

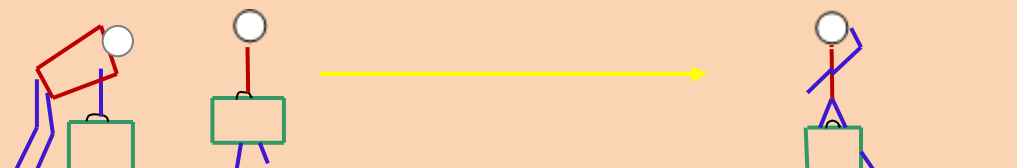
TEMA Nº 5. TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

1.- Establece las diferencias entre el Trabajo Mecánico y el Trabajo Muscular.

Respuesta:

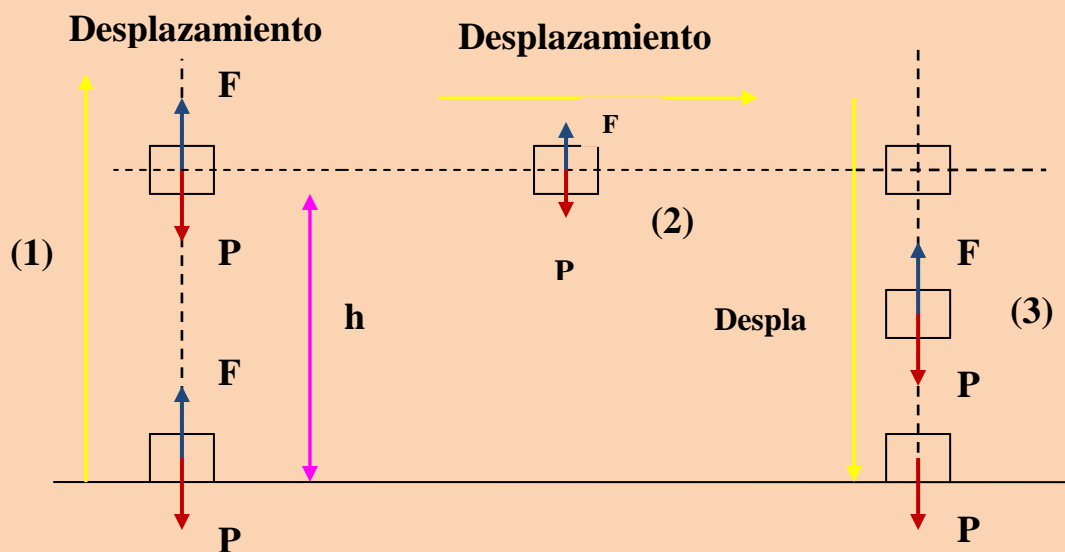
Estudiemos la siguiente experiencia:

Un Señor llega en taxi a la estación del tren. El taxista le saca la maleta del maletero del taxi. El señor toma la maleta y se dirige hacia el andén de la estación. Llegado al sitio deja en el suelo la maleta. Un croquis de la experiencia podría ser:



Un diagrama de fuerzas nos servirá para establecer la diferencia que buscamos.

Andaluces de Jaén,
aceituneros altivos,
decidme en el alma: ¿quién,
quién levantó los olivos?



En la etapa (1) podemos observar como la fuerza que realiza el Señor tiene la *misma dirección* y *sentido* del desplazamiento. Esta fuerza con estas características desarrollan el *Trabajo Mecánico*. Trabajo mecánico que quedará almacenado en la maleta en forma de *Energía Potencial* [1].

[1] Se verá más adelante

En el desplazamiento (2), la fuerza que desarrolla el Señor **NO** tiene la *dirección* y *sentido* del desplazamiento de la maleta. *No se desarrolla un Trabajo Mecánico* pero nuestros brazos al neutralizar el peso realizan un *Trabajo Muscular* (los músculos realizan acciones musculares, la contracción y la relajación. La relajación es cuando se detiene o se interrumpe la primera). Este trabajo lleva consigo un *gasto de energía* por parte del Señor que está *sosteniendo* la maleta.

En la etapa (3) vemos como el Señor sigue realizando una fuerza pero ahora en la *misma dirección* pero *en sentido contrario* al desplazamiento. Se está realizando un *trabajo negativo* por parte del señor para *contrarrestar el peso del cuerpo*.

En conclusión:

Trabajo Mecánico es aquel cuya fuerza aplicada *coincide* o *tiene componente* en la *dirección* del desplazamiento del cuerpo.

Cuando *no se dan estas circunstancias* lo que se produce es un **Trabajo Muscular** que como el Trabajo Mecánico necesita, por parte del Señor, un consumo de energía.

2.- Establece y define las unidades del Trabajo

Respuesta:

Para establecer las unidades de una magnitud debemos establecer la Ecuación Dimensional de la misma. La Ecuación Dimensional nace de la ecuación de la magnitud:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

En donde:

W = Trabajo

F = Fuerza aplicada

e = espacio recorrido

α = ángulo que forma la fuerza aplicada con la dirección del desplazamiento.

El **cos α** es un valor numérico y en las ecuaciones dimensionales no intervienen los valores numéricos. Luego nuestra ecuación de partida es:

$$W = F \cdot e$$

Camino corto y válido para nuestro nivel de asignatura:

$$[F] = [F] \cdot [e]$$

Trabajamos en el S.I. y las unidades de:

$$F = N$$

$$e = m$$

Luego en el S.I.:

$$W = N \cdot m$$

Al producto $N \cdot m$ se le conoce como **Julio** y se *define como el trabajo realizado por la fuerza de 1 Newton a lo largo de 1 metro.*

Existen otras unidades del trabajo correspondientes al *Sistema Cegesimal* y al *Sistema Técnico* pero las deduciremos por el camino largo, exigente para algunos profesores y/o para alumnos aventajados.

Vamos a ello:

$$W = F \cdot e$$

Tomamos ecuaciones de dimensiones:

$$[W] = [F] \cdot [e] \quad (1)$$

$$F = m \cdot a \rightarrow [F] = [m] \cdot [a] \quad (2)$$

$$[m] = M$$

$$a = \frac{V}{t} \rightarrow [a] = \frac{[V]}{[t]} \quad (3)$$

$$V = \frac{e}{T} \rightarrow [V] = \frac{[e]}{[t]} \quad (4)$$

$$[e] = L$$

$$[t] = T$$

Lo llevamos a (4):

$$[V] = \frac{L}{T}$$

Lo llevamos a (3):

$$[a] = \frac{\frac{L}{T}}{T} = \frac{L}{T^2} = L \cdot T^{-2}$$

Lo llevamos a (2):

$$[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

Lo llevamos a (1):

$$[W] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L$$

$$[W] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

En el S.I. la unidad de trabajo viene dada por el producto de las unidades:

$$Kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

Podemos reagrupar:

$$\boxed{Kg \cdot m \cdot s^{-2}} \cdot m$$

⏟

$$N \cdot m = \text{Julio}$$

El Julio equivale a la fuerza realizada por 1 N a lo largo de 1 m.

Sistema Cegesimal:

$$\underbrace{\text{g} \cdot \text{cm/s}^2}_{\text{Dina}} \cdot \text{cm} = \text{Ergio}$$

Ergio es el trabajo realizado por la fuerza de 1 Dina a lo largo de 1 cm.

Sistema Técnico:

$$\underbrace{\text{U.T.M} \cdot \text{m/s}^2}_{\text{Kp}} \cdot \text{m} = \text{Kilográmetro}$$

1 U.T.M. (Unidad Técnica de Masa) = 9,8 Kg

Kilográmetro es el trabajo realizado por la fuerza de un Kilopondio a lo largo de 1 metro.

