Ejercicios Resueltos de Circuitos de Corriente Alterna

Ejemplo resuelto nº 1

¿Cuál ha de ser la frecuencia de una corriente alterna para que una autoinducción, cuyo coeficiente es de 8 henrios, presente una reactancia de 6000 Ω?¿Y para que un condensador de 5 μF presente la misma reactancia?

Resolución

La impedancia viene expresada por la ecuación:

$$Z = X_L = L \cdot \omega$$

como:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \sigma$$

$$X_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \;\; ; \;\; 6000\ \Omega = 8\ H \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sigma$$

H = Henrios

$$\sigma = 6000\ \Omega / 50{,}24\ H = 119{,}42\ Hz$$

En el caso del condensador:

$$Z = X_C = 1 / C \cdot \omega \;\; ; \;\; X_C = 1 / (C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma)$$

$$X_C \cdot C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma = 1 \;\; ; \sigma = 1 / X_C \cdot C \cdot 2 \cdot \pi$$

$X_C = 6000\ \Omega$
$C = 5\ \cancel{\mu}F \cdot 10^{-6}\ F / 1\ \cancel{\mu}F = 5 \cdot 10^{-6}\ F$

$$\sigma = 1 / (6000\ \Omega \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 2 \cdot 3{,}14) =$$

$$= 5{,}26\ HZ\ (1/s)$$

Ejercicio resuelto nº 2

Determinar la reactancia capacitiva de una corriente alterna cuya frecuencia es de 75 r.p.m. El circuito está integrado por un generador de corriente alterna y un condensador de 20 μF.

Resolución

σ = 75 r.p.m = 75 ciclos/~~min~~ . 1 ~~min~~ /60 s = 1,25 ciclos /s = 1,25 (1/s) = = 1,15 Hz

20 ~~μF~~ . 10^{-6} F / 1 ~~μF~~ = 20 . 10^{-6} F

$$X_C = 1 / C \cdot \omega \rightarrow X_C = 1 / C \cdot 2\pi\sigma$$

$$X_C = 1 / 20 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}15\ 1/s = 0{,}007 \cdot 10^6 = 7 \cdot 10^3\ \Omega$$

Ejercicio resuelto nº 3

Calcula la reactancia inductiva y la impedancia de una bobina cuyo coeficiente de inducción vale 1,2 henrios y cuya resistencia óhmica es de 10 Ω cuando por dicha bobina circula una corriente alterna cuya pulsación es de 125 ciclos/s.

Resolución

La reactancia inductiva viene dada por la ecuación:

$$X_L = L \cdot \omega \quad (1)$$

Pondremos la velocidad angular en función de la frecuencia:

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot \sigma$$

La ecuación (1) se transforma en:

$$X_L = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \rightarrow X_L = 1{,}2\ h \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 125\ (1/s) = 942\ \Omega$$

La Impedancia la podremos conocer con la ecuación:

$$Z = [\ R^2 + (L \cdot \omega)^2]^{1/2} \rightarrow Z = [\ (10\ \Omega)^2 + (\ 942\ \Omega)^2]^{1/2}$$

$$Z = (100 + 887364)^{1/2} = 942{,}05\ \Omega$$

Ejercicio resuelto nº 4

Por un circuito de corriente alterna de coeficiente de autoinducción 5 henrios pasa una corriente alterna de 50 Hz. Calcula la reactancia inductiva.

Resolución

La reactancia inductiva viene dada por la expresión:

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma$$

$$X_L = 5\ h \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ (1/s) = 1500\ \Omega$$

Ejercicio resuelto nº 5

Una bobina con inductancia L=230 mH se conecta a una fuente con Vmax =36 V, operando a una frecuencia de f=60 Hz . Obtenga el valor máximo de la corriente.

Resolución

La ecuación de Imax viene dado por la ecuación:

$$Imax = Vmax / (R^2 + X_L^2)$$

$$Imax = Vmax / X_L^2$$

$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2\pi\sigma$

$$Imax = 36\ V / (230 \cdot 10^{-3}\ H \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60\ (1/s) = 0{,}41\ A$$

Ejercicio resuelto nº 6

Un condensador de C=15 μF se conecta a una fuente con Vmax=36 V, operando a una frecuencia de f=60 Hz . Obtenga el valor máximo de la corriente.

