

TEMA Nº 10. EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

1.- La longitud del cañón de una escopeta es de 80 cm y por el él salen proyectiles de 25 g de masa a la velocidad de 80 Km/h. Determinar:

- La aceleración que adquirió el proyectil dentro del cañón.
- La fuerza que actuó sobre el proyectil en el interior del cañón.
- El trabajo realizado por la fuerza del apartado anterior.

Resolución:

Unidades al S.I.

$$l = 80 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m}/100 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$$

$$m = 25 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg}/1000 \text{ g} = 0,025 \text{ Kg}$$

$$V_F = 80 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m}/1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h}/3600 \text{ s} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$V_o = 0$$

a) Cinemáticamente:

$$V_F^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

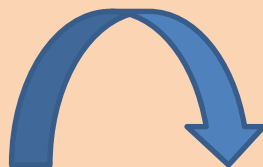
$$(22,22)^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot 0,80$$

$$493,73 = 1,6 a \quad ; \quad a = 493,73 / 1,6 \quad ; \quad a = 308,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) Por Dinámica (Segundo Principio):

$$F = m \cdot a$$

$$F = 0,025 \cdot 308,58 = 7,71 \text{ N}$$



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

c) Teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta W = E_{cF} - E_{c0}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 0,025 \cdot [(22,22)^2 - 0] = 6,17 \text{ Julios.}$$

2.- Un camión de 5 toneladas de masa alcanza una velocidad de 50 Km/h transcurridos 3 minutos desde que inició su movimiento. Calcular el trabajo realizado por el motor del camión.

Resolución:

Unidades:

$$M = 5 \text{ T} \cdot 1000 \text{ Kg} / 1 \text{ T} = 5000 \text{ Kg}$$

$$V_F = 50 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 13,9 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 180 \text{ s}$$

$$V_0 = 0$$

Teorema de las Fuerzas Vivas:

$$W = \Delta E_C$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_f^2 - V_0^2)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 5000 \text{ kg} \cdot (13,9^2 - 0)(\text{m/s})^2 =$$

$$W = 483025 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = 483025 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}/\text{s}^2 =$$

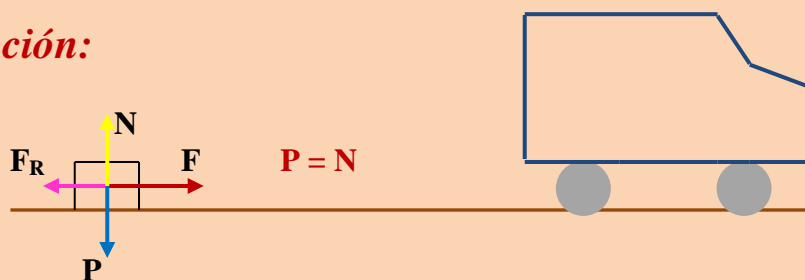
$$W = 483025 \text{ kg} \cdot \underbrace{\text{m}/\text{s}^2}_{\text{N}} \cdot \text{m} = 483025 \text{ N} \cdot \text{m} =$$

N

$$= 483025 \text{ J}$$

3.- Sobre una superficie horizontal, un cuerpo de 150 Kg es arrastrado por una fuerza de 900 N, paralela a la superficie. El coeficiente de rozamiento vale $\mu = 0,3$. Determinar la Energía Cinética que adquirirá el cuerpo cuando llegue al punto de embarque (Situación del camión que lo trasladará) que se encuentra a una distancia de 25 m.

Resolución:



Unidades:

$$m = 150 \text{ Kg}$$

$$F = 900 \text{ N}$$

$$\mu = 0,3$$

El **trabajo** realizado para llevar el cuerpo al punto de embarque se transforma en **Energía Cinética**:

$$W = \sum F \cdot e$$

Teorema de las Fuerzas Vivas:

$$W = \Delta E_C$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_o^2$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m (V_f^2 - V_o^2) \quad (1)$$

Por otra parte el trabajo realizado viene dado por:

$$W = (F - F_R) \cdot e$$

Si nos vamos a (1):

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$(F - F_R) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m (V_f^2 - V_o^2)$$

$$(F - \mu \cdot N) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_F^2 - V_o^2)$$

$$(F - \mu \cdot P) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_F^2 - V_o^2)$$

$$(F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_F^2 - V_o^2)$$

$$(900 - 0,3 \cdot 150 \cdot 9,8) \text{ N} \cdot 25 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (V_f^2 - 0)$$

$$11475 \text{ N} \cdot \text{m} = \frac{1}{2} m \cdot V_f^2$$

Ec

$$E_C = 11475 \text{ N} \cdot \text{m} = 11475 \text{ J}$$

4.- Un móvil parte del reposo y durante un tiempo actúa sobre él una fuerza que le proporciona una velocidad de 72 Km/h. La masa del móvil 5000 g, determinar la Energía Cinética que consigue el móvil.

Resolución:

Unidades:

$$V_o = 0$$

$$t = 20 \text{ s}$$

$$V_F = 72 \text{ Km/h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

$$m = 5000 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \text{ g}} = 5 \text{ Kg}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

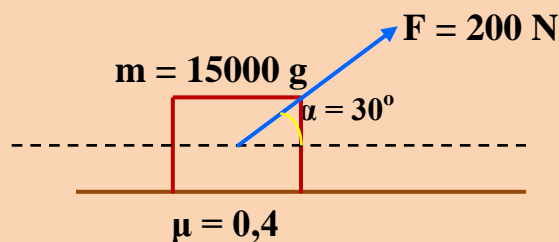
$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \text{kg} \cdot (20 \text{ m/s})^2 =$$

$$= 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}/\text{s}^2 =$$

$$= 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 \cdot \text{m} = 1000 \text{ N} \cdot \text{m} = 1000 \text{ J}$$

N

5.- Sobre el cuerpo de la figura adjunta:



¿Qué velocidad adquirirá el cuerpo cuando se hayan recorrido 15 m?

Resolución:

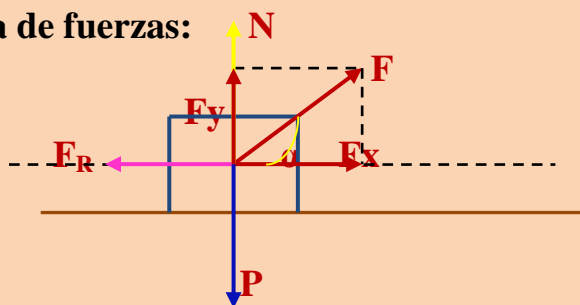
Unidades:

$$m = 15000 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \text{ g}} = 15 \text{ Kg}$$

$$F = 200 \text{ N}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Diagrama de fuerzas:



Recordar que las fuerzas que realizan trabajo son aquellas que tienen componentes en la dirección del desplazamiento.

$$W = \sum F \cdot e$$

$$W = (F_x - F_R) \cdot e \quad (1)$$

**EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA**

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$P = F_y + N \rightarrow N = P - F_y$$

Si nos vamos a (1):

$$W = (F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N) \cdot e$$

$$W = [F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot (P - F_y)] \cdot e$$

$$W = [F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot (m \cdot g - F \sin \alpha)] \cdot e$$

$$W = [200 \cdot \cos 30^\circ - 0,4 \cdot (15 \cdot 9,81 - 200 \cdot \sin 30^\circ)] \cdot 15$$

$$W = [200 \cdot 0,87 - 0,4 \cdot (147,15 - 100)] \cdot 15$$

$$W = (174 - 18,86) \cdot 15 = \mathbf{2327,1 J}$$

Todo el trabajo realizado se almacena en el cuerpo en forma de Ec:

$$W = E_c$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$2327,1 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot V^2 ; V = (310,28)^{1/2}$$

$$V = \mathbf{17,61 m \cdot s^{-1}}$$

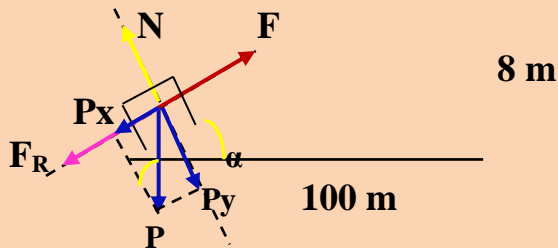
6.- Sobre un plano inclinado del 8 % se traslada desde la parte baja del mismo un cuerpo de 5 Kg mediante la acción de una fuerza constante, paralela al plano inclinado, de 150 N. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,3$ determinar la Energía Mecánica ($E_c + E_p$) que habrá conseguido el cuerpo al llegar a la parte alta del plano.