3.- Equivalencias entre las unidades del trabajo

Respuesta:

Recordemos primero las unidades de fuerza y sus equivalencias:

$$1 \text{ Kp} = 9,8 \text{ N}$$

$$1 \text{ N} = 1000000 \text{ Dinas} = 10^5 \text{ Dinas}$$

$$1 \text{ Kp} = 9,8 \cdot 10^5 \text{ Dinas}$$

Veamos las equivalencias entre las unidades del Trabajo:

$$1 \text{ Kgm} = \cancel{\text{Kp}} \cdot \text{m} \cdot \frac{9,8 \text{ N}}{\cancel{1 \text{ Kp}}} = 9,8 \text{ N} \cdot \text{m} = 9,8 \text{ Julios}$$

$$1 \text{ Julio} = 1 \cancel{\text{N}} \cdot \cancel{\text{m}} \cdot \frac{10^5 \text{ Dinias}}{1 \cancel{\text{N}}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{m}}} = 10^7 \text{ Dinias} \cdot \text{cm} = \\ = 10^7 \text{ Ergios}$$

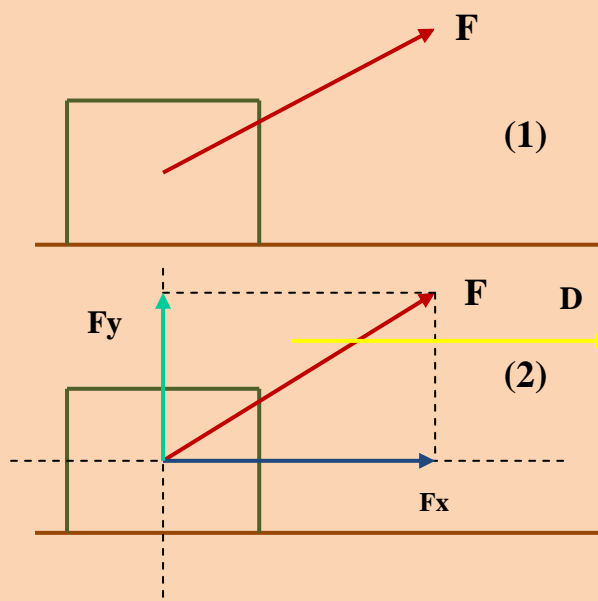
Por tanto:

$$1 \text{ Kgm} = 9,8 \cdot 10^7 \text{ Ergios}$$

4.- ¿Cuál es la condición que se debe cumplir para que una fuerza realice Trabajo?

Respuesta:

Según el esquema (1) el cuerpo se desplazaría hacia la derecha y hacia arriba, cosa que no ocurre puesto que sigue deslizándose por el suelo. El en diagrama (2), al descomponer la fuerza F en sus dos componentes, la, F_x justifica el deslizamiento hacia la derecha.



Comprobamos como en el esquema (2) existe una componente de F , F_x , que tiene la *misma dirección* y *sentido* del desplazamiento (D) del cuerpo. Por lo tanto se realiza un Trabajo mecánico.

Según el esquema podemos decir:

$$W = F_x \cdot e$$

En el triángulo OAB:

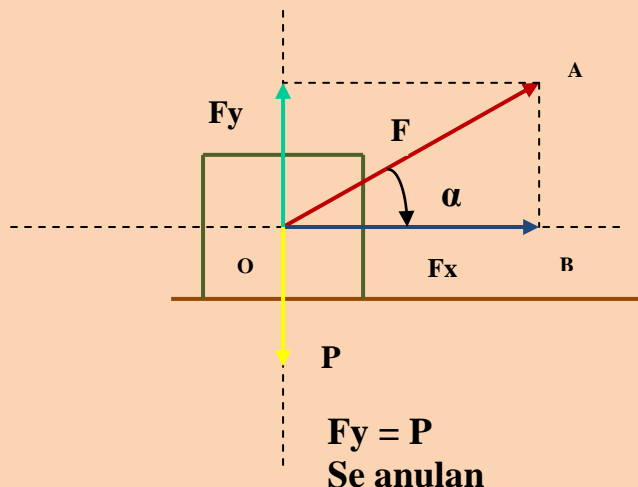
$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

Por tanto:

$$W = F \cdot \cos \alpha \cdot e$$

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$



5.- ¿Puede una fuerza no realizar trabajo? ¿en qué condiciones?

Respuesta:

Según lo dicho y escrito en las cuestiones 1) y 4), una fuerza puede **NO REALIZAR TRABAJO** en dos condiciones:

- Cuando la Fuerza aplicada no coincide con la dirección y sentido del desplazamiento
- Cuando la fuerza forma un ángulo de 90° con la dirección del desplazamiento. Ya se ha dicho que:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Si } \alpha = 90^\circ \rightarrow \cos 90^\circ = 0$$

Luego:

$$W = F \cdot e \cdot 0 = 0$$

6.- ¿Es correcta la expresión: “energía es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo?”

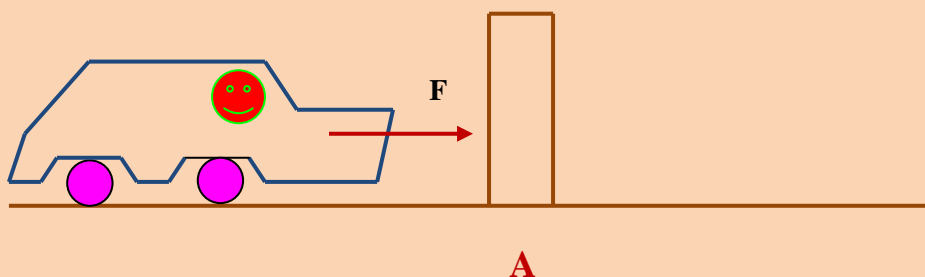
Respuesta:

Depende del tipo de energía que tenga el cuerpo:

a) Si la **Energía es Cinética** (E_C):

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

Si un vehículo tiene **Velocidad** tiene **Energía** y a mayor velocidad mayor energía. Supongamos que estamos en una sala de pruebas de la resistencia de la carrocería de un coche determinado. Lo lanzamos hacia un muro de cemento a una velocidad determinada:



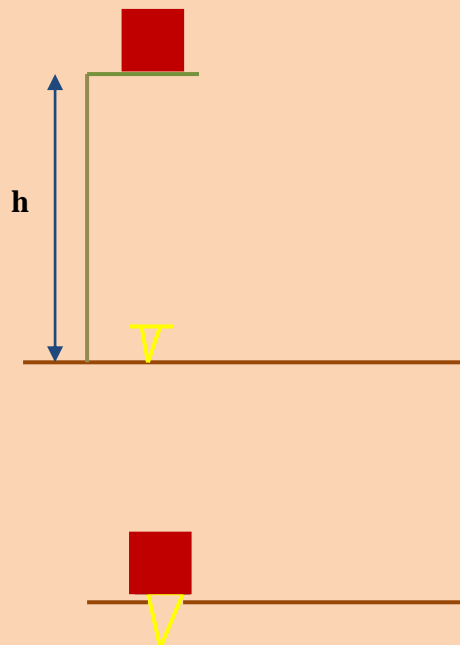
Después del choque la situación es la siguiente:



El coche ha quedado destrozado pero su **Fuerza** ha sido capaz de desplazar el bloque de la posición **A** a **B**. Se **ha ejercido una fuerza a lo largo de una distancia** y por lo tanto se ha realizado **Trabajo**

- b) Si la **Energía es Potencial** (Energía que posee un cuerpo situado a una altura del sistema de referencia), puede **existir trabajo o no**. Me explico:

Tenemos un cuerpo a una altura, **h**, sobre el suelo. Tiene **Energía Potencial** pero mientras lo mantengamos en la posición inicial no realizara **TRABAJO**. Tiene energía y **NO REALIZA TRABAJO**. Pero si lo dejamos en libertad y cae encima del clavo que hemos puesto en el suelo, en su vertical, el resultado es que el clavo se ha introducido en el suelo lo que significa que el cuerpo ha ejercido una fuerza a lo largo de una profundidad. **SE HA PRODUCIDO TRABAJO**.



