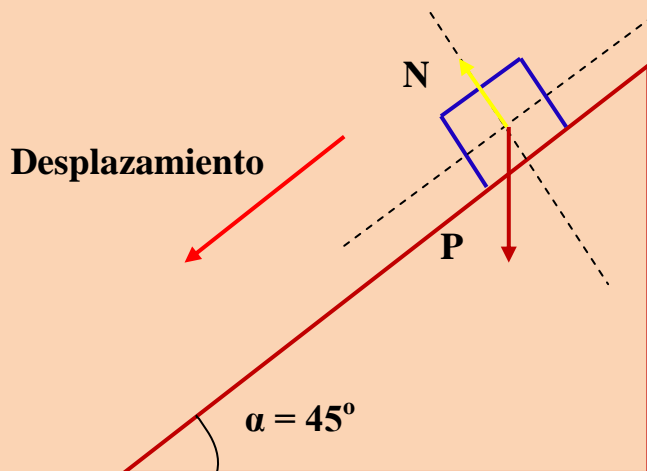
$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (1)$$

La $V_o = 0$ luego para conocer la V_f debemos conocer la **aceleración**.

Empezamos con la Dinámica:

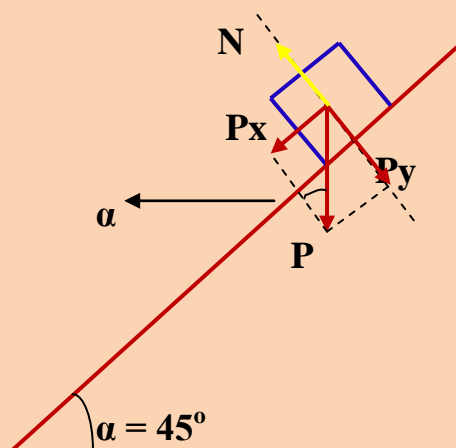
Situaremos el cuerpo en la parte superior, haremos pasar unos ejes de coordenadas sobre él y estableceremos el diagrama de fuerzas.

Dentro de la claridad
del aceite y sus aromas,
indican tu libertad
la libertad de tus lomas.



Según estas fuerzas, **no existe la que determina el desplazamiento descendente del cuerpo sobre el plano inclinado.**

Vamos a proyectar el peso sobre los ejes de coordenadas:



Con la obtención del diagrama de fuerzas ya hemos hecho algo muy importante. Ahora estudiaremos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada uno de los ejes de coordenadas:

No conoció el encuentro
del hombre y la mujer.
El amoroso vello
no pudo florecer.

Eje OY:

Si hubiéramos trabajado con papel milimetrado podríamos observar que la longitud del vector **N** y la del vector **Py** son exactamente iguales. Esto implica, si os acordáis del caso de fuerzas concurrentes en un punto, de igual intensidad, igual dirección y sentido contrario, que la resultante se obtenía mediante la diferencia de las fuerzas luego, en este eje: **OY**

$$\sum F = P_y - N = N - P_y = 0$$

Nos podemos **olvidar** de **Py** y de **N**.

En el **eje OY** no actúa fuerza alguna.

Eje OX:

En este eje el $\sum F$ lo determinaremos de la siguiente forma:

$$\sum F = F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}}$$

Las **F_{ganan}** son aquellas que llevan el mismo sentido del desplazamiento del cuerpo. La **F_{pierden}**, las que llevan sentido contrario. En nuestro caso:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2)$$

$$P_x - 0 = m \cdot a$$

Si en el diagrama de fuerzas observáis el triángulo \widehat{OPxP} vemos que:

$$\text{sen } \alpha = P_x / P \rightarrow P_x = P \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\text{sabemos que } P = m \cdot g \rightarrow P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

Si nos vamos a (2):

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$$
$$a = g \cdot \text{sen } \alpha$$

La ecuación anterior **no se debe aprender de memoria, debemos saber deducirla.**