Resolución:

8% = Por cada 100 m recorridos en horizontal, se sube en altura 8 m.

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



Cuando el cuerpo llegue a la parte superior ($V_f \neq 0$) del plano, el trabajo realizado para elevarlo se habrá transformado en E_c y E_p , cumpliéndose:

$$W = E_{\text{mecánica}}$$

$$W = E_c + E_p$$

Podemos escribir:

$$\sum F \cdot e = E_C + E_P$$

$$[F - (P_x + F_R)] \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$[F - (P \cdot \sin \alpha + \mu \cdot N)] \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$N = P_y ; P_y = P \cdot \cos \alpha$$

$$[F - (P \cdot \sin \alpha + \mu \cdot P \cdot \cos \alpha)] \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$(F - m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$\tan \alpha = 8 / 100 = 0,08 \rightarrow \alpha = 4,57$$

Calcularemos el valor de “ e ” mediante el teorema de **PITÁGORAS**

$$e = [(100)^2 + 8^2]^{1/2} = (10000 + 64)^{1/2} = 100,3 \text{ m}$$

$$(150 - 5 \cdot 9,81 \cdot 0,08 - 0,3 \cdot 5 \cdot 9,81 \cdot 0,99) \cdot 100,3 = E_{\text{mecánica}}$$

$$(150 - 3,92 - 14,56) \cdot 100,3 = E_{\text{mecánica}}$$

$$E_{\text{mecánica}} = 13191,45 \text{ Julios}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

7.- Un proyectil de 1000 g de masa se incrusta dentro de un bloque de cemento hasta una profundidad de 50 cm. Si la resistencia que opone el cemento para ser incrustado es 200 N . Determinar la velocidad con la cual llego el proyectil al bloque de cemento.

Resolución:

Unidades:

$$m = 1000 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg}/1000 \text{ g} = 1 \text{ Kg}$$

$$e = 50 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m}/100 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$F_R = 200 \text{ N}$$



El proyectil para incrustarse en el bloque debe vencer una **fuerza resistente** a lo largo de un espacio, es decir, debe **realizar un trabajo**. Para que un cuerpo realice trabajo debe tener **energía**. El proyectil por llevar una velocidad tiene **Ec**. Despreciamos la altura del proyectil sobre la base, luego:

$$W = Ec$$

El proyectil nos marca la dirección del movimiento del Sistema

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$\alpha = 0^\circ ; \cos 0^\circ = 1$$

$$F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 ; 200 \cdot 0,5 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot V^2$$

$$200 = V^2 ; V = (200)^{1/2} = 14,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

8.- Determinar la variación de la Energía Cinética que sufre un automóvil de 450 C.V de potencia durante un tiempo de 5 segundos.

Resolución:

$$P = 450 \text{ C.V.} \cdot 735 \text{ w} / 1 \text{ C.V.} = 330750 \text{ w (J/s)}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Recordemos:

$$P = W / t ; W = \Delta E_c$$

$$P = \Delta E_c / t$$

$$330750 \text{ J/s} = \Delta E_c / 5 \text{ s}$$

$$\Delta E_c = 1653750 \text{ J/s} \cdot \text{s} = 1653750 \text{ Julios}$$

9.- En una vía muerta de ferrocarril tenemos parado un vagón de 25000 kg de masa. Por la izquierda se le acerca otro de masa 30000 Kg a una velocidad de 90 Km/h que choca con el primer vagón. Después del choque los dos vagones permanecen unidos. Determinar la cantidad de energía cinética que se pierde durante el choque. ¿ Para qué se ha utilizado la energía perdida?

Resolución:

Unidades:

$$m_B = 25000 \text{ Kg}$$

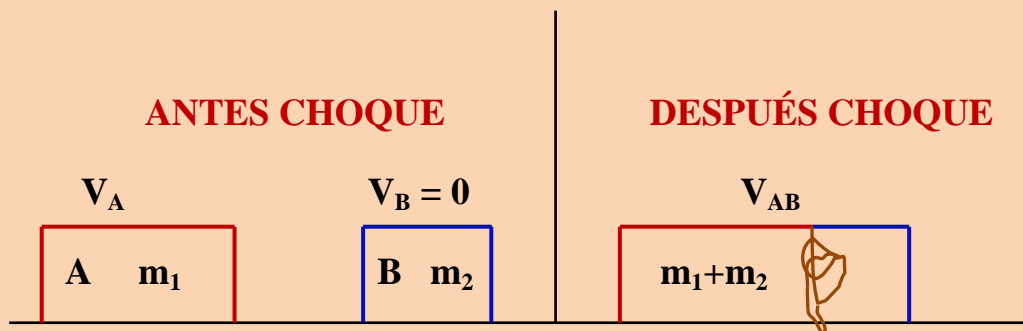
$$m_A = 30000 \text{ Kg}$$

$$V_B = 0$$

$$V_A = 90 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m/s}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



Cantidad de movi. antes choque = Cantidad de movi. después choque

$$m_1 \cdot V_A + m_2 \cdot V_B = (m_1 + m_2) \cdot V_{AB}$$

$$30000 \cdot 25 + 25000 \cdot 0 = (30000 + 25000) \cdot V_{AB}$$

$$75000 = 55000 \cdot V_{AB}$$

$$V_{AB} = 75000 / 55000 = 1,36 \text{ m/s}$$

Antes del choque el vagón A tiene una E_C :

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 30000 \cdot (25)^2 = 9375000 \text{ Julios}$$

Después del choque el vagón A tiene una E_C :

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 30000 \cdot (1,36)^2 = 27744 \text{ Julios}$$

La E_C que se pierde será:

$$E_{C\text{perdida}} = 9375000 - 27744 = 9347256 \text{ Julios}$$

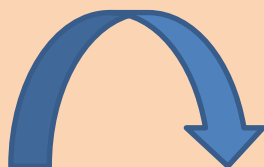
La E_C *perdida* se utilizará para *producir las deformaciones* que lleva consigo el choque.

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

10.- Un cuerpo se deja caer desde una cierta altura, al llegar al suelo lleva una velocidad de 20 m/s. ¿ Desde qué altura se dejó caer? ¿Qué fuerza actuó sobre el cuerpo?.

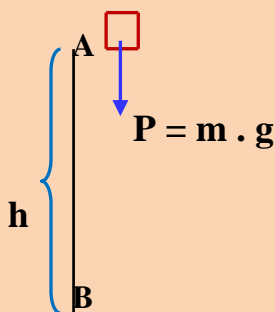
Resolución:



Unidades:

$$V_F = 20 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 0$$



El cuerpo en el punto A tiene E_p y cuando llega al suelo con una velocidad determinada tendrá E_c . Como no existe rozamiento podemos escribir la ecuación:

$$E_{pA} = E_{cB}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot V^2 ; 9,81 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (20)^2$$

$$h = 200/9,81 = 20,38 \text{ m}$$

La fuerza que actuó sobre el cuerpo fue su propio peso:

$$P = m \cdot g ; P = 9,8 \text{ m N}$$

11.- Una ciudad necesita un consumo de agua diario de 50 m³. El agua se tiene que elevar de un depósito que se encuentra a 75 m por debajo del nivel de la ciudad. La elevación del agua la realiza un motor que

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

desarrolla el trabajo en un tiempo de 1,5 h con una potencia de 150 vatios. ¿Qué Energía Potencial almacenará el agua elevada hasta la ciudad?. Densidad del agua $1 \text{ g} / \text{cm}^3$.