7.- Deduce que las unidades de Trabajo, Energía Cinética y Energía Potencial tienen la misma unidad en el S.I.

Respuesta:

Para que estas tres magnitudes tengan la misma unidad en el S.I. debemos demostrar que las tres tienen la misma ecuación de dimensiones:

- a) **Trabajo (W)**

En la cuestión 2 de este trabajo se demostró que:

$$[W] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

En el S.I.: $W = \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

Reagrupando:

$$W = \underbrace{\text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m}}_{\text{N} \cdot \text{m}} = \text{Julio}$$

b) *Energía Cinética (E_C)*

Su ecuación:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

En las ecuaciones de dimensiones, los datos numéricos los podemos eliminar, nos queda:

$$[E_C] = [M] \cdot [V^2] \quad (1)$$

$$[M] = M$$

$$V = \frac{e}{T} ; [e] = L ; [T] = T$$

Por lo tanto:

$$[V] = \frac{L}{T} ; [V] = L \cdot T^{-1} \quad \text{llevada a (1):}$$

$$[E_C] = M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

Reagrupando:

$$[E_C] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L$$

No los levantó la nada,
ni el dinero, ni el señor,
sino la tierra callada,
el trabajo y el sudor.

En el S.I.:

$$[E_C] = \text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m}$$

$$\text{N} \cdot \text{m} = \text{Julio}$$

c) *Energía Potencial (Ep)*

Su ecuación:

$$E_p = m \cdot g \cdot h ; g = \text{aceleración de la gravedad} = a$$

$$[E_p] = [M] \cdot [a] \cdot [h] \quad (1)$$

$$[M] = M$$

$$a = \frac{V}{t} ; [a] = \frac{[V]}{[t]} \quad (2)$$

$$[t] = T$$

$$V = \frac{e}{t} ; [V] = \frac{[e]}{[t]} \quad (3)$$

$$[e] = L$$

Llevado a (3):

$$[V] = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$$

Unidos al agua pura
y a los planetas unidos,
los tres dieron la hermosura
de los troncos retorcidos.

Llevado a (2):

$$[a] = \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}$$

Llevado a (1):

$$[E_P] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L$$


$$[E_P] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

En el S.I.:

$$[E_P] = \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{t}^{-2}$$

Reagrupando:

$$[E_P] = \text{Kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m}$$


N · m = Julio

8.- El Kilovatio . hora (KW – h) ¿Es unidad de Trabajo o de Potencia?

Respuesta:

Si partimos de la definición de potencia: *Trabajo realizado en la unidad de tiempo*

$$P = \frac{W}{t}$$

Podemos despejar el Trabajo:

$$W = P \cdot t$$

El **Kilovatio** es unidad de **Potencia**. Luego:

$$\text{Kilovatio} \cdot \text{h} = \text{Unidad de Trabajo}$$

8.- Establece la equivalencia entre el Kw – h y el Julio

Respuesta:

Recordemos la definición de *vatio*: *Trabajo realizado por un Julio en la unidad de tiempo*

Su unidad en el S.I.:

$$\text{Vatio} = \frac{\text{Julio}}{\text{s}}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \text{Kw} \cdot \text{h} &= 1000 \text{ vatios} \cdot \text{h} = 1000 \cdot \frac{\text{Julio}}{\text{s}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3600000 \text{ Julios} \\ &= 3,6 \cdot 10^6 \text{ Julios} \end{aligned}$$

7.- Establece la equivalencia entre el Vatio y el CV

Respuesta:

En el apartado anterior se demostró que:

$$\text{Vatio} = \frac{\text{Julio}}{\text{s}}$$

El **C.V.** Es la potencia necesaria para elevar 75 kg a un metro en un segundo.

$$P = \frac{W}{t}$$

El trabajo realizado es igual a la **Ep** adquirida por el cuerpo de 75 Kg de masa a una altura de 1 m.:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$W = E_p = 75 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 735 \text{ Julios}$$

Luego:

$$1 \text{ C. V.} = \frac{735 \text{ J}}{\text{s}} = 735 \text{ vatios}$$

8.- Lanzas por el suelo horizontal un cuerpo con una cierta velocidad. Supongamos que no existe rozamiento:

- ¿Se conserva la energía mecánica?
- ¿Qué ocurre con la velocidad?
- ¿Qué tipo de movimiento?
- ¿Hay alguna ley de la dinámica que permita llegar a la misma conclusión?

Respuesta:

El cuerpo es lanzado con cierta velocidad lo que nos indica que en el momento de su lanzamiento tienen energía en forma de **Energía Cinética** ($E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$)

- Si el cuerpo se desliza sin tener que vencer fuerza alguna la **Energía se conserva.**
- No hay fuerza que **frene al cuerpo** lo que implica que la **velocidad se mantenga constante**

- c) Con velocidad constante llevará un **M.R.U.**
d) La **Ecuación Fundamental de la Dinámica** nos dice:

$$\sum F = m \cdot a$$

La fuerza que se utilizó para lanzar el cuerpo es una **Fuerza Instantánea** que proporciona la velocidad al cuerpo pero que **deja de actuar** cuando deje de tener contacto con el cuerpo.

A lo largo de toda la experiencia no ha existido fuerza alguna. El cuerpo tiene un **Movimiento Uniforme** lo que demuestra que su **aceleración es nula** ($a = 0$), luego:

$$\sum F = 0$$

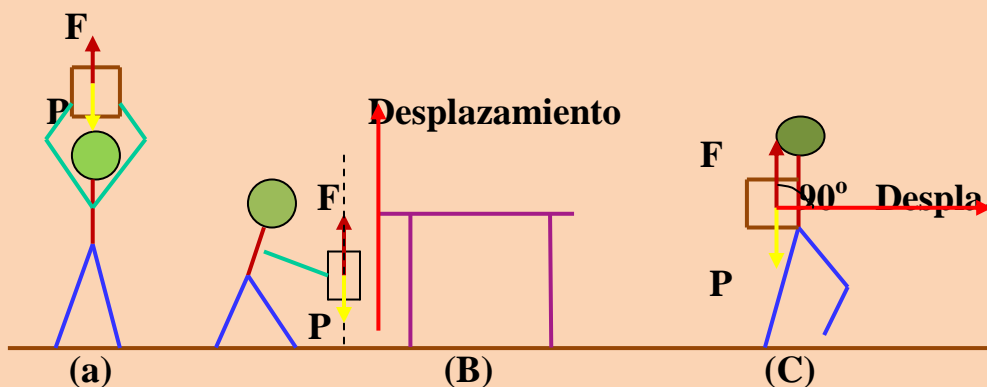
Lo que justifica las conclusiones de los apartados anteriores.