Con esta ecuación conoceremos la aceleración de bajada:

$$a = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{sen } 45^\circ \quad ; \quad \text{sen } 45^\circ = 0,7$$

$$a = 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad ; \quad V_f^2 = 0 + 2 \cdot 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20 \text{ m} = 274,4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$V_f = (274,4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} \quad ; \quad V_f = 16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b)

En lo referente al tiempo:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad ; \quad 16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0 + 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot t$$

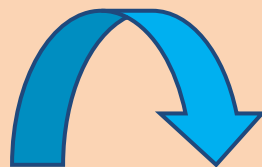
$$16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot t \quad ; \quad t = 16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} / 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$t = 2,4 \text{ s}$$

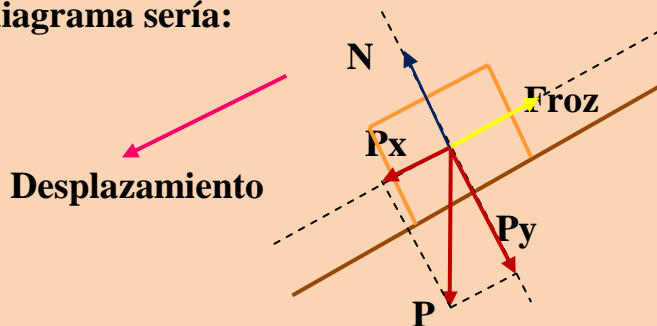
Observar que para resolver el ejercicio hemos tenido que recordar ecuaciones de Cinemática pero respecto a la **Dinámica**, la única ecuación que **hemos utilizado** ha sido:

$$\Sigma F = m \cdot a$$

*Una pequeña variación haría que el diagrama de fuerzas sea distinto y por lo tanto la ecuación final de la aceleración sería distinta a la anterior. Por ejemplo, si existe una **fuerza de rozamiento de 2 N**:*



El diagrama sería:



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$ (N y P_y se anulan mutuamente)

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{\text{gan}} - F_{\text{pier}} = m \cdot a$$

$$P_x - F_{\text{roz}} = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{\text{roz}} = m \cdot a$$

$$a = (m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{\text{roz}}) / m$$

Observar como la aceleración es distinta a la aceleración de la primera situación.

Con el nuevo valor de la aceleración podemos terminar de realizar el problema, con las mismas ecuaciones del primer enunciado.

41.- En la base de un plano inclinado, 30° sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de 5 Kg de masa. Le aplicamos una fuerza constante de 100 N paralela al plano inclinado y en sentido ascendente, adquiere una velocidad de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- ¿Qué espacio habrá recorrido, sobre el plano inclinado, a los 20 segundos de iniciado el movimiento.
- ¿Qué tiempo ha tardado en recorrer ese espacio?.

Resolución:

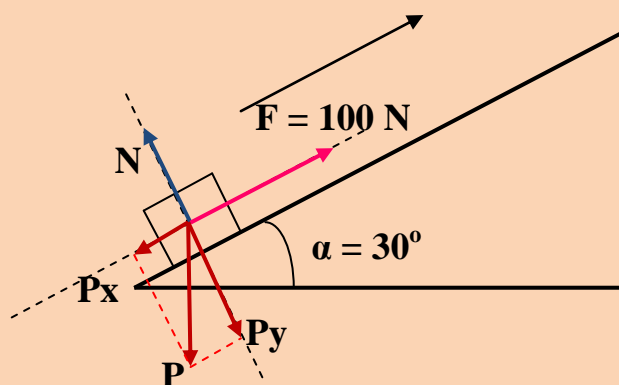
Leemos el problema y recordamos que el cuerpo está sometido a una fuerza lo que implica una aceleración. Esto me dice que nos encontramos frente a una situación de M.R.U.A:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad (1)$$

$$e = e_o + V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (3)$$

En todos los casos nos vemos en la necesidad del cálculo de la **aceleración** y para ello no tenemos más remedio que plantearnos el diagrama de fuerzas:



Eje OY: $N = P_y \rightarrow$ Se anulan mutuamente. No intervienen.