Resolución:

Unidades:

$$h = 75 \text{ m}$$

$$t = 1,5 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s} / 1 \text{ h} = 5400 \text{ s}$$

$$P = 150 \text{ w}$$

$$d_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3.$$

$$V_{\text{agua}} = 50 \text{ m}^3 \cdot 1000000 \text{ cm}^3 / 1 \text{ m}^3 = 50000000 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{agua}} = d \cdot V_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot 50000000 \text{ cm}^3 = 50000000 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = \\ = 50000 \text{ Kg}$$

El trabajo para elevar el agua hasta la ciudad es:

$$W = F \cdot e$$

Como el problema nos proporciona las características del motor:

$$P = W / t$$

$$W = P \cdot t = 150 \text{ J/s} \cdot 5400 \text{ s} = 810000 \text{ J}$$

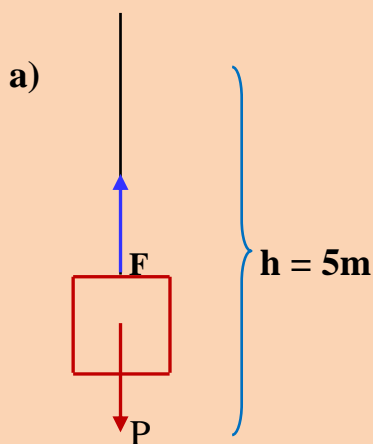
El trabajo realizado (810000 J) para elevar el agua hasta la ciudad queda almacenado en el agua en forma de *Energía Potencial*. El agua ha ganado *810000 J de energía*.

12.- Calcular el trabajo que realizamos contra la gravedad cuando levantamos 5 m un cuerpo de 15 Kg, utilizando un tiempo de 10 s, en los casos:

a) Verticalmente.

b) Por una rampa inclinada 60° .

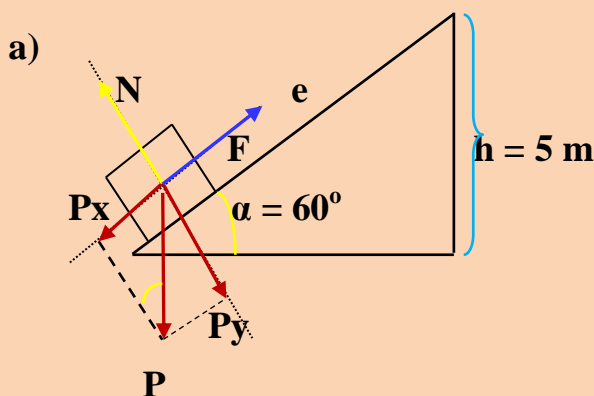
Resolución:



Quando el cuerpo llegue a una altura de 5 m hemos realizado un trabajo contra la gravedad que queda almacenado en el cuerpo en forma

E_p :

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9,81 \cdot 5 = 735,75 \text{ J.}$$



Para elevar el cuerpo hasta la altura de 5 m hemos de hacer

un trabajo a lo largo de un espacio "e". Este trabajo queda almacenado en el cuerpo en forma de E_p .

Sea cual fuese el camino seguido para llevar al cuerpo hasta una altura de 5 m implicará un trabajo que se almacena en el cuerpo en forma de E_p .

Se cumple:

$$W = E_p = \sum F \cdot e = m \cdot g \cdot h$$

$$W = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9,81 \cdot 5 = 735,75 \text{ J.}$$

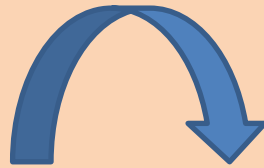
El trabajo que debemos realizar para elevar el cuerpo a 5 m de altura es *independiente del camino seguido*. Por ello en los dos casos el trabajo *vale lo mismo*. La ventaja del plano inclinado estriba en que nos permite realizar el trabajo *más comodamente*.

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

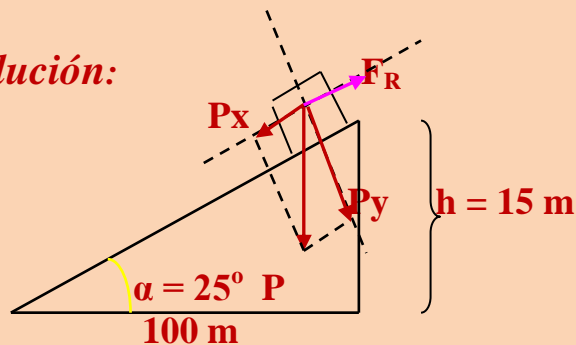
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

13.- En la parte alta de un plano inclinado $8,5^\circ$ sobre la horizontal tenemos un cuerpo de masa 15 Kg. El plano inclinado es del 15 %. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3. Determinar el contenido energético del cuerpo en la parte alta del plano inclinado. Dejamos caer el cuerpo, determinar la velocidad que llevará el cuerpo cuando se encuentre a una altura de 10 m. ¿Cuál será la velocidad del cuerpo al llegar a la parte baja del plano inclinado?. Interpreta los resultados.

Resolución:



Resolución:

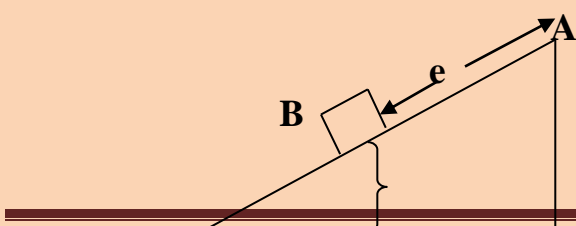


En la parte alta del plano inclinado el cuerpo posee E_p :

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9,81 \cdot 15 = 2207,25 \text{ j}$$

Cuando el cuerpo pasa por la posición B se cumplen tres condiciones:

- Al pasar por B lleva una velocidad y por tanto tendrá E_c .
- Está a una altura de 10 m luego tiene E_p .
- Se ha vencido un rozamiento a lo largo de un espacio y por tanto existe *trabajo de rozamiento*.



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

10 m

El principio de conservación de la energía, teniendo presente que existe rozamiento, nos dice que:

$$E_{pA} = E_{CB} + E_{PB} - W_{rozamiento} \quad (1)$$

La fuerza de rozamiento forma con la fuerza que hace posible el movimiento del cuerpo un ángulo de 180° .

$$W_{rozamiento} = F_R \cdot e = \mu \cdot N \cdot e ; N = P_y$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$W_{rozamiento} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$W_{rozamiento} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e$$

Luego si nos vamos a la ecuación (1):

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot 10 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e$$

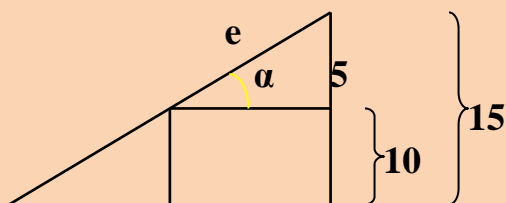
$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot 10 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e$$

podemos sacar común la masa y nos quedaría:

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = \cancel{m} \left(\frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot 10 - \mu \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e \right)$$

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot 10 - \mu \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e \quad (2)$$

Debemos conocer, geoméricamente, el valor de "e":



$$\text{sen } 8,5^\circ = 5 / e$$

$$e = 5 / \text{sen } 8,5^\circ$$

$$e = 5 / 0,15 = 33,33 \text{ m}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

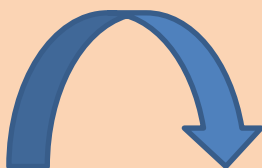
Nos vamos a la ecuación (2):

$$9,81 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9,81 \cdot 10 - 0,3 \cdot 9,81 \cdot \cos 8,5^\circ \cdot 33,33$$

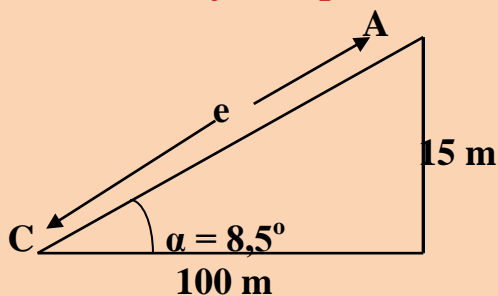
$$147,15 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 98,1 - 97,1$$

$$147,15 - 98,1 + 97,1 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2$$

$$156,15 = V_B^2 ; V_B = (156,15)^{1/2} = 12,5 \text{ m/s}$$



En el punto más bajo del plano inclinado:



Cuando el cuerpo se encuentra en la posición A tiene energía potencial que al llegar a la parte baja del plano inclinado, se cumplirá:

- Llega a C con velocidad por lo que tendrá ***Ec***.
- Se encuentra a $h = 0$ luego ***no tiene Ep***.
- Se vence una fuerza de rozamiento y por lo tanto el cuerpo realiza un ***trabajo de rozamiento***.