9.- Razona si se realiza trabajo en los siguientes casos:

- Un alumno sostiene una mochila de 10 Kg por encima de su cabeza durante un minuto.
- Una alumna sube una mochila de 10 N de peso del suelo a la mesa.
- Otra chica lleva la mochila a la espalda de camino a casa

Resolución:

Esquema de Fuerzas:



- a) El alumno consigue el **Equilibrio Estático** pero **NO EXISTE DESPLAZAMIENTO**, luego **NO SE REALIZA TRABAJO**.
- b) La alumna está elevando, mediante una fuerza igual o mayor que el peso de la mochila, a una altura igual a la altura de la mesa. Se *ejerce una fuerza en la dirección y sentido del desplazamiento*. **SE REALIZA TRABAJO**.
- c) En el tercer caso el ángulo que existe entre la fuerza que hace la alumna para trasladar la mochila y el desplazamiento es de 90° .

Sabemos que:

$$W = F \cdot e \cdot \cos 90^\circ$$

$$\cos 90^\circ = 0 \rightarrow W = F \cdot e \cdot 0 = 0$$

NO SE REALIZA TRABAJO.

10.- Calcula el trabajo realizado para arrastrar un carro, si se realiza una fuerza de 3000 N a lo largo de 200 m.

Resolución:

El enunciado no dice nada referente al ángulo que forma la fuerza con la dirección del desplazamiento. **SUPONDREMOS** que la fuerza coincide con dicha dirección lo que implica que $\alpha = 0^\circ$. Como el $\cos 0^\circ = 1$ la ecuación del trabajo nos queda de la forma:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = F \cdot e \cdot 1 = F \cdot e$$

$$W = 3000 \text{ N} \cdot 200 \text{ m} = 600000 \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{600000 \text{ Julios}}$$

11.- Un saco de ladrillos de 200 Kg tiene que ser elevado al tercer piso de una obra en construcción (10 m). Un obrero realiza el trabajo en 20 minutos mientras que una grúa lo realiza en 2 segundos. ¿Qué trabajo realiza el obrero? ¿Y la grúa?

Resolución:

$$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 1960 \text{ N}$$

Obrero:

Tiene que ejercer una fuerza igual al peso del cuerpo coincidiendo con la dirección del desplazamiento ($\alpha = 0^\circ$). Luego el trabajo del obrero será:

$$W = F \cdot e = P \cdot h = 1960 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 19600 \text{ N}$$

Grúa:

La grúa mediante su cable elevará el saco con una fuerza igual al peso del saco y coincidiendo con la dirección del movimiento ($\alpha = 0^\circ$). El trabajo realizado por la grúa será:

$$W = F \cdot e = P \cdot h = 1960 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 19600 \text{ N}$$

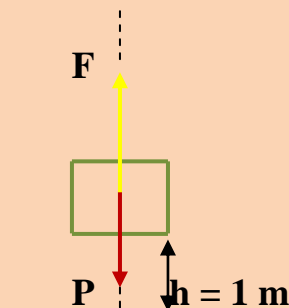
Grúa y obrero realizan el mismo trabajo. La diferencia estriba en la **Potencia** del obrero y de la grúa.

12.- Calcula el trabajo realizado para transportar una maleta de 5 Kg en los siguientes casos:

- Levantarla del suelo hasta 1m de altura.
- Arrastrarla 1m por el suelo aplicando una fuerza igual a su peso.
- Arrastrarla por el suelo 1m aplicando una fuerza de 20N que forme un ángulo de 30° con respecto a la horizontal.

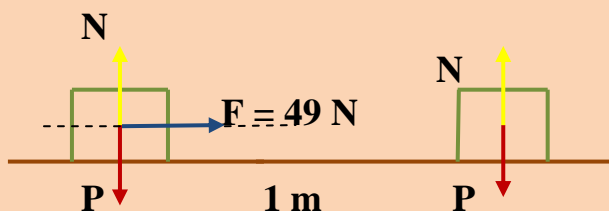
Resolución:

a) $m_{\text{cuerpo}} = 5 \text{ Kg}$
 $P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 49 \text{ N}$



$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 49 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 = 49 \text{ J}$$

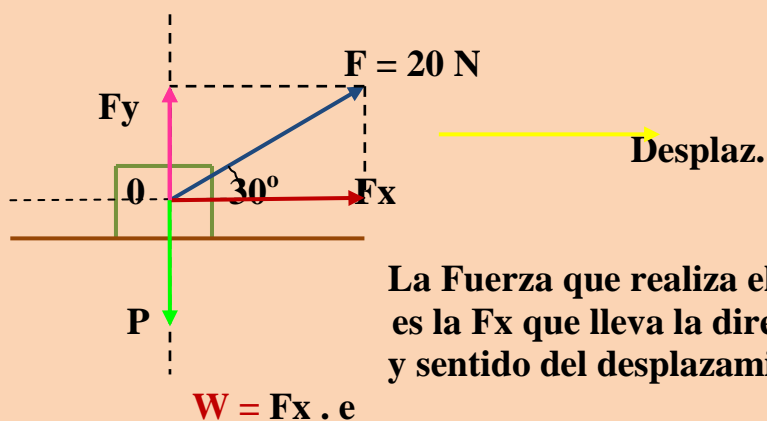
b)



$P = N \rightarrow$ Se anulan mutuamente

$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = 49 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 = 49 \text{ J}$$

c)



La Fuerza que realiza el trabajo es la F_x que lleva la dirección y sentido del desplazamiento

$$W = F_x \cdot e$$

Según el triángulo $0FF_x$:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

luego:

$$W = F \cdot \cos \alpha \cdot e$$

Reagrupando:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

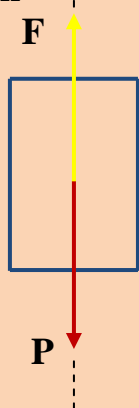
$$W = 20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0,87 = 17,4 \text{ J}$$

13.- Calcula el trabajo realizado por el motor de un montacargas que tiene una masa de 2000 Kg cuando lo eleva al 4º piso. La altura de cada piso es de 3 m. Si tarda 10 s en la ascensión ¿Cuál es la potencia desarrollada?.

Resolución:

$$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 2000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 19600 \text{ N}$$

$$h = 12 \text{ m}$$



$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 19600 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} \cdot 1 =$$
$$= 235200 \text{ J}$$

$$P = W / t ; P = 235200 \text{ J} / 10 \text{ s} = 23520 \text{ W}$$

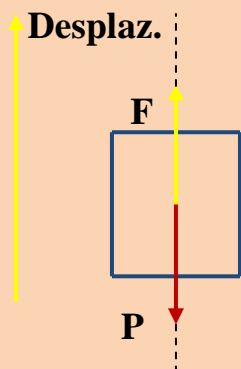
14.- Una grúa eleva una masa de 200 Kg a una altura de 8 m a una velocidad constante en 4 s. Calcula:

- la fuerza realizada por la grúa.
- El trabajo físico realizado por esa fuerza.
- La potencia desarrollada por la grúa

Resolución:

a) $P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 1960 \text{ N}$

La fuerza que debe hacer la grúa es igual al
Peso del cuerpo para poder mantener una
Velocidad constante



$F = P = 1960 \text{ N}$

$\cos 0^\circ = 1$

b) $W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot 1 = 1960 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} \cdot 1 = 15690 \text{ J}$

c) $P = W / t ; P = 15680 \text{ J} / 4 \text{ s} = 3920 \text{ W}$

15.- Un motor eleva una carga de 500 Kg a 50 m de altura en 25 s.
Calcula la potencia desarrollada.

