### EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE GENERADORES Y CIRCUITOS DE

**CORRIENTE CONTINUA** 

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

### TEMA Nº 14. EJERCICIOS SOBRE GENERADORES Y CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

- 1.- Determinar la fuerza electromotriz y la resistencia de un generador que nace de la asociación de tres generadores de fuerza electromotriz 5 voltios y resistencias interna  $0.5 \ \Omega$ :
- a) Montados en paralelo
- b) Montados en serie
- c) Asociación mixta

#### Resolución:

a) Para montar generadores en paralelo es condición indispensable que tengan la misma fuerza electromotriz. El cálculo de la resistencia equivalente se realiza como si de resistencias se tratara:

$$\begin{array}{c|c}
\varepsilon_1 &= 5 \text{ V} \\
r_1 &= 0,5 \Omega
\end{array}$$

$$\varepsilon_2 &= 5 \text{ V} \\
r_2 &= 0,5 \Omega$$

$$\varepsilon_3 &= 5 \text{ V} \\
r_3 &= 0,5 \Omega$$

El nuevo generador tendrá la misma fuerza electromotriz (5 V) y reistencia:

m.c. m 
$$(r_{123} y 0,5) = 0,5 r_{123}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$0.5 = r_{123} + r_{123} + r_{123}$$
;  $0.5 = 3 r_{123}$   
 $r_{123} = 0.5 / 3 = 0.17 \Omega$ 

### El generador equivalente:

$$\varepsilon = 5 V$$

$$r_{123} = 0.17 \Omega$$

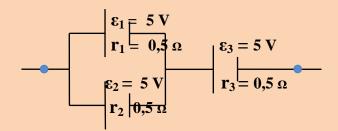
$$r_{123} = 0.5 \Omega + 0.5 \Omega + 0.5 \Omega = 1.5 \Omega$$

### Quedadndo el generador equivalente de la forma:

$$\varepsilon = 15 V$$

$$r = 1.5 \Omega$$

**c**)



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Los generadores 1 y 2 se transforman en otro equivalente de fuerza electromotriz 5 V y de resistencia interna:

 $\mathbf{m.c.m} \ (\mathbf{r}_{12}, \ \mathbf{0.5}) = \mathbf{0.5} \ \mathbf{r}_{12}$ 

$$0.5 = r_{12} + r_{12}$$
;  $0.5 = 2 r_{12}$ ;  $r_{12} = 0.5 / 2 = 0.25 \Omega$ 

Generador nº 12 que se acoplará en serie con el generador nº 3:

Estos dos generadores establecerán otro generador con Fuerza Electromotriz:

$$\varepsilon_{123} = \varepsilon_{12} + \varepsilon_3$$

$$\varepsilon_{123} = 5 \text{ V} + 5 \text{ V} = 10 \text{ V}$$

De resistencia interna:

$$r_{123} = r_{12} + r_3$$

$$r_{123} = 0.25 \Omega + 0.5 \Omega = 0.75 \Omega$$

$$r_{123} = 10 \text{ V}$$

$$r_{123} = 0.75 \Omega$$

2.- En la casa de campo la luz se obtiene mediante un generador (generadores eléctricos, son un grupo de aparatos que se utilizan para convertir la energía mecánica en eléctrica). El circuito que distribuye la corriente eléctrica implica 5 bombillas (resistencias) montadas en serie con una Resistencia equivalente de 40  $\Omega$  entre cuyos extremos se ha establecido una diferencia de potencial de 50 voltios. ¿Cuál debe ser la fuerza electromotriz del generador para que la casa se pueda iluminar?.

#### Resolución:

En un circuito de corriente eléctrica continua se cumple:

Si podemos conocer la potencia consumida podemos conocer nuestra incógnita puesto que:

Potencia suministrada = 
$$\varepsilon$$
 . I

Las resistencias son los únicos elementos del circuito que consumen potencia y esta es igual:

Potencia consumida = 
$$I^2$$
. R

Para conocer la intensidad de corriente que circula por las resistencias recordemos que Ohm nos dice:

$$I = V_A - V_B / R$$
 $I = 50 \text{ V} / 40 \Omega = 1,25 \text{ A}$ 

La potencia consumida por las cinco resistencias vale:

$$P = I^2$$
.  $R = (1,25 \text{ A})^2$ .  $40 = 62,5$  vatios

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Esta potencia debe ser suministrada por el generador. La potencia del generador:

### Potencia suministrada = $\varepsilon$ . I

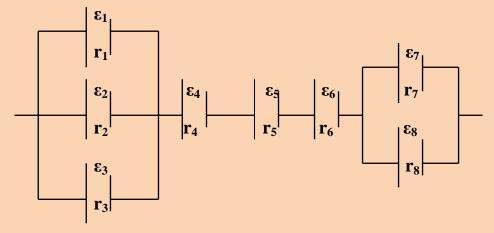
$$62,5$$
 vatios =  $\epsilon$  .  $1,25$  A vatios

$$\varepsilon = 62,50 \text{ vatios} / 1,25 \text{ A} = 50 \text{ } V$$

#### **3.-** Determinar:

- a) El generador equivalente
- b) La potencia de dicho generador

De la siguiente asociación de generadores:



#### En donde:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10 \text{ V}$$
;  $r_1 = r_2 = r_3 = 5 \Omega$ 

$$\epsilon_4=8~V$$
 ;  $\epsilon_5=10~V;$   $\epsilon_6=6~V$ 

$$r_4 = 5 \Omega$$
;  $r_5 = 8 \Omega$ ;  $r_6 = 10 \Omega$ 

$$\epsilon_7 = \epsilon_8 = 12 \text{ V}$$

$$r_7=r_8=8\;\Omega$$

### Resolución:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

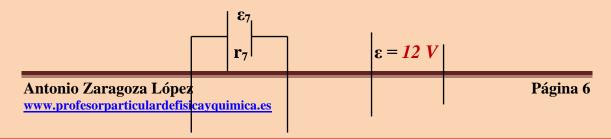
Nos encontramos con tres generadores montados en paralelo. La fuerza electromotriz es la misma para cada generador (condición indispensable para asociar en paralelo los generadores) e igual a la fuerza electromotriz del generador resultante. La resistencia de la asociación de generadores la obtendremos igual que en el caso de asociaciones de resistencias en paralelo. El generador resultante es:

$$\begin{vmatrix} \epsilon_{123} \\ \mathbf{r}_{123} \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} \epsilon = 10 \ V \\ \mathbf{r} = 5/3 \ \Omega \end{vmatrix} \text{Por estar en paralelo}$$

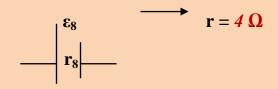
$$1/r_{123} = 1/r_1 + 1/r_2 + 1/r_3$$
;  $1/r_{123} = 1/5 + 1/5 + 1/5$   
 $1/r_{123} = 3/5$ ;  $r_{123} = 5/3 \Omega$ 

#### Por estar en serie:

### Por estar en paralelo:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



$$1/r_{78} = 1/r_7 + 1/r_8$$
  
 $1/r_{78} = 1/8 + 1/8$ 

$$1/r_{78} = 2/8$$
;  $r_{78} = 8/2 = 4\Omega$ 

Podemos pasar al siguiente esquema:

Nos encontramos ahora con tres generadores en serie. Se obtendrá su equivalente según los cálculos:

- a) La fuerza electromotriz resultante es la suma de las fuerzas electromotrices
- b) La ressistencia equivalente se calculará como si se tratara de resistencias montadas en serie

$$\varepsilon_E = \varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_C$$

$$\varepsilon_E = 10 + 24 + 12 = 46 V$$

$$r_E = r_A + r_B + r_C$$

$$r_E = 5 / 3 + 23 + 4 = 28,7$$

$$\varepsilon_E = 46 V$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

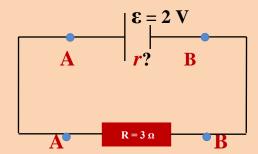
$$r_E = 28,7 \Omega$$

La potencia del generador viene dada por la ecuación:

$$P = \varepsilon . I$$

Si no conocemos la intensidad de corriente que atraviesa el generador no podemos conocer su potencia.

### 4.- Dado el circuito de la figura adjunta:



Por el que circula una intensidad de corriente eléctrica de 0,5 A, determinar el valor de la resistencia interna del generador.