Por el principio de conservación de la energía:

$$Ep_A = E_{CC} - W_{rozamiento}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 - F_R \cdot e$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot N \cdot e$$

$$N = Py = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e$$

$$m \cdot 9,81 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 8,5^\circ \cdot e$$

Sacando factor común la “*m*”:

$$\cancel{m} \cdot 9,81 \cdot 15 = \cancel{m} \left(\frac{1}{2} \cdot V_F^2 - \mu \cdot g \cdot \cos 8,5^\circ \cdot e \right)$$

$$9,81 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot V_F^2 - \mu \cdot g \cdot \cos 8,5^\circ \cdot e \quad (1)$$

$$\cos 8,5^\circ = 0,99$$

Del último plano inclinado:

$$\sin 8,5^\circ = 15 / e \quad ; \quad e = 15 / \sin 8,5^\circ$$

$$e = 15 / 0,14 = 107,14 \text{ m}$$

Nos vamos a (1):

$$147,15 = \frac{1}{2} \cdot V_F^2 - 0,3 \cdot 9,81 \cdot 0,99 \cdot 107,14$$

$$147,15 = \frac{1}{2} V_F^2 - 312,16$$

$$294,28 = V_F^2 - 312,16$$

$$294,28 + 312,16 = V_F^2$$

$$V_F = (606,44)^{1/2} = 24,62 \text{ m/s}$$

14.- Desde una altura de 10 m dejamos caer una pelota de masa de 750 g. En cada choque con el suelo pierde un 15 % de su energía. ¿Qué altura alcanzará después del tercer choque?

Resolución:

Existen tres rebotes que implican una pérdida de energía del 45 %

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0,750 \cdot 9,81 \cdot 10 = 73,57 \text{ J}$$

Después del 3º rebote quedarán:

$$73,57 \text{ J} / 45 \text{ J} / 100 \text{ J} = 33,10 \text{ J}$$

Con esta energía se elevará hasta alcanzar una altura:

$$E_c = E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$33,10 \text{ J} = 0,750 \text{ Kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot h$$

$$33,10 \text{ J} = 7,35 \text{ kg} \cdot \underbrace{\text{m/s}^2}_{\text{N}} \cdot h$$

$$h = 33,10 \text{ J} / 7,35 \text{ N} = 4,5 \cdot \frac{\text{J}}{\text{N}} = 4,5 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{N}} = 4,5 \text{ m}$$

15.- Un cuerpo de 1500 g de masa se encuentra a una cierta altura sobre una plataforma horizontal elástica. Cuando choca con la plataforma el cuerpo lleva una velocidad de 100 Km/h. ¿Desde que altura cayó? ¿ Si en el rebote el cuerpo se eleva 12 m que cantidad de energía perdió el cuerpo? ¿ En que se transformó dicha pérdida de energía?

Resolución:

Unidades:

$$m = 1500 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 1,5 \text{ Kg}$$

$$V_F = 100 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 27,8 \text{ m/s}$$

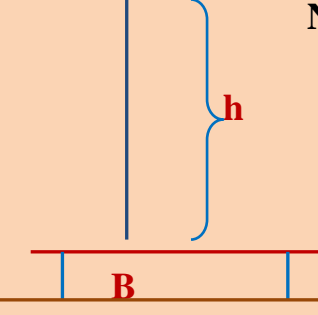
Tomaremos como sistema de referencia la plataforma elástica ($h = 0$)

A

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

No existe rozamiento con el aire, luego:


$$E_{p_A} = E_{c_B}$$
$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_F^2$$

~~$1,5 \cdot 9,61 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (27,8)^2$~~

$$9,61 h = 386,42 ; h = 386,42 / 9,61 = 40,2 m$$

Cuando el cuerpo choca con la plataforma elástica lleva una E_{c_B} :

$$E_{c_B} = E_{p_A} = m \cdot g \cdot h = 1,5 \cdot 9,81 \cdot 40,2 = 591,54 \text{ Julios}$$

Al rebotar en la plataforma alcanza una *altura de 12 m* con lo que consigue una E_p :

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 1,5 \cdot 9,81 \cdot 12 = 176,58 \text{ Julios}$$

Ha habido una pérdida de energía de:

$$\Delta E = E_{c_B} - E_p = 591,54 - 176,58 = 414,96 \text{ Julios}$$

Los *414,96 julios* se perdieron en la *deformación de la plataforma elástica*.

16.- Un cuerpo de 10 Kg de masa, a una altura de 500 m, queda en libertad. Determinar:

- ¿Cuánto valdrá su energía Cinética al llegar al suelo?.
- ¿Con qué velocidad llegará al suelo?
- ¿Cuál será su velocidad en el punto medio de la trayectoria?.

Resolución:

A

Unidades:

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$m = 10 \text{ Kg.}$$

$$h = 500 \text{ m}$$


$$\text{--- B --- } h = 0$$

- a) En la parte más alta el cuerpo tiene E_p . Cuando quede en libertad llegará al suelo con una velocidad determinada y por lo tanto tendrá E_c . Por el principio de conservación de la energía y al no existir rozamiento, podemos decir:

$$E_{pA} = E_{cB}$$

$$m \cdot g \cdot h = E_c ; 10 \cdot 9,81 \cdot 500 = E_c$$

$$E_c = 49050 \text{ Julios.}$$

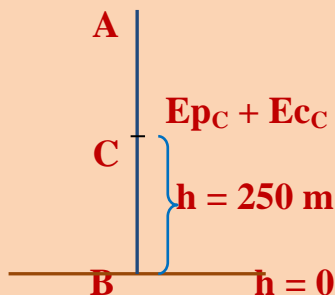
- b) Recordemos que:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2$$

$$49050 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot V_F^2 ; V_F = (9810)^{1/2}$$

$$V_F = 99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c)



Cuando el cuerpo pasa por el punto medio de la trayectoria:

- 1.- Se encuentra a una altura, BC , y por lo tanto tendrá E_p .

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

- 2.- Pasa por el punto C a una velocidad y por lo tanto tendrá E_c .
a) En el punto C la energía que tiene el cuerpo es la suma $E_p + E_c$.

Esta suma será igual a la energía potencial que tenía el cuerpo en el punto A. Como no existe rozamiento:

$$E_{pA} = E_{pC} + E_{cC}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2$$

Sacamos factor común la “masa”:

$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot (g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot V_C^2)$$

$$g \cdot h_A = g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot V_C^2$$

$$9,81 \cdot 500 = 9,81 \cdot 250 + \frac{1}{2} \cdot V_C^2$$

$$4905 = 2452,5 = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$4905 - 2452,5 = \frac{1}{2} V_C^2 ; 2452,5 = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$V_C = (4905)^{1/2} = 70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

17.- Por un plano inclinado de 45° sobre la horizontal asciende un cuerpo de 10 Kg de masa una distancia de 15 m aplicándole una fuerza de 5750 N paralela al plano inclinado. Si parte de la base del plano inclinado y el coeficiente de rozamiento es de 0,2, determinar la velocidad adquirida por el cuerpo cuando haya recorrido 15 m del plano inclinado.