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$\sum F = F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}}$$

$$F - P_x = m \cdot a \quad ; \quad P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$100 - m \cdot g \cdot \text{sen } 30^\circ = m \cdot a$$

$$100 - 5 \cdot 9,8 \cdot 0,5 = 5 \cdot a \quad ; \quad a = 75,5 / 5 = 15,1 \text{ m.s}^{-2}$$

DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

Si trabajamos en el **S. I.** y nos sabemos las unidades de las diferentes magnitudes con las que hemos trabajado, podemos eliminar unidades de la ecuación y hacer el cálculo más rápido.

a)

Podemos utilizar la ecuación (3):

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$(20 \text{ m.s}^{-1})^2 = 0 + 2 \cdot 15,1 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 30,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot e$$

$$e = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 30,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} ; \quad e = 13,24 \text{ m}$$

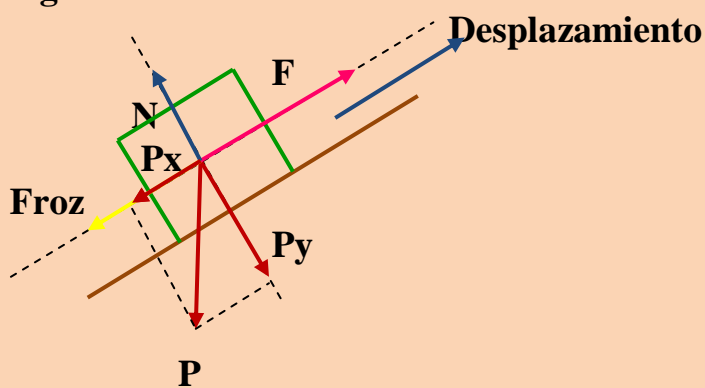
b)

En lo referente al tiempo:

$$V_f = V_o + a \cdot t ; \quad 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0 + 15,1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$t = 20 \text{ m.s}^{-1} / 15,1 \text{ m.s}^{-2} ; \quad t = 1,32 \text{ s}$$

Supongamos ahora la existencia de una fuerza de rozamiento de 5 N. El diagrama de fuerzas será:



$$\text{Eje OY: } N = P_y \rightarrow \sum F = 0$$

$$\text{Eje OX: } \sum F = m \cdot a$$

$$F_{\text{gan}} - F_{\text{pier}} = m \cdot a$$

$$F - (P_x + F_{roz}) = m \cdot a$$

$$a = [F - (P_x + F_{roz.})] / m$$

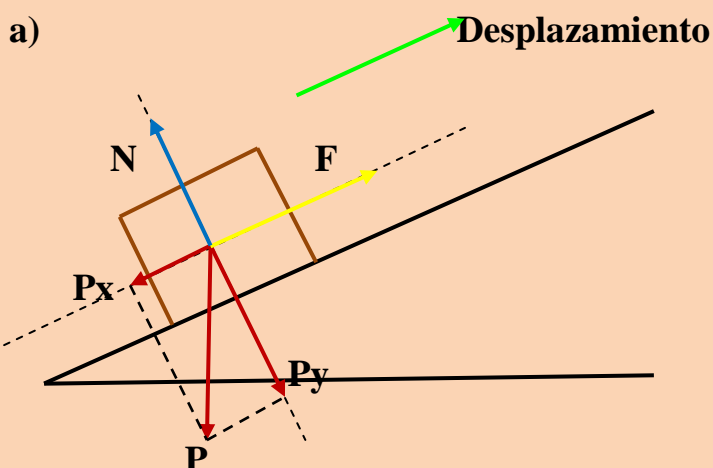
$$a = (F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{roz.}) / m$$

La aceleración es distinta a la aceleración de la situación inicial. El diagrama de fuerzas ya no es el mismo y $\sum F$ también será distinto. El resto del problema lo podéis resolver con el nuevo valor de la aceleración.

42.- Para subir un cuerpo de 10 kg por un plano inclinado liso (sin rozamiento) que forma un ángulo de 30° con la horizontal, se le aplica una fuerza de 130 N en la dirección de la máxima pendiente del plano ($p_x = 49$ N).

- Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
 - Halla la resultante sobre cada uno de los ejes (perpendicular y paralelo al plano).
 - Calcula la aceleración con la que sube por el plano.
 - Calcula la velocidad que tiene cuando ha recorrido 20 m.
- a) Resuelve el ejercicio suponiendo que existe una fuerza de rozamiento 20 N.

Resolución:



b)

Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden} = 130 \text{ N} - P_x = 130 \text{ N} - 49 \text{ N} = \mathbf{81 \text{ N}}$

c) Trabajamos en el eje OX. En el eje OY hemos visto que $\sum F = 0$

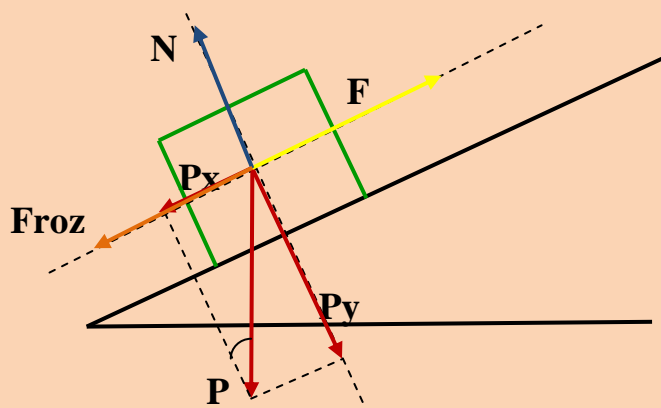
$\sum F = m \cdot a$; $81 \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot a$; $a = 81 \text{ N} / 10 \text{ Kg} = \mathbf{8,1 \text{ m.s}^{-2}}$

d) En Cinemática:

$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$; $V_o = 0 \rightarrow V_f^2 = 2 \cdot a \cdot e$

$V_f = (2 \cdot a \cdot e)^{1/2}$; $V_f = (2 \cdot 8,1 \text{ m.s}^{-2} \cdot 20 \text{ m})^{1/2} = \mathbf{18 \text{ m.s}^{-1}}$

e) El nuevo diagrama será:



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$

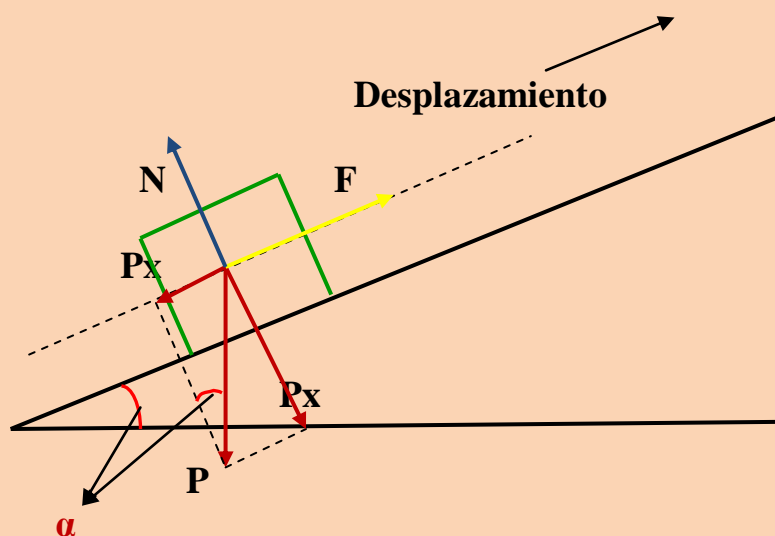
$F - (P_x - F_{roz}) = m \cdot a$

De esta expresión obtenemos el valor de “a” y podemos realizar el resto del problema.

43.- Se quiere subir un cuerpo de 200 Kg por un plano inclinado 30° con la horizontal. Determinar la fuerza que debería aplicarse al cuerpo para que ascendiera por el plano a velocidad constante.