#### Resolución:

Los ejercicios de circuitos de corriente contínua los realizaremos todos ellos basándonos en el principio:

#### Potencias Suministradas = Potencias consumidas

Suministran potencia los generadores (pilas) a través de su fuerza electromotriz:

$$P = \mathcal{E} \cdot I$$

### Consumen potencia:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

a) Resistencias externas

$$P = I^2 \cdot R$$

b) Resistencias internas de los generadores

$$P = I^2 \cdot r_i$$

- c) Los motores
  - .- Por su fuerza contraelectromotriz

$$P = E'$$
. I

.- Por su resistencia Interna

#### En nuestro circuito:

 $Psuministrada = \mathcal{E} . I$ 

 $Pconsumidas = r_i . I^2$ 

 $Pconsumida = I^2 . R$ 

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{r}_i + \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{R}$$

Sacamos factor común la I<sup>2</sup> en la derecha:

$$\mathcal{E} \cdot I = I^{2} (r_{i} + R)$$

$$\mathcal{E} = I (r_{i} + R) ; \mathcal{E} = I \cdot r_{i} + I \cdot R$$

$$2 = 0.5 \cdot r_{i} + 0.5 \cdot 3$$

$$0.5 r_i = 2 - 1.5 ; r_i = 2 - 1.5 / 0.5 = 1 \Omega$$

5.- Conectamos en serie 6 pilas de 1,5 V de fuerza electromotriz y resistencia interna de 0,075  $\Omega$ , con un circuito de resistencia externa 5  $\Omega$ . Determinar la intensidad de corriente eléctrica que circula por el circuito.

### Resolución:

### Esquema del circuito:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Obtengamos primero el generador equivalente:

$$\mathbf{E}_T = \sum \mathbf{E}$$

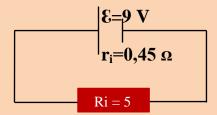
$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 + \mathbf{E}_5 + \mathbf{E}_6$$

$$\mathbf{E}_T = 6 \cdot 1.5 \text{ V} = 9 \text{ V}$$

El valor de r<sub>iT</sub>:

$$r_{iT} = r_{i1} + r_{i2} + r_{i3} + r_{i4} + r_{i5} + r_{i6}$$
  
 $r_{iT} = 6 \cdot 0.075 \omega = 0.45 \Omega$ 

El esquema del circuito será:



Potencia suministrada por el generador:  $P = \mathcal{E} \cdot I$ 

Potencia consumida por el generador:  $P = I^2$ .  $r_i$ 

Potencia consumida por la resistencia exterior:  $P = I^2$ . R

Psuministradas = Pconsumidas

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I}^2 \cdot r\mathbf{i} + \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{R}$$

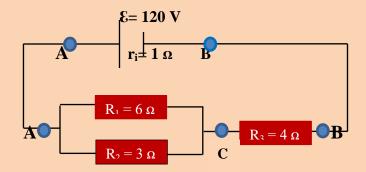
$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I}^2 (r\mathbf{i} + \mathbf{R})$$

$$\mathcal{E} = I \cdot (ri + R) \; ; \; I = ---- = 1,65 \; A$$

$$R + ri \qquad (5 + 0,45) \; \Omega$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

### **6.-** En el circuito de la figura adjunta:



#### **Determinar:**

- a) Intensidad de corriente que circula por el circuito
- b) Diferencia de potencial en los extremos de cada elemento que constituyen el circuito
- c) Intensidad de corriente que circula por cada una de las resistencias exteriores

#### Resolución:

a) Para hallar la intensidad de corriente tendremos que llegar al circuito más simple que podamos para más tarde poder aplicar:

#### Potencias suminitradas = Potencias consumidas

La parte exterior al generador dentro del circuito está constituida por una asociación de resistencias. La R1 y R2 asociadas en paralelo y que se pueden transforman en otra equivalente,  $R_{12}$ :

$$1 1 1$$
----- = ----- + -----
 $R_{12} R_1 R_2$ 
 $1 1 1$ 

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$R_{12} = 6$$
 3

 $\mathbf{m.c.m} (\mathbf{R}_{12}, \mathbf{6} \mathbf{y} \mathbf{3}) = \mathbf{6} \mathbf{R}_{12}$ 

$$6 = R_{12} + 2 R_{12}$$
;  $6 = 3 R_{12}$ ;  $R_{12} = 6/3 = 2 \Omega$ 

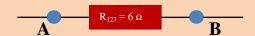
La parte inferior del circuito nos quedaría de la forma:



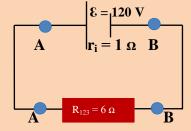
La  $R_{12}$  se encuentra asociada a la  $R_3$  en serie. Podemos obtener otra resistencia equivalente,  $R_{123}$ :

$$R_{123} = R_{12} + R_3$$

$$R_{123} = 2 \Omega + 4 \Omega = 6 \Omega$$



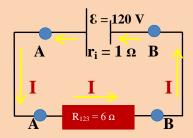
El circuito inicial quedaría de la forma:



Como los hilos conductores se consideran ideales (no presentan resistencia al paso de la corriente), la diferencia de potencial entre los extremos del generador es la misma que entre los extremos de la resistencia equivalente.