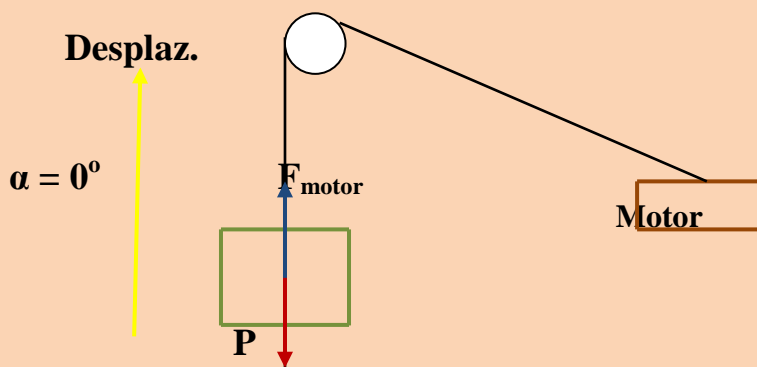
Resolución:

$m_{\text{cuerpo}} = 500 \text{ Kg}$

$P_{\text{cuerpo}} = m \cdot g = 500 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 4900 \text{ N}$

$h = 50 \text{ m}$

$t = 25 \text{ s}$



El trabajo realizado viene dado por la expresión:

$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = P \cdot h \cdot \cos 0^\circ = 4900 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = \mathbf{245000 \text{ J}}$$

La potencia desarrollada por el motor:

$$P = W / t ; P = 245000 \text{ J} / 25 \text{ s} = \mathbf{9800 \text{ W}}$$

16.- Un coche de fórmula 1 que tiene una masa de 800 Kg, circula por una recta a 300 Km/h. Calcula su energía cinética.

Resolución:

Trabajamos en el S.I.:

$$m = 800 \text{ Kg}$$

$$V = 300 \frac{\cancel{\text{Km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{Km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 83,33 \text{ m/s}$$

La Energía Cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 800 \text{ Kg} \cdot (83,33 \text{ m.s}^{-1})^2 = \mathbf{2777555,56 \text{ J}}$$

17.- Halla la energía potencial y la energía cinética de un avión de 60 toneladas que vuela a 8000 m de altura a una velocidad de 1000 Km/h. Calcula su energía mecánica.

Resolución:

Todas las unidades al .I.:

$$m = 60 \cancel{\text{Tm}} \cdot \frac{1000 \text{ Kg}}{1 \cancel{\text{Tm}}} = 60000 \text{ Kg}$$

$$h = 8000 \text{ m}$$

$$V = 1000 \cdot \frac{\text{Km}}{h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 277,8 \text{ m/s}$$

Su Energía Cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 60000 \text{ Kg} \cdot (277,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 2,31 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Su Energía Potencial:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 60000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 8000 \text{ m} = 4,7 \cdot 10^9 \text{ J}$$

La Energía Mecánica:

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_m = 2,31 \cdot 10^9 \text{ J} + 4,7 \cdot 10^9 \text{ J} = 7,01 \cdot 10^9 \text{ Julios}$$

18.- Desde una altura de 200 m se deja caer una piedra de 5 Kg.

- ¿Con qué velocidad llega al suelo?
- ¿Cuánto valdrá la energía potencial en el punto más alto?
- ¿Cuánto valdrá su energía cinética al llegar al suelo?
- ¿Cuánto valdrá su velocidad en el punto medio del recorrido?

Emplear sólo consideraciones energéticas para resolver el ejercicio.

Resolución:

Trabajamos en el S.I.:

a) $h = 200 \text{ m}$
 $m = 5 \text{ Kg}$

Por el P.C.E (Principio de Conservación de la Energía):

$$E_p = E_c$$

Sustituimos:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 200 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot V^2$$

$$V = (3920 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{\frac{1}{2}} = 62,6 \text{ m/s}^1$$

b)

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 200 \text{ m} = 9800 \text{ J}$$

c)

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot (62,6 \text{ m.s}^{-1})^2 = 9796,9 \text{ J}$$

Podemos comprobar que:

$$E_p \approx E_c$$

d)

En el punto medio existirá E_{p_m} y E_{c_m} y se cumplirá que:

$$E_p = E_{p_m} + E_{c_m}$$

En el punto medio $h = 100 \text{ m}$

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_m + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$1960 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 980 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} + \frac{1}{2} \cdot V^2$$

$$1960 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 980 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \frac{1}{2} \cdot V^2$$

$$1960 = V^2 ; V = 44,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

19.- Se lanza un balón de 150 g verticalmente hacia arriba con una velocidad de 5 m/s. Calcula:

- Su energía cinética inicial
- La altura máxima que alcanzará
- La energía potencial a dicha altura.

Resolución:

$$\text{a) } m = 150 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \text{ g}} = 0,150 \text{ Kg}$$

$V_0 = 5 \text{ m/s}$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,150 \text{ Kg} \cdot (5 \text{ m/s})^2 = 1,875 \text{ J}$$

- Por el P.C.E:

$$E_c = E_p$$

$$E_c = m \cdot g \cdot h ; 1,875 \text{ J} = 0,150 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot h$$

$$h = (1,875 \text{ J} / 0,150 \text{ Kg}) \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} ; h = 1,27 \text{ m}$$

c)

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

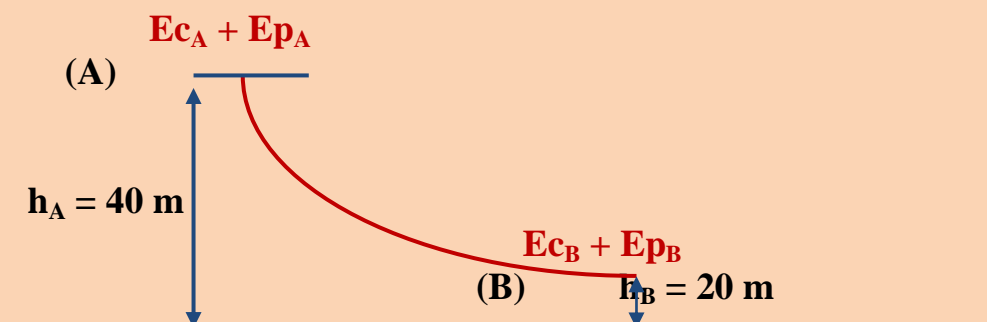
$$E_p = 0,150 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1,27 \text{ m} = 1,87 \text{ J}$$

Este apartado también se podía haber hecho aplicando:

$$E_p = E_c \rightarrow E_p = 1,875 \text{ J}$$

20.- En la cima de una montaña rusa un coche y sus ocupantes cuya masa total es 1000 Kg, está a una altura de 40 m sobre el suelo y lleva una velocidad de 5 m/s. ¿Qué energía cinética tendrá el coche cuando llegue a la cima siguiente, que está a 20 m de altura?. Suponemos que no hay rozamiento

Resolución:



$$m_s = 1000 \text{ Kg}$$

Por P.C.E:
$$E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

$$\frac{1}{2} m_s \cdot v^2 + m_s \cdot g \cdot h_A = E_{c_B} + m_s \cdot g \cdot h_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ Kg} \cdot (5 \text{ m/s})^2 + 1000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 40 \text{ m} =$$

$$= E_{c_B} + 1000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 20 \text{ m}$$

$$12500 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} + 392000 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = E_{c_B} + 196000 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$E_{cB} = 12500 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} + 392000 \text{ Kg} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 196000 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} =$$

$$E_{cB} = 208500 \text{ Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} = 208500 \text{ N} \cdot \text{m} = 208500 \text{ J}$$

19- En una central hidroeléctrica se aprovecha la energía de un salto de agua de 25 m de altura con un caudal de 20 m³ de agua por segundo. Sólo se transforma en energía eléctrica el 40 % de la energía potencial del agua, ¿Qué potencia suministra la central? Comenta muy brevemente las interconversiones de energía que tienen lugar hasta que se produce energía eléctrica.