Resolución

$C = 15\ \cancel{\mu F} \cdot 10^{-6}\ F / 1\ \cancel{\mu F} = 15 \cdot 10^{-6}\ F$

$\sigma = 60\ Hz$

$Vmax = 36\ V$

$I = V / X_C$

Xc = 1 / C . 2πσ = 1 / 15 . 10^{-6} F . 2 . 3,14 . 60 1/s = 176 Ω

Volvemos a:

$I = V / X_C$* = 36 V / 176 Ω = *0,2 A

Ejercicio resuelto nº 7

Un circuito de corriente alterna se encuentra integrado por una R = 20 Ω, una bobina de 0,5 H de autoinducción y un condensador de 10 µF. Se conecta a una fuente de energía de fuerza electromotriz eficaz de 220 V y 50 Hz de frecuencia. Determinar:

a) **La Intensidad eficaz**

b) **La impedancia del circuito**

c) **La diferencia de potencial entre los extremos de cad uno de los receptores del circuito**

Resolución

a) ***Ief = Vef /Z***

Debemos conocer primero la Impedancia Z

Nos vamos al apartado b)

b) *$Z = [R^2 + (L . \omega - 1 / C . \omega)^2]^{1/2}$*

$Z = [R^2 + (L . 2\pi\sigma – 1 / C . 2\pi\sigma)]^{1/2}$

Z = (20 Ω)2 + (0,5 H . 2 . 3,14 . 50 (1/s) – 1 / 10 . 10^{-6} F . 2 . π . 50 (1/s)

Z **= 400 + (157 – 1 / 3400 . 10^{-6}) = 400 + (157 – 2,94 . 10^{-4} . 10^{6}) =**

= 400 + (157 – 294) = 400 + (- 137) = 400 – 137 = *263 Ω*

Volvemos al apartado a)

Ief **= Vef / Z = 220 V / 263 Ω = *0,84 A***

c) **Diferencia de potencial entre los bornes de la resistencia:**

$$V_R = I \cdot R = 0{,}84\ A \cdot 20\ \Omega = 16{,}8\ V$$

Entre los extremos de la bobina:

$$V_L = I \cdot X_L \rightarrow X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2\pi\sigma = 0{,}5\ H \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ (1/s) = 170\ \Omega$$

Volviendo a:

$$V_L = I \cdot X_L = 0{,}84\ A \cdot 170\ \Omega = 142{,}8\ V$$

Entre los extremos del condensador:

$$V_C = I \cdot X_C\ ;\ X_C = 1 / C \cdot \omega = 1 / C \cdot 2\pi\sigma = 1 / 10 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ s^{-1}$$

$$X_C = 318{,}4\ \Omega$$

$$V_C = 0{,}84\ A \cdot 318{,}4\ \Omega = 267{,}46\ V$$

Ejercicio resuelto nº 8

Determinar la impedancia, intensidad eficaz y el ángulo de desfase de un circuito de corriente alterna RLC en donde los receptores están montados en serie y cuyos datos son:

$\sigma = 50$ Hz ; $L = 1{,}6$ H ; $R = 15\ \Omega$; $V = 450$ V y $C = 40\ \mu F$

Resolución

Impedancia:

$$Z = [\, R^2 + (\, L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\, R^2 + (\, L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\, (15)^2 + (\, 1{,}6 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 - 1 / 40 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50)^2]^{1/2}$$

$$Z = [225 + (\, 502{,}4 - 1 / 12560 \cdot 10^{-6})^2]^{1/2}$$

$$Z = [\, 225 + (\, 502{,}4 - 79{,}6)^2]^{1/2}$$

$$Z = [225 + (\, 422{,}8)^2]^{1/2}$$

$$Z = (225 + 178759{,}84)^{1/2} = 423{,}06\ \ \Omega$$

Intensidad eficaz:

$I_{ef} = V_{ef} / Z$

Ief = 450 V / 587,83 Ω = *0,76 A*

Angulo de desfase:

$tag\ \Theta = [L \cdot \omega - 1 / (C \cdot \omega)] / R$ → tag ϴ = [L . 2πσ – 1 / C . 2πσ] /R

tag ϴ = (1,6 . 2 . 3,14 . 50 – 1 / 40 . 10^{-6} . 2 . 3,14 . 50) / 15

tag ϴ = (502,4 – 79,6) / 15 = *28,2*

ϴ = arctag 28,82 = *1,53 rad* (angulo de desfase)