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Por el circuito circula una intensidad de corriente:



En este circuito elemental suministra potencia el generador:

$$P = \mathcal{E}$$
,  $I$ 

Consume potencia la R<sub>123</sub>:

$$P = I^2 \cdot R_{123}$$

Consume potencia el propio generador mediante su resistencia interna (ri):

$$P = I^2 \cdot r_i$$

Podemos aplicar:

Potencias suministradas = Potencias consumidas

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{R}_{123} + \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{r}_i$$

Sacamos factor común I<sup>2</sup> en la derecha de la ecuación:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I}^{\frac{1}{4}} \cdot (\mathbf{R}_{123} + \mathbf{r}_i)$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$\mathcal{E} = I \cdot (R_{123} + r_i)$$

$$E$$

$$I = -----$$

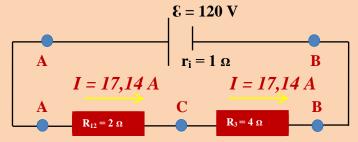
$$R_{123} + r_i$$

La intensidad de corriente que circula por el circuito vale:

120 V
$$I = ---- = 17,14 A$$

$$(6+1) \Omega$$

b) Con respecto a la diferencia de potencial iremos complicando el circuito más sencillo hasta llegar al circuito inicial:



Según la ley de Ohm:

$$V_A - V_C = I \cdot R_{12} = 17,14 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 34,28 \text{ V}$$

Entre los extremos de la  $R_{12}$  existe una diferencia de potencial de 34,28 V. Como  $R_1$  y  $R_2$  estan montadas en paralelo, entre los extremos de la  $R_1$  y  $R_2$  existe una diderencia de potencial de 324,28 V.

Entre los extremos de R<sub>3</sub>:

$$V_C - V_B = I \cdot R_3 = 17,14 \text{ A} \cdot 4 \Omega = 68,56 \text{ V}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Entre los extremos del generador existe una diferencia de potencial de:

$$Va - V_B$$

Si nos fijamos en la rama inferior del circuito, podemos ver que:

$$V_A - V_B = V_A - V_C + V_C - V_B = 34,28 \text{ V} + 68,56 \text{ V} = 102,8 \text{ V}$$

Lo podemos comprobar porque la diferencia de potencial entre los extremos de un generador viene dada por:

$$V_A - V_B = \mathcal{E} - I \cdot ri$$

$$V_A - V_B = 120 - 17,14 \cdot 1 = 102,8 \text{ V}$$

c) Solo nos queda conocer la intensidad de corriente que pasa a través de  $R_1$  y  $R_2$ .

La R<sub>12</sub> viene de:

$$I = \underbrace{17,14 \, A}_{A} \qquad \underbrace{\uparrow \, I_{1}}_{R_{1} = 6 \, \Omega} \qquad \underbrace{I_{1}}_{I_{2}} \qquad \underbrace{I = 17,14 \, A}_{C}$$

$$R_{2} = 3 \, \Omega$$

Por 
$$R_I$$
:  $V_A - V_C$  34,28 V
$$I = ---- = 5,71 A$$

$$R_I \qquad 6 \Omega$$

Por 
$$R_2$$
:  $V_A - V_C$  34,28 V
$$I = ---- = 11,42 A$$

$$R_2$$
 3  $\Omega$ 

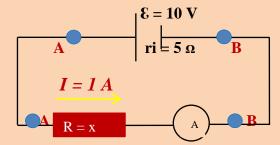
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

- 7.- Un circuito de corriente continua está compuesto por los siguientes elementos asociados en serie: una pila de 10 V de f.e.m. y resistencia interna de de 5  $\Omega$ , una resistencia exterior y un amperímetro de resistencia despreciable. El amperímetro marca una intensidad de corriente eléctrica de 1 A. Calcular:
- a) El valor de la resistencia exterior del circuito
- b) La potencia total proporcionada por la pila

#### Resolución:

a) Hagamos un esquema del circuito:

Los amperímetros se montan en serie.