Resolución:

$$h = 25 \text{ m}$$

$$V_{\text{agua}} = 20 \text{ m}^3$$

$$\text{DATO: } d_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg} / \text{m}^3$$

$$d_{\text{agua}} = m_{\text{agua}} / V_{\text{agua}} \rightarrow m_{\text{agua}} = d_{\text{agua}} \cdot V_{\text{agua}}$$

$$m_{\text{agua}} = 1000 \cdot \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 20 \text{ m}^3 = 20000 \text{ Kg}$$

La E_p que aporta el agua es:

$$E_p = m_{\text{agua}} \cdot g \cdot h$$

$$E_p = 20000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 25 \text{ m} = 4900000 \text{ J} \text{ (teórica)}$$

De esta E_p solo se utiliza el 40 %:

$$4900000 \text{ J} \cdot \frac{40 \text{ J}}{100 \text{ J}} = 490000 \text{ J} \text{ (útil)}$$

$$P = W / t = E_p / t = 49000 \text{ J} / 1 \text{ s} = 49000 \text{ J/s} = 49000 \text{ W}$$

La E_p que aporta el agua se transforma en *Energía Mecánica* cuando las turbinas se ponen a trabajar, produciéndose la *Energía eléctrica*.

20.- Desde una altura de 1000 m se deja caer un objeto de 2 Kg, calcula:

- a) Velocidad y altura a la que se encuentra a los 5 s
- b) Velocidad con que llega al suelo

Resolución:

$$h = 1000 \text{ m}$$

$$m = 2 \text{ Kg}$$

- a) A los 5 s el cuerpo está descendiendo y por lo tanto tendrá E_c y E_p . Cumpliéndose por el P.C.E:

$$E_{p_0} = E_{c_5} + E_{p_5}$$

Si sustituimos datos en la ecuación anterior nos vamos a encontrar con una ecuación con dos incógnitas y por lo tanto no la podremos resolver. Veámoslo:

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_5 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_5^2 \quad (1)$$

No tenemos más remedio que utilizar Cinemática para obtener una de las dos incógnitas:

$$h_5 = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; V_0 = 0 \rightarrow h_5 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h_5 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 122,5 \text{ m} \text{ (es lo que descende el cuerpo)}$$

La altura con respecto al sistema de referencia, el **suelo**, será:

$$h_1 = 1000 \text{ m} - 122,5 \text{ m} = 877,5 \text{ m}$$

Con este dato la ecuación (1) solo tiene una variable, la velocidad:

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1000 \text{ m} = 2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 877,5 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot V^2$$

$$19600 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 17199 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot V^2$$

$$V = (19600 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 17199 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} = 49 \text{ m.s}^{-1}$$

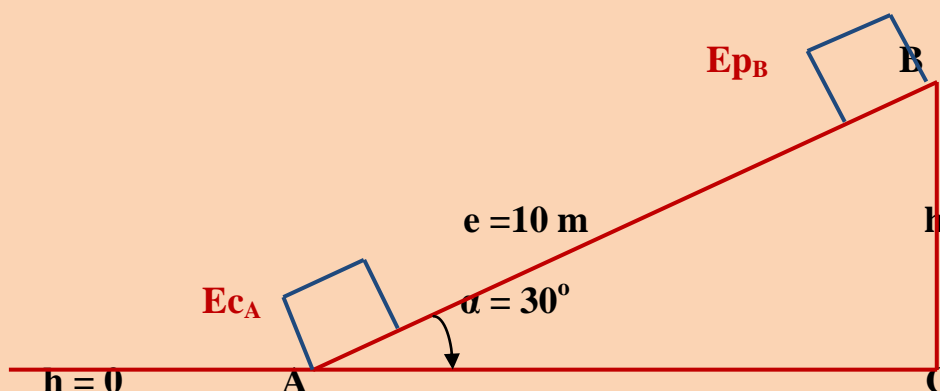
b) Por el P.C.E:

$$E_{p_o} = E_{c_f} \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$V = (2 \cdot g \cdot h)^{1/2} = (2 \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1000 \text{ m})^{1/2} = 140 \text{ m.s}^{-1}$$

21.- Un bloque de 2 Kg se encuentra en la parte más alta de un plano inclinado 30° con respecto a la horizontal, si la longitud de dicho plano es de 10 m, calcula la velocidad con que llega la final del plano.

Resolución:



Geoméricamente podemos conocer la altura del cuerpo en la posición B:

$$\text{sen } \alpha = h/e \quad ; \quad h = e \text{ sen } \alpha \quad ; \quad h = 10 \text{ m} \cdot \text{sen } 30^\circ = 5 \text{ m}$$

Por el P.C.E:
$$E_{pB} = E_{cA}$$

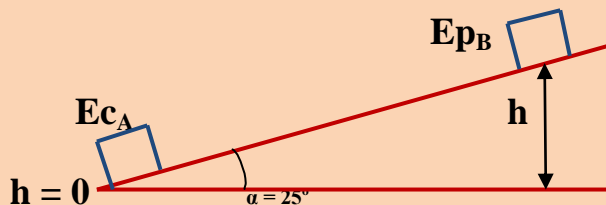
$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot V^2$$

$$V = (2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 5 \text{ m})^{1/2} = 9,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

22.- Desde la parte inferior de un plano inclinado 25° con respecto a la horizontal se impulsa un cuerpo de 3 Kg con una velocidad de 50 m/s, calcula la altura alcanzada.

Reolución:



$$\text{sen } 25^\circ = 0,42$$

Por el P.C.E:
$$E_{cA} = E_{pB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = m \cdot g \cdot h \quad ; \quad \frac{1}{2} \cdot 3 \text{ Kg} \cdot (50 \text{ m/s})^2 = 3 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot h$$

$$3750 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = 29,4 \text{ Kg} \cdot \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot h \quad ; \quad h = 127,55 \text{ m}$$

Levántate, olivo cano,
dijeron al pie del viento.
Y el olivo alzó una mano
poderosa de cemento.

23.- Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 100 m/s, calcula:

a) Altura máxima alcanzada

b) Velocidad y altura a los 3 s de su lanzamiento

Resolución:

a) Por el P.C.E: $E_{cA} = E_{pB}$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = m \cdot g \cdot h_{\max}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot (100 \text{ m/s})^2 = m \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot h_{\max}$$

$$5000 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot h_{\max}$$

$V_0 = 100 \text{ m/s}$; $h_{\max} = 5000 \text{ m}^2/\text{s}^2 / 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 510,2 \text{ m}$

e) $t = 3 \text{ s}$.

Cinemáticamente: $h_3 = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$$h_3 = 100 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (3 \text{ s})^2$$

$$= 300 \text{ m} - 44,1 \text{ m} = 255,9 \text{ m}$$

A la altura de **255,9 m** el cuerpo está ascendiendo y en ese punto tiene E_c y E_p . Cumpliéndose:

$$E_{c3} + E_{p3} = E_{c0}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_3^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2$$

$$m \left(\frac{1}{2} \cdot V_3^2 + g \cdot h_3 \right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2$$

$$\frac{1}{2} V_3^2 + 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 44,1 \text{ m} = \frac{1}{2} 100 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\frac{1}{2} V_3^2 + 432,18 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 5000 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_3 = (4567,82 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} = 67,54 \text{ m.s}^{-1}$$

24.- Calcular la energía que consume una bomba hidráulica para elevar 2 m^3 de agua hasta una altura de 15 m (suponer que el rendimiento es del 80%). Si ese trabajo lo hace en 1 minuto, ¿cuál es su potencia en CV?