Resolución:

El problema no dice nada de rozamiento, luego supondremos que **NO EXISTEN DE ROZAMIENTO**.



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

El desplazamiento es paralelo al eje **OX**.

Veamos las fuerzas que actúan en este eje:

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$

$$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$F - P_x = m \cdot a \quad ; \quad F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$$

Como queremos que el cuerpo suba a velocidad constante, la **aceleración debe valer cero ($a = 0$)**. Luego:

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot 0$$

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = 0$$

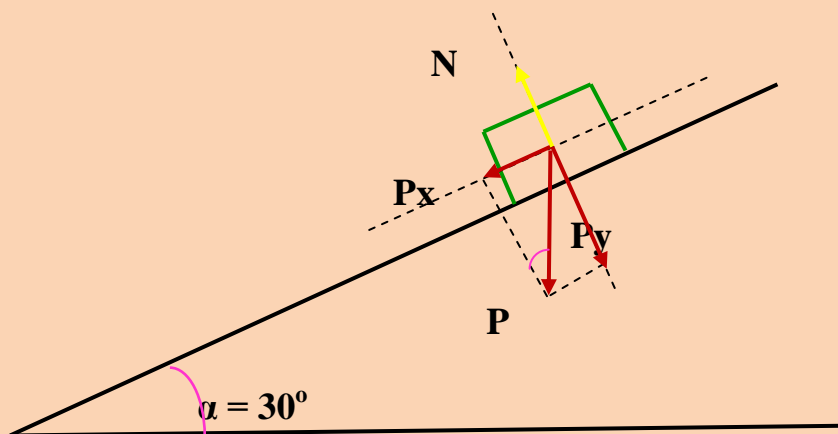
$$F = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha ; \quad F = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot \text{sen } 30^\circ = 980 \text{ N}$$

44.- Un bloque de $m = 2 \text{ Kg}$. se encuentra en la parte superior de un plano inclinado 30° y de longitud 4m , después continúa moviéndose por un plano horizontal hasta que se para, por la oposición al avance de una fuerza de 2N , calcula:

- Aceleración con que desciende por el plano inclinado.
- Tiempo que tarda en recorrer los 4m de longitud del plano inclinado.
- Velocidad con que llega al final de dicho plano.
- Calcula la aceleración que llevará por el plano horizontal.
- Tiempo que tarda en detenerse.(IES MORATO)

Resolución:

a)Nos vamos para la parte alta del plano inclinado:



Veamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su desplazamiento por el plano inclinado:

Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{\text{ganan}} - F_{\text{pieden}} = m \cdot a$$

$$P_x - 0 = m \cdot a \quad ; \quad P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot \text{sen } \alpha \quad ; \quad a = 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot \text{sen } 30^\circ = 4,9 \text{ m.s}^{-2}$$

c) Tiempo en descender el plano de 4 metros de largo:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad ; \quad V_0 = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$4 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2 \quad ; \quad t = (8 \text{ m} / 4,9 \text{ m.s}^{-2})^{1/2}$$

$$t = 1,27 \text{ s}$$

d) Vf?

$$V_f = V_0 + a \cdot t \quad ; \quad V_0 = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t$$

$$V_f = 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1,27 \text{ s} = 6,22 \text{ m.s}^{-1}$$

e)

Sentido del desplazamiento



Veamos, en el tramo horizontal sobre el cuerpo actúan las siguientes fuerzas:

Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

Antes de obtener el valor de la aceleración, pensemos. Como la fuerza que actúa lleva el sentido contrario al desplazamiento, la aceleración debe ser negativa. Veamos si es cierto:

$$F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$

$$0 - F = m \cdot a ; 0 - 2 \text{ N} = 2 \text{ Kg} \cdot a$$

$$a = - 2 \text{ N} / 2 \text{ Kg} ; a = - 1 \text{ m.s}^{-2}$$

En lo referente al tiempo que tarda en pararse, sabemos:

$$V_0 = 6,22 \text{ m.s}^{-1}$$

$$a = - 1 \text{ m.s}^{-2}$$

$$V_f = 0$$

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; 0 = 6,22 \text{ m.s}^{-1} + (- 1 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$0 = 6,22 \text{ m.s}^{-1} - 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$V_f = 0$$