El amperímetro nos marca la intensidad de corriente que circula por el circuito, en este caso 1 A.

El amperímetro al no tener resistencia interna no contempla una diferencia de potencial entre sus extremos.

La diferencia de potencial entre los extremos del generador es la misma diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia. Los conductores se consideran que no ejercen resistencia al paso de la corriente eléctrica.

Entre los extremos del generador se cumple:

$$V_A - V_B = \mathcal{E} - I \cdot ri$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$V_A - V_R = 10 - 1.5 = 5 V$$

Entre los extremos de la resistencia exterior:

$$V_A - V_B = I \cdot R \; \; ; \; R = V_A - V_B / I$$

$$R = 5 \text{ V} / 1 \text{ A} = 5 \Omega$$

b) El generador aporta potencia:

$$P = E \cdot I = 10 \cdot 1 = 10 W$$

Pero también consume potencia por su resistencia interna:

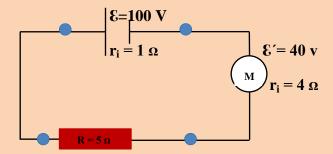
$$P = I^2$$
.  $r_i = 1^2$ .  $5 = 5$  W

Luego la potencia total aportada por el generador:

$$\Delta P = Psuministrada - Pconsumida$$

$$\Delta P = 10 \text{ W} - 5 \text{ W} = 5 \text{ W}$$

### 8.- En el circuito de esquema:



### **E'= Fuerza Contraelectromotriz (f.c.e.m)**

#### **Determinar:**

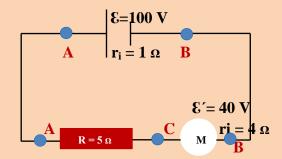
a) Intensidad de corriente eléctrica que circula por el circuito

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

b) Diferencia de potencial entre los extremos de los diferentes elementos que integran el circuito

### Resolución:

a) Pasamos todos los elementos del circuito, excepto el generador, a la línea inferior del mismo:



Potencia suministrada por el generador:  $P = \mathcal{E} \cdot I$ 

Potencia consumida por el generador:  $P = I^2$ .  $r_{Ii}$ 

Potencia consumida por la resistencia exterior:  $I^2$ . R

Potencia consumida por el motor (f.c.e.m):  $P = \mathcal{E}' \cdot I$ 

Potencia consumida por el motor:  $P = I^2 . r_{2i}$ 

Potencias suministradas = Potencias consumidas

$$\mathcal{E} \cdot I = \mathcal{E}' \cdot I + I^2 r_{1i} + I^2 \cdot r_{2i} + I^2 \cdot R$$

$$\mathcal{E} \cdot I - \mathcal{E}' \cdot I = I^2 r_{1i} + I^2 \cdot r_{2i} + I^2 \cdot R$$

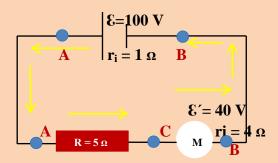
$$(\mathcal{E} - \mathcal{E}') \cdot \mathcal{A} = I^2 \cdot (r_{1i} + r_{2i} + R)$$

$$E - E'$$
 100 - 40 60
$$I = ---- = 6A$$

$$r_{1i} + r_{2i} + R$$
 1 + 4 + 5 10

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

### c) Diferencia de potencial:



Entre los extremos de R:

$$V_A - V_C = I \cdot R = 6 \text{ A} \cdot 5 \Omega = 30 \text{ V}$$

Entre los extremos del motor:

$$V_C - V_B = E' + I \cdot r_{2i} = 40 + 6 \cdot 4 = 64 V$$

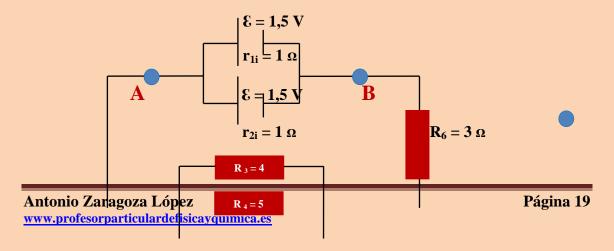
Entre los extremos del generador:

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B)$$
  
 $V_A - V_B = 30 V + 64 V = 94 V$ 

Verificación:

$$V_A - V_B = 100 - I$$
.  $r_{Ii} = 100 - 6$ .  $1 = 94$  V

### 9.- Dado el circuito de la figura adjunta:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



#### **Determinar:**

- a) La intensidad de corriente eléctrica que circula por cada uno de los componentes del circuito
- b) La diferencia de potencial entre cada uno de los elementos que forman el circuito

### Resolución:

a) Los dos generadores se reducen a uno, su equivalente:

El equivalente tendrá una f.e.m de 1,5 V (asociados en paralelo).

Su resistencia interna será:

El generador equivalente sería:

$$\frac{\mathbf{E} = 1.5 \text{ V}}{\mathbf{r}_{12i} = \frac{1}{2} \Omega}$$

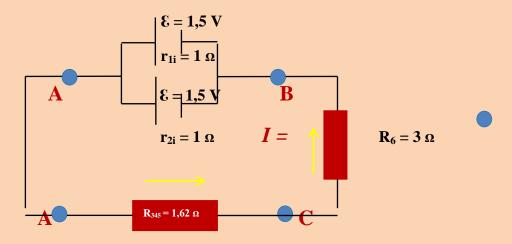
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Las resistencias  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_5$  están asociadas en paralelo y su equivalente será otra resistencia,  $R_{345}$ :

m.c.m 
$$(R_{345}, 4, 5, 6) = 60 R_{345}$$

$$60 = 15 R_{345} + 12 R_{345} + 10 R_{345}$$

$$60 = 37 R_{345}$$
;  $R_{345} = 60 / 37 = 1,62 \Omega$ 



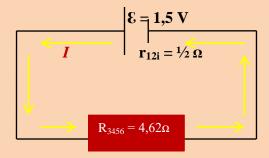
La resistencia  $R_{345}$  se encuentra asociada con la  $R_6$  en serie, por lo que su equivalente,  $R_{3456}$ :

$$R_{3456} = R_{345} + R_6$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$R_{3456} = 1,62 \Omega + 3 \Omega = 4,62 \Omega$$

### Nos queda un circuito:



### Potencias suministradas:

 $Generador \rightarrow P = \mathcal{E} \cdot I$ 

### Potencias consumidas:

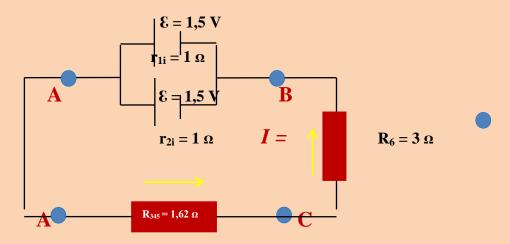
Generador 
$$\rightarrow P = I^2$$
.  $r_{12i}$ 

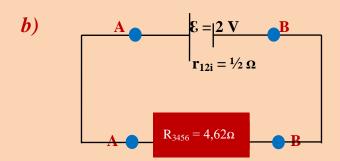
Resistencia externa  $\rightarrow P = I^2$ .  $R_{3456}$ 

### Potencias suministradas = Potencias consumidas

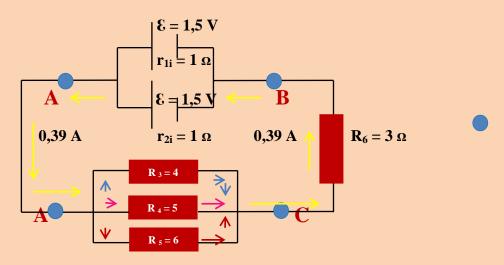
Para conocer la intensidad que pasa por cada resistencia exterior debemos conocer primero las diferencias de potencial

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es





$$V_A - V_B = I \cdot R_{3456} \rightarrow V_A - V_B = 0.39 \text{ A} \cdot 4.62 \Omega = 1.8 \text{ V}$$



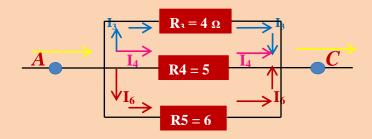
$$V_C - V_B = I \cdot R_6 = 0.39 \text{ A} \cdot 3 \Omega = 1.17 \text{ V}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

### Por otra parte:

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B)$$
; 1,8  $V = (V_A - V_C) + 1,17 V$   
 $V_A - V_C = 1,8 V - 1,17 V = 0,63 V$ 

Ahora podemos conectar con el apartado a) para conocer las intensidades que pasan por las resistencias.