Resolución:

Unidades:

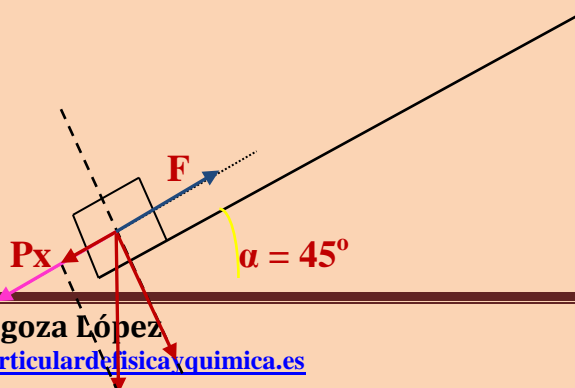
$$\alpha = 45^\circ$$

$$m = 10 \text{ Kg}$$

$$e = 15 \text{ m}$$

$$F = 5750 \text{ N}$$

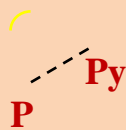
$$\mu = 0,2$$



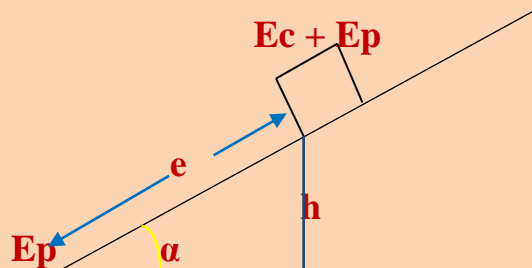
EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.PROFESORPARTICULARDEFISICAYQUIMICA.ES](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

FR



a)



Cuando el cuerpo haya recorrido los 15 m del plano inclinado habrá alcanzado una altura sobre el sistema de referencia ($h=0$) y ha realizado un trabajo de rozamiento:

$$W = (E_C + E_p)$$

$$\sum F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

$$F_{ROZ} = \mu \cdot N ; N = P_y ; P_y = P \cdot \cos \alpha$$

Volvemos a (1):

$$(F - F_R) \cdot e = (\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h)$$

$$(F - \mu \cdot N) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$(F - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h \quad (2)$$

Para conocer “h” nos vamos al último plano inclinado y observamos que:

$$\sin \alpha = h / e ; \sin 45^\circ = h / 15 ; h = \sin 45^\circ \cdot 15$$

$$h = 0,7 \cdot 15 = 10,5 \text{ m}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

nos vamos a la ecuación (2):

$$(5750 - 0,2 \cdot 10 \cdot 9,81 \cdot \cos 45^\circ) \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot V^2 + 10 \cdot 9,81 \cdot 10,5$$

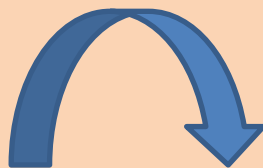
$$86044,05 = 5 \cdot V^2 + 1030,05$$

$$86044,05 - 1030,05 = 5 \cdot V^2 ; V = (943,6 / 5)^{1/2} ; V = 13,73 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

18.- Estando en la parte alta de una torre de 25 m de altura lanzamos verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 20 m/s. Determinar:

- La velocidad que tendrá cuando se encuentre a 8 m del suelo.
- La velocidad que tendrá el cuerpo cuando se encuentre a 8 m del suelo si el cuerpo es lanzado hacia abajo.

Resolución:

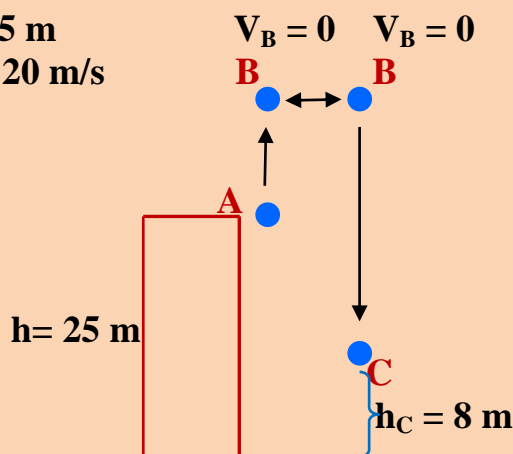


Unidades:

$h = 25 \text{ m}$

$V_A = 20 \text{ m/s}$

a)



En el punto A el cuerpo tiene E_p y E_c : $E_A = E_{p_A} + E_{c_A}$

En el punto B el cuerpo tiene energía potencial: $E_B = E_{p_B}$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

En el punto C el cuerpo tiene E_p y E_c : $E_C = E_{pC} + E_{cC}$

Al no existir rozamiento, por el *Principio de Conservación de la Energía* podemos, escribir

$$E_A = E_B = E_C$$

Por la propiedad transitiva:

$$E_A = E_C$$

$$E_{cA} + E_{pA} = E_{cC} + E_{pC}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$$

Sacando factor común la “m”, la podemos eliminar de la ecuación:

$$\cancel{m} (\frac{1}{2} \cdot V_A^2 + g \cdot h_A) = \cancel{m} (\frac{1}{2} \cdot V_C^2 + g \cdot h_C)$$

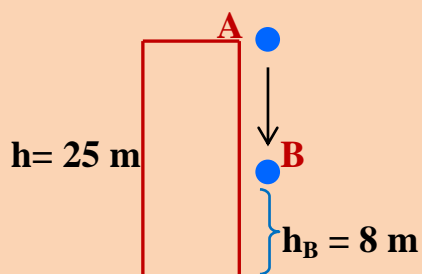
$$\frac{1}{2} \cdot V_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_C^2 + g \cdot h_C$$

$$\frac{1}{2} \cdot (20)^2 + 9,81 \cdot 25 = \frac{1}{2} \cdot V_C^2 + 9,81 \cdot 8$$

$$200 + 245,25 = \frac{1}{2} \cdot V_C^2 + 78,48$$

$$\frac{1}{2} V_C^2 = 366,77 ; V_C = (733,54)^{1/2} = 27,08 \text{ m/s}$$

b)



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

En el punto A el cuerpo posee E_c y E_p : $E_A = E_{CA} + E_{PA}$

En el punto B el cuerpo posee E_C y E_p : $E_B = E_{CB} + E_{PB}$

Como no existe rozamiento podemos escribir:

$$E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

Eliminando las masas:

$$\frac{1}{2} \cdot V_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot h_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot (20)^2 + 9,81 \cdot 25 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9,81 \cdot 8$$

$$200 + 245,25 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 78,48$$

$$366,77 = \frac{1}{2} V_B^2 ; V_B = (733,54)^{1/2} = 27,08 \text{ m/s}$$

19.- De la parte inferior de un muelle colgamos un cuerpo de masa 75 g alargándose el muelle 3 cm. Determinar la Energía Potencial Elástica que almacena el muelle por su deformación. $K = 30 \text{ N/m}$

Resolución:

Unidades:

$$m = 75 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,075 \text{ Kg}$$

$$x = 3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)



$$Epe = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$Epe = \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ N/m} \cdot (0,03 \text{ m})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 0,0009 \text{ N/m} \cdot \text{m}^2 =$$

$$= 0,0135 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,0135 \text{ Julios}$$

20.- Al colgar de un muelle un cuerpo de 60 N de peso se estira una longitud de 15 cm. Si el trabajo realizado es de 7,50 Julios ¿cuál es la constante elástica del muelle?.

Resolución:

Unidades:

$$P = 60 \text{ N}$$

$$x = 15 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$W = 7,50 \text{ J.}$$

K?

El trabajo realizado queda almacenado en forma de **Epe** (Energía Potencial elástica) del muelle:

$$W = Epe$$

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad (1)$$

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

La Fuerza ejercida es igual al peso del cuerpo $\rightarrow F = P$

La ecuación (1) nos quedaría de la forma:

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$P \cdot e = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 ; e = x \rightarrow P \cdot x = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x ; K = 2 \cdot P / x = 2 \cdot 60 \text{ N} / 0,15 \text{ m} = \\ = 240 \text{ N/m}$$

21.- En la parte baja de un muelle colgamos un cuerpo de masa 60 gramos y el muelle se estira una longitud de 5 cm. Qué trabajo se realizaría sobre el muelle si la longitud aumentada fuera de 12 cm?

Resolución:

Unidades:

$$m = 60 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,060 \text{ Kg}$$

$$x_1 = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$x_2 = 12 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

El trabajo realizado quedaría almacenado en el muelle en forma de **Epe**:

$$W = Epe$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_2^2 \quad (1)$$

Debemos conocer "**K**". Aplicando la ley de Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x$$

La fuerza aplicada es igual al peso del cuerpo: **F = P**

$$P = K \cdot \Delta x ; m \cdot g = K \cdot 0,05$$

$$0,060 \cdot 9,81 = K \cdot 0,05 ; K = 0,59/0,05 = 11,8 \text{ N/m}$$

Si nos vamos a la ecuación(1):

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$W = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 11,8 \text{ N/m} \cdot (0,12 \text{ m})^2 = 0,084 \text{ Julios}$$

22.- En una plataforma horizontal tenemos un muelle en posición vertical. La constante elástica del muelle vale 30 N/m. El muelle tiene por encima de él, a dos metros de altura sobre la plataforma, un cuerpo de masa 45 g. Dejamos caer el cuerpo, determinar que longitud de muelle se comprimirá.