Ejercicio resuelto nº 9

Una bobina de 2 H y resistencia 500 Ω está montada en serie con un condensador de 4 μF. Si al conjunto se le aplica una tensión eficaz de 200 V y la frecuencia de la corriente es de 50 Hz, determinar:

a) La intensidad de la corriente
b) La tensión eficaz en los bornes de la bobina y del condensador
c) El desfase entre la intensidad y las diferencias de potencial en los bornes del circuito y de la bobina

Resolución

a) Sabemos que:

$$I_{ef} = V_{ef} / Z$$

Debemos conocer el valor de la impedancia:

$Z = [R^2 + (L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega)^2]^{1/2}$

Z = $[(500)^2 + (2 \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$

Z = $[250000 + (2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 - 1 / 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50)^2]^{1/2}$

Z = $[250000 + (628 - 796{,}17)^2]^{1/2}$

Z = $[(250000 + (- 168{,}17)^2]^{1/2}$

Z = $(250000 + 28281{,}15)^{1/2}$

Z = 527,52 Ω

Volvemos a la ecuación:

$I_{ef} = V_{ef} / Z$; Ief = 200 V / 527,52 Ω = *0,38 A*

b) **Tensión eficaz en los bornes de la bobina:**

$Vef = Ief \cdot Z_L = Ief [(R^2 + (L \cdot \omega)^2]^{1/2}$

$Vef = Ief [R^2 + (L \cdot 2\pi\sigma)2]^{1/2}$

$Vef = 0{,}38 [(500)^2 + (2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50)^2]^{1/2}$

$Vef = 0{,}38 (250000 + 394384)^{1/2}$

$Vef = 0{,}38 \cdot 802{,}7 = 305\ V$

Tensión eficaz en los bornes del condensador:

$Vef = Ief \cdot X_C = Ief \cdot 1 / C \cdot 2\pi\sigma = 0{,}38 \cdot 1 / 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 = 0{,}38 / 1256 \cdot 10^{-6} = 302{,}5\ V$

c) **Desfase en los extremos del circuito:**

Conoceremos primero la tag de ϴ y después por el arctag sacaremos el desfase.

$Tag\ \theta = (L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega) / R = (L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma) / R =$

$= (2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 - 1 / 4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50) / 500 =$

$= (628 - 796{,}17) / 500 = - 0{,}336$

$\theta = arctag\ (- 0{,}336)$

Al ser negativo el desfase nos está indicando que la intensidad está adelantada a la tensión.

Desfase en la bobina:

$tag\ \theta = L \cdot \omega / R = L \cdot 2\pi\sigma / R = 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 / 500 = 1{,}25$

$\theta = arctag\ 1{,}25$

Al ser positivo nos indica que el potencial está adelantado a la intensidad.

Ejercicio resuelto nº 10

Un circuito de corriente alterna se encuentra en resonancia. El circuito está compuesto por una asociación en serie de una bobina de autoinducción 1,5 henrios y un condensador de 25 μF. Determinar la frecuencia de la corriente.

Resolución

$25\ \mu F = 25 \cdot 10^{-6}\ F$

Para que un circuito de corriente alterna se encuentre en resonancia es indispensable que se cumpla la condición:

$$X_L = X_C \quad (1)$$

$X_L = L \cdot \omega$

$X_C = 1 / C \cdot \omega$

Como el ejercicio nos pide la frecuencia, XL y XC deberán ser puestas en función de la frecuencia:

$X_L = L \cdot 2\pi\sigma$

$X_C = 1 / C \cdot 2\pi\sigma$

Llevamos estas dos últimas ecuaciones a la ecuación (1) y nos nqueda:

$$L \cdot 2\pi\sigma = 1 / C \cdot 2\pi\sigma$$

$$L \cdot 2\pi\sigma \cdot C \cdot 2\pi\sigma = 1$$

$$\sigma^2 = 1 / L \cdot C \cdot (2\pi)^2$$

$$\sigma^2 = 1 / 1{,}5 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 9{,}86$$

$$\sigma^2 = 1 / 1479 \cdot 10^{-6}$$

$$\sigma^2 = 676{,}13 \rightarrow \sigma = (676{,}13)^{1/2} = 26\ Hz$$

Ejercicio resuelto nº 11

En un circuito de corriente alterna tenemos montado en serie una resistencia de 50 Ω, un condensador con una capacidad de 20 μF y una bobina de resistencia 12 Ω y de autoinducción 0,2 henrios. Para la frecuencia de 200 ciclos/s, determinar:

a) **La impedancia del circuito**
b) **La impedancia de la autoinducción**

Resolución

a)

$C = 20\ \mu F = 20 \cdot 10^{-6}\ F$
$L = 0{,}2\ H$
La resistencia, en este caso, será la resistencia total:
$R_T = 50 + 12 = 62\ \Omega$

La impedancia del circuito:

$$Z = [\, R_T^2 + (\, L \cdot \omega - 1 / C \cdot \omega)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\, R_T^2 + (\, L \cdot 2\pi\sigma - 1 / C \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\, (62)^2 + (\, 0{,}2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 200 - 1 / 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 200)^2]^{1/2}$$

$$Z = [3844 + (\, 251{,}2 - 39{,}8)^2]^{1/2} = (\, 3844 + 44689{,}96)^{1/2} = 220{,}30\ \Omega$$

b)

Impedancia en los bornes de la bobina:

$$Z = [\, R^2 + (L \cdot \omega)^2]^{1/2} = [\, R^2 + (\, L \cdot 2\pi\sigma)^2]^{1/2} =$$

$$= [(12)^2 + (0{,}2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 200)^2]^{1/2} = (\, 144 + 63101{,}44)^{1/2} = 251{,}5\ \Omega$$

Ejercicio resuelto nº 12

Montados en serie en, un circuito de corriente alterna se encuentran: una resistencia de 10 Ω, una bobina de autoinducción 0,05 henrios y un condensador de 20 µF. Se conecta al circuito una corriente alterna de 125 V eficaces. Determinar:

a) **La frecuencia de la resonancia**
b) **La intensidad máxima que circula por el circuito**
c) **La impedancia que presenta el circuito a la intensidad máxima**

Resolución

R = 10 Ω

L = 0,05 H

C = 20 µF = $20 \cdot 10^{-6}$ F

Vef = 125 V

a) **Condición de resonancia:**

$$X_L = X_C$$

$$L \cdot \omega = 1 / C \cdot \omega$$

$$L \cdot 2\pi\sigma = 1 / C \cdot 2\pi\sigma \;\; ; \;\; L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \sigma = 1$$

$$\sigma^2 = 1 / 4 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot C \;\; ; \sigma = \; [1 / (4 \cdot \pi^2 (L \cdot C)]^{1/2}$$

$$\sigma = 1 / [2 \cdot \pi (L \cdot C)^{1/2}]$$

$$\sigma = 1 / 2 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}05 \cdot 20 \cdot 10^{-6})^{1/2}$$

$$\sigma = 1 / 6{,}28 \cdot 10^{-3} = 159{,}23\ Hz$$

b) **Intensidad máxima que calcularemos en función de la ecuación:**

$$Imax = Vmax / Z$$

$$Vmax = Vef \cdot (2)^{1/2}$$

Calculo de la impedancia:

$$Z = [\, R^2 + (\, L \,.\, 2\pi\sigma - 1 \,/\, C \,.\, 2\pi\sigma)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\,(\,10\,)^2 + (\,0{,}05 \,.\, 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 159{,}23 - 1 \,/\, 20 \,.\, 10^{-6} \,.\, 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 159{,}23)^2]^{1/2}$$

$$Z = [\,100 + (\,49{,}99 - 50)^2]^{1/2} \approx (100)^{1/2} = 10\ \Omega$$

Volvemos a la ecuación:

$$Imax = Vmax \,/\, Z$$

$$Vmax = Vef \,.\, (2)^{1/2} = 120 \,.\, 1{,}41 = 169{,}2\ V$$

$$Imax = 169{,}2\ V \,/\, 10\ \Omega = 16{,}92\ A$$

c) **La impedancia ha sido calculada en el apartado anterior.**

------------------------------- O ----------------------------------