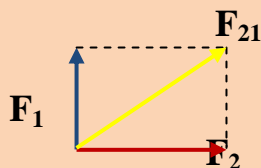
$$1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 6,22 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 6,22 \text{ m.s}^{-1} / 1 \text{ m.s}^{-2} = 6,22 \text{ s}$$

45.- Tres fuerzas aplicadas a un mismo punto se equilibran entre sí. Dos de ellas son perpendiculares y sus intensidades valen 10N y 20N. ¿Qué características tendrá la tercera fuerza?. Haga un esquema.(IES MORATO)

Resolución:

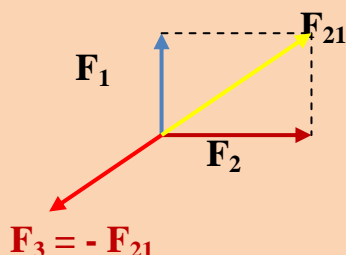
Trabajaremos con las dos fuerzas que conocemos y que podemos calcular su resultante:



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} ; F_{21} = (10^2 + 20^2)^{1/2} ; F_{21} = (100 + 400)^{1/2}$$

$$F_{21} = 22,4 \text{ N}$$

La tercera fuerza, F_3 , tiene que establecer el equilibrio en el sistema, luego numéricamente debe valer 22,4 N, tener la misma dirección de F_{21} y sentido contrario, es decir:

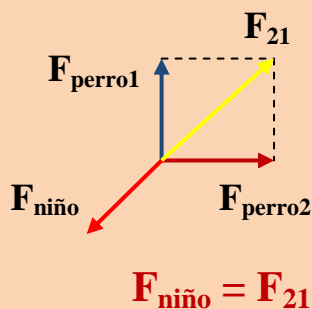


46.- Un niño sujeta en cada una de sus manos un perro atado a una correa. Los dos perros tiran del niño en direcciones perpendiculares y con las fuerzas de 1N y 1,5N. ¿Cómo debe ser la fuerza que haga el niño para no moverse?

(Fuente Enunciado: IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)

Resolución:

Para que el niño no se mueva el sistema (los dos perros y el niño) debe estar en equilibrio. Para ello el niño tendrá que realizar una fuerza que equilibre a la **resultante** (F_{21}) de las fuerzas que ejercen los perros, es decir, **del mismo valor**, de la misma dirección y de sentido contrario. Según el esquema:



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} ; F_{21} = [1^2 + (1,5)^2]^{1/2}$$

$$F_{21} = (1 + 2,25)^{1/2} ; F_{21} = 1,8 \text{ N}$$

La fuerza que **debe ejercer el niño vale 1,8 N.**

47.- Cuando un automóvil recorre una curva sobre terreno horizontal, la fuerza centrípeta necesaria para ello es el rozamiento entre las ruedas y el suelo. Si un automóvil describe una curva de 50 m de radio a 90 Km/h ¿Cuánto valdrá la Fuerza centrípeta si la masa del automóvil es de 1000 Kg?.

Resolución:

$$R = 50 \text{ m}$$

$$V = 90 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

$$m = 1000 \text{ Kg}$$

$$F_c = m \cdot V^2 / R$$

$$F_c = 1000 \text{ Kg} \cdot (25 \text{ m.s}^{-1})^2 / 50 \text{ m} ; F_c = 12500 \text{ N}$$

48.- Un satélite artificial de 200 Kg gira en órbita circular a 200 Km de altura sobre la superficie terrestre a una velocidad de 7,5 Km/s. Calcula la aceleración y la fuerza centrípeta que lo mantiene en órbita. (Fuente Enunciado: IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)