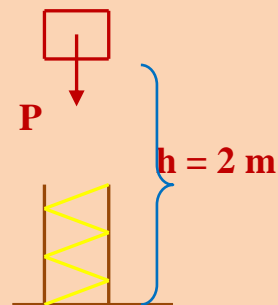
Resolución:

Unidades:

$$K = 30 \text{ N/m}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$m = 45 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,045 \text{ Kg}$$



El cuerpo, en la posición que ocupa, posee E_p que la utilizará para producir un trabajo sobre el muelle haciendo que este se comprima y almacene una E_{pe} , cumpliéndose que:

$$W = E_{pe}$$

$$F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad (1)$$

La fuerza que realiza el cuerpo es igual a su peso: $F = P$

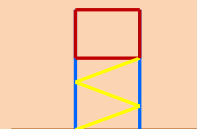
La ecuación (1) quedará de la forma:

$$P \cdot h = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad ; \quad P = m \cdot g$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$0,045 \cdot 9,81 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot x^2$$

$$0,88 = 15 \cdot x^2 \quad ; \quad x = (0,88/15)^{1/2} = 0,24 \text{ m}$$



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

23.- Hemos realizado un montaje que consiste en tener un muelle comprimido 5 cm y en su extremo tenemos un cuerpo de masa 15 g. Sabemos que la constante elástica del muelle vale 40 N/m. Liberamos el sistema y al expandirse el muelle el cuerpo sale lanzado con una velocidad determinada ¿Cuánto vale esta velocidad?.

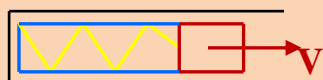
Resolución:

Unidades:

$$x = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$m = 15 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,015 \text{ Kg}$$

$$K = 40 \text{ N/m}$$



El muelle al estar comprimido posee **Epe** que se la transmitirá al cuerpo en forma de **Ec**:

$$Epe = Ec$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (0,05)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015 \cdot V^2$$

$$0,05 = 0,0075 \cdot V^2 ; \quad V = (0,05/0,0075)^{1/2} = 2,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

24.- En la parte alta de un plano inclinado del 30 % tenemos un cuerpo de masa 5 Kg. ¿Qué velocidad llevará cuando se encuentre a una altura sobre el suelo de 10 m?

Resolución:

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Unidades: 30 m

$$h_A = 30 \text{ m}$$

$$m = 5 \text{ Kg}$$

$$h_B = 10 \text{ m}$$

$$V_0 = 0$$

$$V_B = ?$$

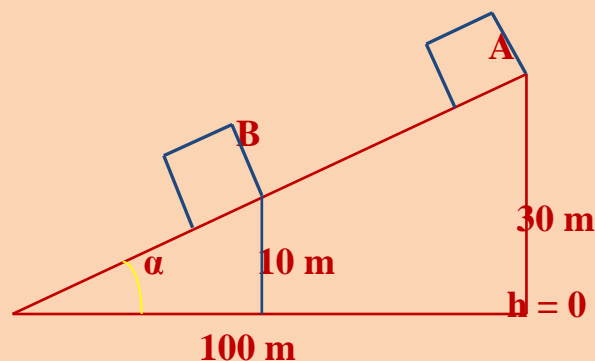


Vamos a conocer geoméricamente el valor de α :

$$\text{tag } \alpha = 30 / 100 = 0,30 \rightarrow \alpha = 16,7^\circ$$

Como vamos a trabajar energéticamente no hace falta el valor de " α ".

Volvamos al plano inclinado:



En el punto A el cuerpo tiene E_p puesto que está a una altura determinada y en reposo.

En el punto B, el cuerpo pasa por el mismo, a una velocidad determinada y tendrá por tanto E_c . También posee E_p puesto que el punto B está a 10 m del sistema de referencia ($h = 0$).

Por el Principio de Conservación de la energía:

$$E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

podemos sacar factor común la “m” y la eliminamos de la ecuación anterior:

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot h_B$$

$$9,81 \cdot 30 = \frac{1}{2} V_B^2 + 9,81 \cdot 10 \quad ; \quad 294,3 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 98,1$$

$$196,2 \cdot 2 = V_B^2 \quad ; \quad V_B = (392,4)^{1/2} = 19,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

25.- Sobre un muelle de 20 cm de longitud y estando en posición vertical dejamos caer un cuerpo de masa 250 g lo que produce que el muelle se comprima 15 cm. ¿Hasta qué altura subirá el cuerpo cuando el muelle vuelva su longitud inicial. La Constante Elástica del muelle tiene un valor de 80 N/m.

Resolución:

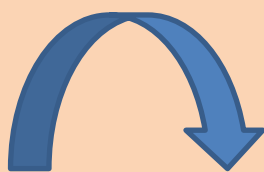
Unidades:

$$l_0 = 20 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

$$m = 250 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ Kg}$$

$$x = 15 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$K = 80 \text{ N/m}$$



Cuando el cuerpo que está a una cierta altura, y por lo tanto tiene **Ep**, cede dicha energía al muelle el cual se comprime 0,15 m. Por el principio de **C.E.:**

$$E_p = E_{pe}$$

La energía potencial elástica del muelle se puede conocer:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot (0,15)^2 = 0,9 \text{ Julios}$$

Cuando el muelle se expanda a su longitud inicial la E_{pe} del muelle pasará al cuerpo elevándolo hasta una cierta altura:

$$E_{pe} = E_p$$

$$0,9 = m \cdot g \cdot h ; 0,9 = 0,250 \cdot 9,81 \cdot h ; 0,9 = 2,45 \cdot h$$

$$h = 0,9/2,45 = 0,367 \text{ m} / 100 \text{ cm} / 1 \text{ m} = 36,7 \text{ cm}$$

Esta altura es la que le proporciona el muelle pero recordar que la longitud inicial era de **20 cm** y se comprime **15 cm**, es decir, el cuerpo no es elevado desde el nivel del suelo sino a:

$$20 - 15 = 5 \text{ cm. del sistema de referencia}$$

Luego la altura que alcanza el cuerpo partiendo del sistema de referencia (suelo, $h = 0$) será:

$$h_f = 36,7 + 5 = 41,7 \text{ cm}$$

26.- Una bola de 10 g cae desde 1 m de altura. Tras el primer rebote sube solo 80 cm. ¿Cuánta energía mecánica se ha perdido en el choque con el suelo?.

Resolución:

Unidades:

$$m = 10 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,010 \text{ Kg}$$

$$h_1 = 1 \text{ m}$$

$$h_2 = 80 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

$$Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 0,010 \cdot 9,81 \cdot 1 = 0,098 \text{ Julios}$$

$$Ep_2 = m \cdot g \cdot h_2 = 0,010 \cdot 9,81 \cdot 0,80 = 0,078 \text{ Julios}$$

La Energía mecánica perdida será de :

$$\Delta E_{\text{mecanica}} = Ep_1 - Ep_2 = 0,098 - 0,078 = 0,02 \text{ Julios}$$

27.- Tenemos un bloque de madera y le disparamos un proyectil de masa 35 g con una velocidad de 50 m/s. El proyectil es capaz de penetrar dentro del bloque 30 cm. ¿Cuál es la fuerza de oposición que ejerce el bloque de madera.

Resolución:

Unidades:

$$m_{\text{proyectil}} = 35 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,035 \text{ Kg}$$

$$V = 50 \text{ m/s}$$

$$x = 30 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$



El proyectil penetra dentro del bloque de madera venciendo una fuerza de Resistencia a lo largo de 0,30 m, luego tiene que realizar un trabajo. El trabajo podrá realizarlo por la **Ec** que lleva el proyectil, luego:

$$Ec = W_{\text{rozamiento}}$$

$$Ec = F_R \cdot e$$

$$Ec = F_R \cdot e$$

$$e = x \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_{\text{proyectil}} \cdot V^2 = F_R \cdot x$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$\frac{1}{2} \cdot 0,035 \cdot (50)^2 = F_R \cdot 0,30 ; 43,75 = 0,30 \cdot F_R$$

$$F_R = 43,75/0,30 = 145,8 \text{ N}$$

28.- Un cuerpo, de masa 40 Kg, inicia la subida a un plano inclinado 30° sobre la horizontal con una velocidad de 20 m/s. Alcanza una altura de 12 m. ¿Cuál ha sido el trabajo de rozamiento realizado?