Resolución:

$$V_{\text{agua}} = 2 \text{ m}^3$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$d_{\text{agua}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

$$m_{\text{agua}} = V_{\text{agua}} \cdot d_{\text{agua}} = 2 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ Kg/m}^3 = 2000 \text{ Kg}$$

El trabajo que debe hacer la máquina para subir el agua es:

$$W = E_p = m \cdot g \cdot h = 2000 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 15 \text{ m} = 294000 \text{ J (teóricos)}$$

Al trabajar el motor al 80% :

Si de cada 100 J ----- Utiliza 80 J

X ----- 294000 J

$$X = 367500 \text{ J (debe realizar el motor)}$$

$$\text{Potencia} = W/t ; P = 367500 \text{ J} / 60 \text{ s} = 6125 \text{ W}$$

$$6125 \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735,75 \text{ W}} = 8,32 \text{ W}$$

Problema Propuesto

Queremos subir a 100 m de altura un caudal de agua de 400 l/min . ¿Qué potencia ha de tener la bomba si trabaja con un rendimiento del 60% ?. Sol: $P = 14,81 \text{ CV}$

25.- Dos masas m_1 y m_2 , tal que $m_2 = 4 m_1$, tienen la misma energía cinética. ¿Cuál es la relación entre sus velocidades?

Resolución:

$$\left. \begin{array}{l} E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2 \\ E_{c2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_2^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} E_{c1} = E_{c2} \rightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V_2^2 \quad (1) \\ m_2 = 4 m_1 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m_1 \cdot V_2^2 \quad (2) \end{array}$$

De (2) deducimos:

$$V_1^2 = 2 V_2^2 ; V_1^2 / V_2^2 = 2 ; V_1 / V_2 = (2)^{1/2} = 1,41$$

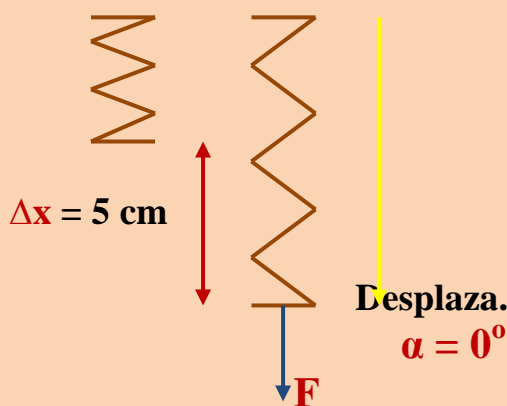
26.- Un muelle cuya constante elástica es $K = 500 \text{ N/m}$ es estirado 5 cm. ¿Qué fuerza le ha sido aplicada? ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el muelle? ¿Cuánto vale la energía elástica adquirida por éste?

Resolución:

$$K = 500 \text{ N/m}$$

$$\Delta x = 5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,05 \text{ m}$$

Por la ley de Hooke:



$$F = K \cdot \Delta x$$

$$F = 500 \text{ N/m} \cdot 0,05 \text{ m} = 25 \text{ N}$$

El trabajo realizado sobre el muelle es:

$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ ; \cos 0^\circ = 1 \rightarrow W = 25 \text{ N} \cdot 0,05 \text{ m} = 1,25 \text{ J}$$

Este trabajo realizado sobre el muelle queda almacenado en el mismo en forma de **ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA** ($E_{p\text{elástica}}$).

$$\text{Por lo tanto: } E_{p\text{elástica}} = 1,25 \text{ J}$$

Ejercicio Propuesto: Un objeto de 40 kg de masa permanece a una altura de 20 m. Calcular:

- la energía potencial
- Si se deja caer, ¿cuál será su energía potencial cuando esté a 15 m del suelo, ¿y su energía cinética?
- En el momento del impacto contra el suelo:
 - ¿cuál es su energía potencial?
 - ¿y la cinética?
 - ¿con qué velocidad llega?

Sol: a) $E_{p1} = 7840 \text{ J}$; b) $E_{p2} = 5880 \text{ J}$; $E_{c2} = 1960 \text{ J}$; c) $E_{p3} = 0$; $E_{c3} = 7840 \text{ J}$; $v_3 = 19,8 \text{ m/s}$

27.- Si en el extremo del muelle (comprimido) colocamos un cuerpo de 5 Kg de masa ¿Qué velocidad adquirirá dicho cuerpo cuando el muelle que en libertad.

Resolución:

Al no existir rozamientos la $E_{p\text{elástica}}$ del muelle pasará al cuerpo en forma de E_c (P.C.E):

$$E_{p\text{elástica}} = E_{c\text{cuerpo}}$$

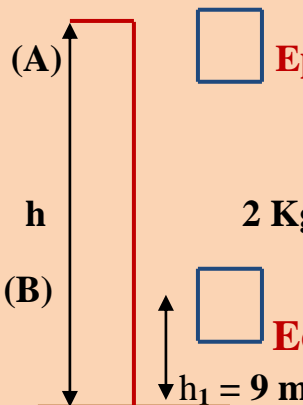
$$1,25 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 ; 1,25 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot v^2$$

$$v = (2 \cdot 1,25 \text{ J} / 5 \text{ Kg})^{1/2} = 0,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

28.- Se deja caer desde la azotea de un edificio una masa de 2 Kg. Al llegar a 9 m del suelo su energía cinética es de 411,6 J. Determina la altura del edificio, considerando que sólo hay energía cinética y/o energía potencial.

Resolución:

Andaluces de Jaén,
aceituneros altivos,
decidme en el alma: ¿quién
amamantó los olivos?



Por el P.C.E:

$$E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

$$m \cdot g \cdot h = E_{c_B} + m \cdot g \cdot h_1$$

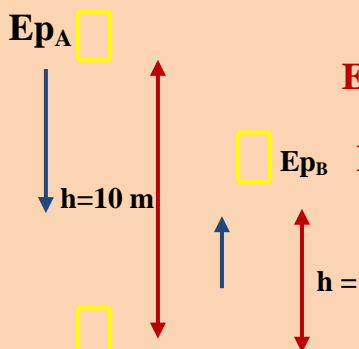
$$2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot h = 411,6 \text{ J} + 2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 9 \text{ m}$$

$$19,6 \text{ Kg} \cdot \text{m.s}^{-2} \cdot h = 411,6 \text{ J} + 176,4 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$h = 588 \text{ J} / 19,6 \text{ Kg} \cdot \text{m.s}^{-2} = 30 \text{ m}$$

29.- Un cuerpo de 200 g de masa se deja caer desde una altura de 10 m y rebota hasta alcanzar una altura de 8 m. Calcular la energía disipada en el choque.

Resolución



$$E_{p_A} = m \cdot g \cdot h = 0,200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 10 \text{ m} = 19,6 \text{ J}$$

$$E_{p_B} = m \cdot g \cdot h = 0,200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 8 \text{ m} = 15,68 \text{ J}$$

$$\Delta E_p = E_{p_A} - E_{p_B} = 19,6 \text{ J} - 15,68 \text{ J} = 3,92 \text{ J}$$

30.- Un alpinista de 60 Kg de masa realiza una ascensión de 100 m. Considerando que la energía potencial adquirida ha sido a expensas de su propia energía, calcula la cantidad de leche que debería tomar para reponerla suponiendo que el aprovechamiento de la alimentación es de un 80% y que 100 g de leche de vaca proporcionan 272 kJ.