Resolución:

$$m = 200 \text{ Kg}$$

$$R = 200 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} = 200000 \text{ m}$$

$$V = 7,5 \text{ Km/s} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} = 7500 \text{ m.s}^{-1}$$

$$a_n = V^2/R ; a_n = (7500 \text{ m.s}^{-1})^2 / 200000 \text{ m} = 281,25 \text{ m.s}^{-2}$$

$$F_c = m \cdot a_n ; F_c = 200 \text{ Kg} \cdot 281,25 \text{ m.s}^{-2} = 56250 \text{ N.}$$

49.- Calcular la velocidad lineal y angular de la luna, en su órbita alrededor de la tierra, expresando la velocidad angular en rad/s y en vueltas/día. (Datos: $G= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{Kg}^2$; $M_t=5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R(\text{ tierra- luna})= 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$).

Resolución:

$$V = \Delta e/t$$

Δe será la longitud de la trayectoria (circular) = $2 \cdot \pi \cdot R$

$$\Delta e = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,84 \cdot 10^8 \text{ m} = 24,11 \cdot 10^8 \text{ m}$$

La luna tarda aproximadamente **28** días en dar una vuelta a la tierra.

$$t = 28 \text{ días} \cdot \cancel{24 \text{ h}} / \cancel{1 \text{ día}} \cdot 3600 \text{ s} / \cancel{1 \text{ h}} = 2,42 \cdot 10^6 \text{ s}$$

luego:

$$V = 24,11 \cdot 10^8 \text{ m} / 2,42 \cdot 10^6 \text{ s} = 996,3 \text{ m.s}^{-1}$$

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R ; \omega = V / R ; \omega = 996,3 \text{ m.s}^{-1} / 3,84 \cdot 10^8 \text{ m} = 259,45 \cdot 10^{-8} \text{ rad/s} = 2,59 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

En lo referente a **vueltas / día** partiremos de V:

$$V = 996,3 \text{ m.s}^{-1} \cdot (1 \text{ vuelta} / 24,11 \cdot 10^8 \text{ m}) \cdot (86400 \text{ s} / 1 \text{ día}) = 3,57 \cdot 10^{-2} \text{ vueltas} / \text{ día}$$

49.- Sabiendo que la luna tiene una $m = 7,3 \cdot 10^{22} \text{Kg}$ y que su radio es de 1740Km , determina:

- a) El valor de la gravedad sobre la superficie de la luna.
- b) El peso de un hombre de $M=80 \text{Kg}$ situado sobre la superficie lunar.

Resolución:

a) Se dedujo en el apartado teórico que:

$$g = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$$

$$1740 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$$

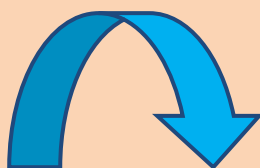
$$\begin{aligned} g &= (6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2) \cdot 7,3 \cdot 10^{22} \text{ Kg} / (1,74 \cdot 10^6 \text{ m})^2 = \\ &= (48,69 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}) / 3 \cdot 10^{12} \text{ m}^2 = 16,23 \cdot 10^{-1} \text{ N/Kg} = \\ &= \mathbf{1,62 \text{ N/Kg} = 1,62 \text{ m/s}^2 = 1,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \end{aligned}$$

b) Sabemos que:

$$P = m \cdot g_L ; P = 80 \text{ Kg} \cdot 1,62 \text{ N/Kg} = \mathbf{129,6 \text{ N}}$$

50.- ¿ A qué distancia deben situarse dos cuerpos de masa 10^9g para que se atrajeran con una fuerza de 1 N .? (Fuente Enunciado: IES MORATO, Resolución: A. Zaragoza)

Resolución:



DINÁMICA. ESTUDIO DE LAS FUERZAS

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} ; d^2 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{F}$$

$$m = 10^9 \text{ g} / 1000 \text{ g} = 10^6 \text{ Kg}$$

$$d = (G \cdot m_1 \cdot m_2 / F)^{1/2}$$

$$d = (6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot 10^6 \text{ Kg} / 1 \text{ N})^{1/2} = (6,67 \cdot 10 \text{ m}^2)^{1/2} = 8,16 \text{ m.}$$

----- O -----