Resolución:

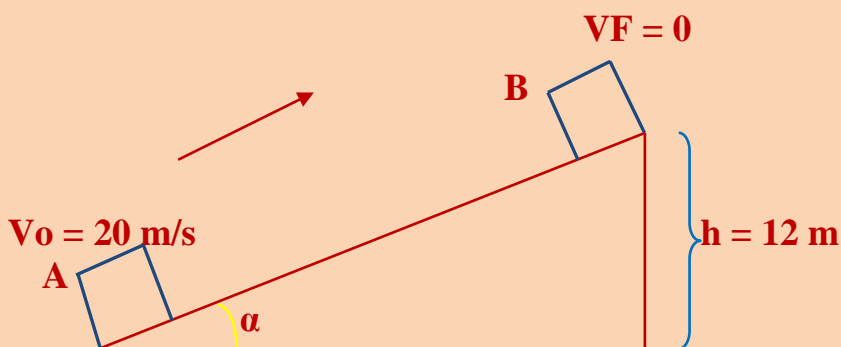
Unidades:

$$m = 40 \text{ Kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$h = 12 \text{ m}$$



El cuerpo es capaz de alcanzar una altura y conseguir E_p y además vencer la fuerza de rozamiento. Todo esto podrá realizarlo gracias a la E_c que posee inicialmente. Por P.C.E.:

$$E_c = W_{\text{rozamiento}} + E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = W_{\text{rozamiento}} + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (20)^2 = W_{\text{rozamiento}} + 40 \cdot 9,81 \cdot 12$$

$$8000 = W_{\text{rozamiento}} + 4708,8$$

$$W_{\text{rozamiento}} = 8000 - 4708,8 = 3291,2 \text{ Julios}$$

29.- Lanzamos verticalmente hacia arriba una piedra de 250 g a una velocidad de 30 m/s. Determinar:

a) La velocidad que llevará cuando se encuentre en la mitad de la altura de subida.

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

b) ¿Qué velocidad llevará cuando se encuentre a 15 m de altura del suelo en su viaje de regreso al suelo. Nota: Consideramos despreciable el rozamiento con el aire.

Resolución:

Unidades:

$$m = 250 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ Kg}$$

$$V_0 = 30 \text{ m/s}$$

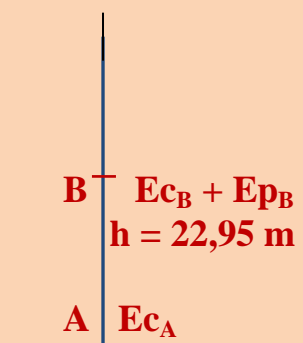
a) Debemos conocer primeramente la altura que alcanzará el cuerpo. Para ello, sabiendo que no existen fuerzas de rozamiento, por el **P.C.E.**:

$$E_c = E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2 = m \cdot g \cdot h ; \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot (30)^2 = 0,250 \cdot 9,81 \cdot h$$

$$450 = 9,81 \cdot h ; h = 450 / 9,81 = 45,9 \text{ m}$$

Recordemos que lo que nos pide el ejercicio es la velocidad a mitad de trayecto. En este punto el cuerpo tendrá una altura y por tanto **E_p** y pasará por dicho punto con una velocidad por lo que tendrá **E_c**:

	<p>Por el P.C.E.:</p> $E_{C_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$ $\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h$ $\frac{1}{2} \cdot (30)^2 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9,81 \cdot 22,95$
---	---

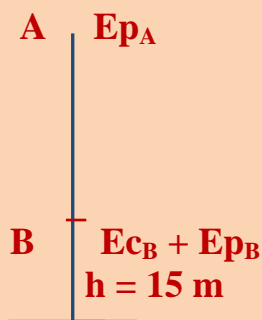
$$450 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 225,14$$

$$450 - 225,14 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 ; V_B = (449,72)^{1/2} = 21,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

b)



Por el P.C.E.:

$$Ep_A = Ec_B + Ep_B$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$9,81 \cdot 45,9 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9,81 \cdot 15$$

$$450,28 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 147,15$$

$$450,28 - 147,15 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 ; V_B = (606,26)^{1/2} = 24,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

30.- Tenemos un péndulo cuyo cuerpo tiene una masa de 5 Kg. Un proyectil de masa 20 g se incrusta dentro del bloque venciendo una fuerza de oposición por parte del bloque de 5 N a lo largo de 2 cm de profundidad. Incrustado el proyectil dentro del bloque el péndulo se eleva hasta una altura de 18 cm. Determinar la energía cinética con la cual llega el proyectil al bloque de madera.

Resolución:

Unidades:

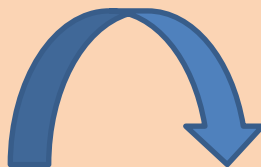
$$M_{\text{cuerpo}} = 5 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{proyectil}} = 28 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,028 \text{ Kg}$$

$$F_R = 5 \text{ N}$$

$$e = 2 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

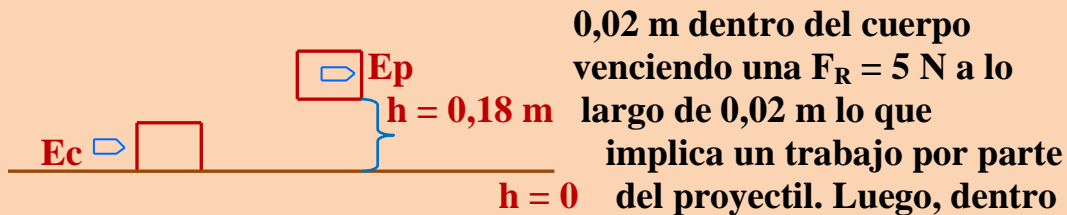
$$h = 18 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$$



El proyectil debe incrustarse

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es



del cuerpo debe elevar el sistema a una altura de 0,18 m lo que implica más trabajo para el proyectil. El proyectil antes de chocar contra el cuerpo lleva una velocidad y por tanto una E_c , esta energía cinética es la hará posible que el proyectil realice todo lo comentado. Por el P.C.E.:

$$E_c = W_{\text{rozamiento}} + E_p$$

$$E_c = F_R \cdot e + (M + m) \cdot g \cdot h$$

$$E_c = 5 \cdot 0,02 + (5 + 0,028) \cdot 9,81 \cdot 0,18$$

$$E_c = 0,1 + 8,87 = 8,97 \text{ Julios}$$

31.- Mediante el impulso correspondiente lanzamos un cuerpo de 350 Kg para que se arrastre por el suelo. El coeficiente de rozamiento $\mu = 0,3$. Determinar:

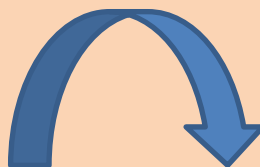
- ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de rozamiento si dicho cuerpo se para tras recorrer 2,5 m?
- ¿Con que velocidad fue lanzado el cuerpo?
- ¿En qué se transformó el trabajo de rozamiento?

Resolución:

Unidades:

$$m = 350 \text{ Kg}$$

$$\mu = 0,3$$



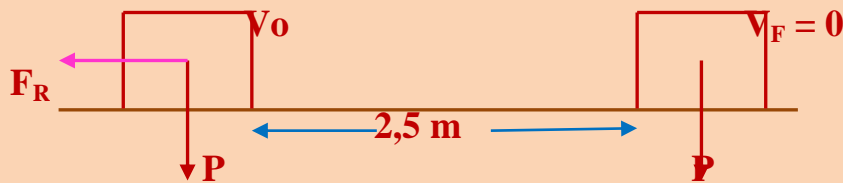
a)

N

N

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



$$W = \sum F \cdot e$$

$$W = (0 - F_R) \cdot e ; W = - F_R \cdot e$$

$$N = P$$

$$W = - \mu \cdot N \cdot e ; W = - \mu \cdot P \cdot e$$

$$W = - \mu \cdot m \cdot g \cdot e ; W = - 0,3 \cdot 350 \cdot 9,81 \cdot 2,5$$

$$W_{\text{rozamiento}} = - 0,3 \cdot 350 \cdot 9,81 \cdot 2,5 = -2575,125 \text{ Julios}$$

El trabajo es negativo porque está realizado por una fuerza en la dirección del desplazamiento pero de sentido contrario.