Resolución:

Consumió una cantidad de energía igual a su E_p :

$$E_p = m \cdot g \cdot h ; E_p = 60 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 100 \text{ m} = 58800 \text{ J}$$

Solamente puede utilizar el 80% de esta cantidad mediante la alimentación:

Por cada 100 J reales ----- Utiliza 80 J
Necesita **X** Para obtener 58800 J

$$X = 73500 \text{ J} = 73500 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ Kj}}{1000 \text{ J}} = 73,5 \text{ Kj}$$

$$73,5 \text{ Kj} \cdot \frac{100 \text{ g Leche}}{272 \text{ Kj}} = 27 \text{ g de leche}$$

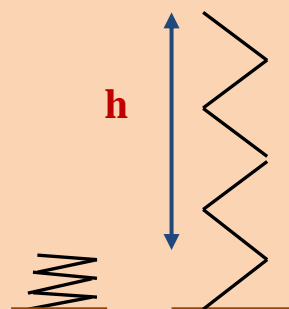
31.- Un resorte cuya constante de deformación es $K = 700 \text{ N/m}$ se mantiene comprimido 3 mm contra el suelo y se suelta bruscamente, de modo que su energía potencial de deformación le impulse hacia arriba. Calcular la altura que alcanzará, así como la velocidad con que se separará del suelo sabiendo que su masa es de 0,5 g.

Resolución:

$$K = 700 \text{ N/m}$$

$$\Delta x = 3 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = 0,003 \text{ m}$$

$$m = 0,5 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \text{ g}} = 0,0005 \text{ Kg} ; \Delta x = 3 \text{ mm}$$



$$E_{p\text{elástica}} = E_p ; \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta x)^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} 700 \text{ N/m} \cdot (0,003 \text{ m})^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot h$$

$$31,5 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot h$$

$$h = \frac{31,5 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 0,642 \text{ m}$$

Por otra parte:

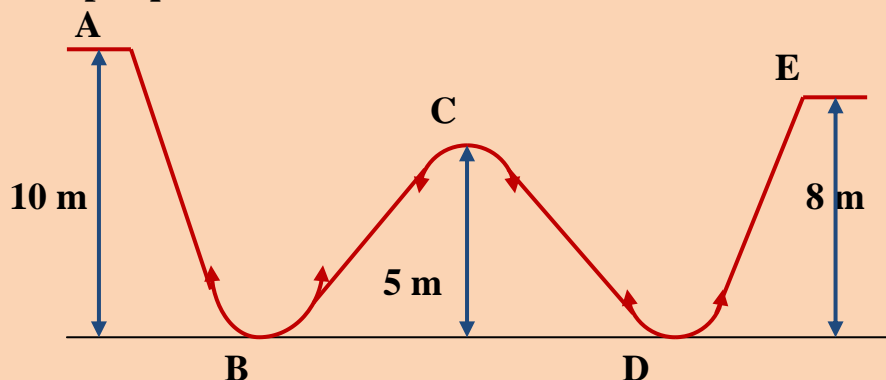
$$E_{\text{elástica}} = E_c$$

$$\frac{1}{2} \cdot 700 \text{ N/m} \cdot (0,003 \text{ m})^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot V^2$$

$$31,5 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m} = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ Kg} \cdot 10^{-4} \cdot V^2$$

$$V = (12,6 \text{ m}^2)^{1/2} = 3,55 \text{ m/s}$$

32.- La figura muestra el recorrido de una vagoneta en la montaña rusa de un parque de atracciones.



La vagoneta parte del reposo desde el punto A y tiene una masa de 500 kg cuando circula con dos pasajeros. Suponiendo que no existe rozamiento en ninguna parte del recorrido, determina la velocidad de la vagoneta al pasar por los puntos B, C, D y E. ¿Cómo se modifican los valores de las velocidades cuando la vagoneta traslada el doble de pasajeros cada viaje?

Resolución:

$$V_0 = 0$$

$$m = 500 \text{ Kg}$$

Punto B:

Por el P.C.E : $E_{pA} = E_{cB}$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 ; V_B = (2 \cdot g \cdot h_A)^{1/2} = (2 \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 10 \text{ m})^{1/2} =$$

$$V_B = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

Punto C: $E_{cB} = E_{cC} + E_{pC}$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$$

$$\frac{1}{2} \cdot V_B^2 = \frac{1}{2} V_C^2 + g \cdot h_C$$

$$\frac{1}{2} \cdot 14^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \frac{1}{2} V_C^2 + 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 5 \text{ m}$$

$$196 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \frac{1}{2} V_C^2 + 98 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$V_C = (196 \text{ m.s}^{-2} - 98 \text{ m.s}^{-2})^{1/2} = V_C = 9,89 \text{ m.s}^{-1}$$

Punto D: $E_{pA} = E_{cD}$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_D^2 ; V_D = (2 \cdot g \cdot h_A)^{1/2}$$

$$V_D = (2 \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 10 \text{ m})^{1/2} = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

Punto E: $E_{cD} = E_{cE} + E_{pE}$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_D^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_E^2 + m \cdot g \cdot h_E$$

$$\frac{1}{2} V_D^2 = \frac{1}{2} V_E^2 + g \cdot h_E$$

$$\frac{1}{2} \cdot (14 \text{ m.s}^{-1})^2 = \frac{1}{2} V_E^2 + g \cdot h_E$$

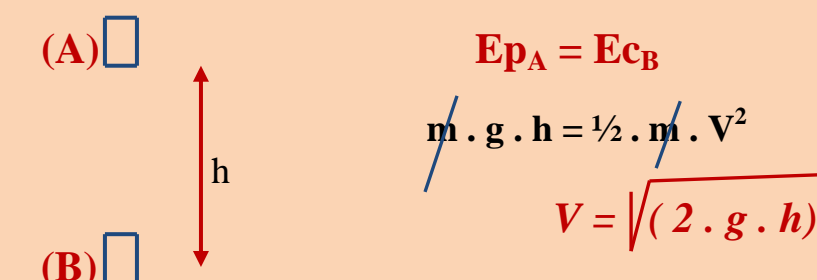
$$98 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \frac{1}{2} V_E^2 + 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 8 \text{ m}$$

$$V_E = (196 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 156,8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} = 6,26 \text{ m.s}^{-1}$$

Si habéis observado, en los planteamientos matemáticos anteriores la masa del sistema se marchaba (no intervenía en los cálculos matemáticos). Al amentar el doble de pasajeros implicaría masa mayor pero al no intervenir los resultados de las velocidades serían los mismos.

33.- A partir del principio de conservación de la energía, demostrar que un objeto dejado caer desde una altura h , llega al suelo con una velocidad $V = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

Resolución: P.C.E.

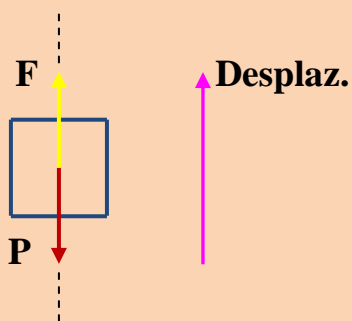


34.- Para subir un cuerpo de 200 kg de masa desde el suelo hasta la caja de un camión de 1,60 m de alto, se dispone de un plano inclinado que tiene una longitud de 5 m. Si el rozamiento es despreciable, determina el trabajo que hay que realizar y la fuerza que hay que aplicar paralela al plano inclinado.

Resolución:

El trabajo será igual a la E_p necesaria para subir el cuerpo hasta una altura de 1,60 m

$$E_p = m \cdot g \cdot h ; E_p = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1,60 \text{ m} = 3136 \text{ J}$$



Como: $W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$; $\alpha = 0^\circ$; $\cos 0^\circ = 1 \rightarrow W = F \cdot e$

$W = E_p \rightarrow F \cdot e = m \cdot g \cdot h$

$F \cdot 5 \text{ m} = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 1,60 \text{ m}$; $F = 3136 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-2} / 5 \text{ m} = 627,2 \text{ N}$

----- O -----