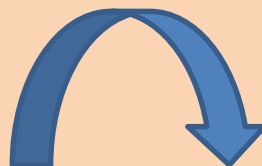
- b) El cuerpo ha recorrido un espacio hasta que se para por la acción del rozamiento. El cuerpo debe realizar un trabajo para vencer la fuerza de rozamiento. Este trabajo lo podrá realizar porque el cuerpo al ser lanzado adquiere una **energía cinética**. Por el **P.C.E**:

$$E_c = W_{\text{rozamiento}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = 2575,125$$

$$\frac{1}{2} \cdot 350 \cdot V^2 = 2575,125 ; V = (2575,125/175)^{1/2} = 3,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c) El $W_{\text{rozamiento}}$ se transforma en **CALOR**.



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ WWW.profesorparticulardefisicayquimica.es

32.- En una plataforma horizontal tenemos un bloque de madera de 2,5 Kg de masa y 5 cm de longitud. Disparamos un proyectil de 10 g de masa sobre el mismo a una velocidad de 35 m/s. El proyectil atraviesa el bloque de madera, que ofrece una resistencia de 20 N, saliendo del mismo con una velocidad de 75 Km/h. El bloque de madera sufre un desplazamiento en el mismo sentido del movimiento del proyectil de 25 cm. Determinar:

- La energía que implica el desplazamiento del bloque de madera.
- El coeficiente de rozamiento entre el bloque de madera y la plataforma.

Resolución:

Unidades:

$$M_{\text{bloque}} = 2,5 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{proyectil}} = 10 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,010 \text{ Kg}$$

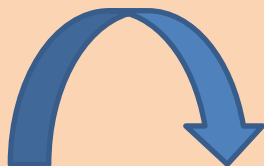
$$V_0 = 35 \text{ m/s}$$

$$e = 25 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$V_F = 75 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20,8 \text{ m/s}$$

$$F_{R\text{bloque}} = 20 \text{ N}$$

$$l_{\text{bloque}} = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$



EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.PROFESORPARTICULARDEFISICAYQUIMICA.ES](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

- a) El proyectil debe ser capaz de atravesar el bloque y trasladarlo una distancia determinada. El proyectil podrá realizar todo este proceso porque lleva una **energía cinética**.



El desplazamiento del bloque de madera implica una energía que viene determinada por:

$$E_{c_0} = W_{rozamiento1} + W_{rozamiento2} + E_{c_F}$$

Calculemos el $W_{rozamiento1}$:

$$W_{rozamiento1} = F_{R1} \cdot e$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{proyectil} \cdot V^2 = F_{R1} \cdot e + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (35)^2 = 20 \cdot 0,05 + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (20,8)^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (35)^2 = 20 \cdot 0,05 + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (20,8)^2$$

$$6,12 = 1 + W_{rozamiento2} + 2,16 ; W_{rozamiento2} = 2,96 \text{ Julios}$$

La energía necesaria para el traslado del bloque es de **2,96 Julios**

- b) Vamos a calcular el $W_{rozamiento}$

$$N = P \rightarrow W_{rozamiento2} = F_R \cdot e$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P = m \cdot g$$

$$W_{rozamiento2} = \mu \cdot P \cdot e = \mu \cdot m \cdot g \cdot e$$

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ [WWW.PROFESORPARTICULARDEFISICAYQUIMICA.ES](http://www.profesorparticulardefisicayquimica.es)

$$2,96 = \mu \cdot 2,5 \cdot 9,81 \cdot 0,25 \quad ; \quad 2,96 = \mu \cdot 6,13$$

$$\mu = 2,96 / 6,13 = 0,48 \text{ (adimensional)}$$

33.- Un muelle ($K = 800 \text{ N/m}$) se encuentra comprimido 15 cm . Un bloque de 150 g está en el extremo del muelle. Se libera el muelle y el cuerpo recorre un espacio por un plano inclinado 20° sobre la horizontal. Si alcanza una altura de 5 m cuál es la F_R que ha vencido el cuerpo.

Resolución:

Unidades:

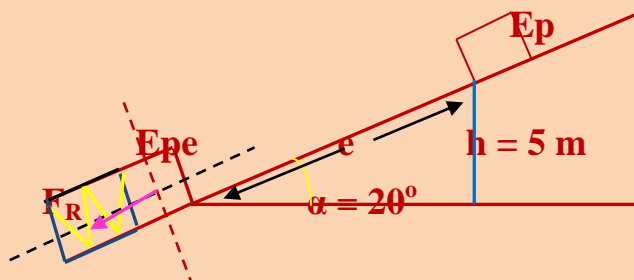
$$K = 800 \text{ N/m}$$

$$x = 15 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$m = 150 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,150 \text{ Kg}$$

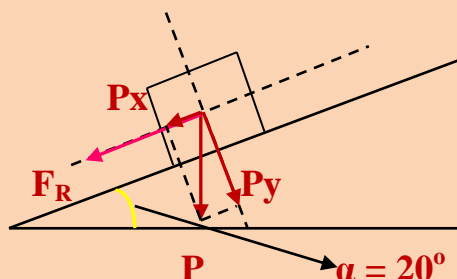
$$h = 5 \text{ m}$$



La **energía potencial elástica** del muelle le proporciona al cuerpo una energía que le permite subir hasta una cierta altura consiguiendo una **Ep** y además poder realizar el **trabajo de rozamiento** hasta llegar al punto de una altura determinada. Según el **P.C.E**:

$$Epe = Ep - W_{\text{rozamiento}}$$

Calculemos el $W_{\text{rozamiento}}$:



$$W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e$$

$$W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e \quad ; \quad W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e$$

$$W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = m \cdot g \cdot h - F_R \cdot e$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = m \cdot g \cdot h - F_R \cdot e$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = m \cdot g \cdot h - F_R \cdot e \quad (1)$$

Por trigonometría: (triángulo del plano inclinado)

$$\text{sen } 20^\circ = 5 / e \quad ; \quad e = 5 / \text{sen } 20^\circ \quad ; \quad e = 5 / 0,34 = 14,7 \text{ m}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$\frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (0,15)^2 = 0,150 \cdot 9,81 \cdot 5 - F_R \cdot 14,7$$

$$9 = 7,36 - F_R \cdot 14,7 \quad ; \quad 14,7 \cdot F_R = -9 + 7,36 = -1,64$$

$$-1,64 = F_R \cdot 14,7 \quad ; \quad F_R = -1,64 / 14,7 = -0,11 \text{ N}$$

Negativa porque actúa en la dirección del desplazamiento del cuerpo pero en *sentido contrario*.

EJERCICIOS DE ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
MECÁNICA

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

34.- Tenemos un bucle con un raíl interior que permite el movimiento de un cuerpo por él. Lanzamos un cuerpo de masa 500 g que al inicial el bucle lleva una velocidad de 72 Km/h. El cuerpo llega a la parte alta del bucle con una velocidad de 5 m/s. ¿Cuál es el radio del bucle?.

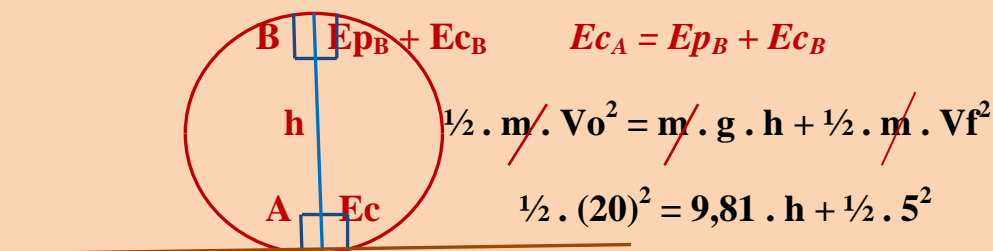
Resolución:

Unidades:

$$m = 500 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,5 \text{ Kg}$$

$$V_o = 72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

$$V_f = 5 \text{ m/s}$$



$$200 = 9,81 \cdot h + 12,5 ; 200 - 12,5 = 9,81 \cdot h$$

$$187,5 = 9,81 \cdot h ; h = 187,5 / 9,81 = 19,11 \text{ m}$$

$$h = \text{Diametro del bucle} = 2 \cdot R ; R = 19,11/2 = 9,55 \text{ m}$$

----- O -----