Las resistencias  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_5$ , por estar asociadas en paralelo están soportando la misma diferencia de potencial ( $V_A - V_C = 0,63$  V). Por tanto:

$$VA - VC$$
 0,63 V

Por  $R_3$ :  $I_3 = ------ = 0,16 A$ 
 $R_3$  4  $\Omega$ 

Por  $R_4$ :  $VA - VC$  0,63 V
 $I_4 = ----- = 0,13 A$ 
 $R_4$  5

Por  $R_5$ :  $VA - VC$  0,63 V
 $I_5 = ----- = 0,10 A$ 

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

10.- Un circuito está constituido por cinco pilas y un motor. Cada pila tiene una f.e,m. de 2 V y resistencia interna de 0,2  $\Omega$ . El motor tiene una Fuerza contraeléctromotriz de 6 V y una resistencia interna de 4  $\Omega$ . Determinar la diferencia de potencial entre los extremos del motor.

#### Resolución:

No dicen nada respecto a la asociación de los generadores pero podemos deducirlo nosotros. Si se montan en paralelo tendríamos una fuerza electromotriz de 2 V que no son suficientes para hacer funcionar un motor que tiene una fuerza contraelectromotriz de 6 V. Se deben montar en SERIE.

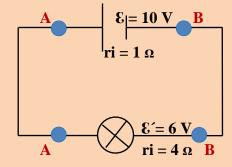
Fuerza electromotriz total:

$$\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 + \mathbf{E}_5$$
;  $\mathbf{E}_T = 5.2 \text{ V} = 10 \text{ V}$ 

Resistencia interna total:

$$r_{iT} = r_{i1} + r_{i2} + r_{i3} + r_{i4} + r_{i5} = 5 \cdot 0.2 \ \Omega = 1 \ \Omega$$

**Nuevo circuito:** 



La diferencia de potencial entre los extremos del motor:

$$V_A - V_B = \mathcal{E}' + I \cdot ri$$
 (1)

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

No conocemos el valor de la I.

La diferencia de potencial entre los extremos del generador:

$$V_A - V_B = \mathcal{E} - I \cdot ri \ (2)$$

Igualamos la (1) con la (2) con el fin de conocer la intensidad de corriente:

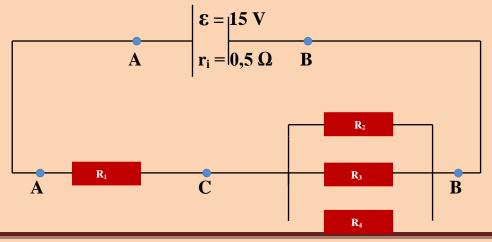
$$E'+I. ri = E-I. ri$$
 $6+4I=10-I.1$ 
 $6+4I=10-6$ ;  $5I=4$ ;
 $I=4/5=0.8 A$ 

Nos vamos a (1):

$$V_A - V_B =$$
£ '+  $I$  .  $ri$   
 $V_A - V_B = 6 + 0.8 . 4 = 9.2 V$ 



### 11.- Dado el circuito de la figura adjunta:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

### $R_1 = 2 \Omega$ ; $R_2 = 1 \Omega$ ; $R_3 = 2 \Omega$ ; $R_4 = 3 \Omega$

#### **Determinar:**

- a) Intensidad de corriente que circula por el circuito.
- b) Diferencia de potencial entre los extremos de cada una de las resistencias.
- c) Intensidad de corriente que circula por cada resistencia.
- d) Diferencia de potencial entre los extremos del generador.

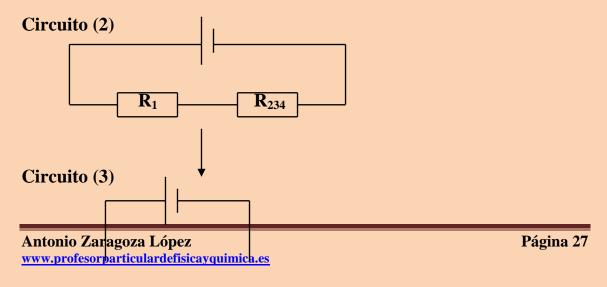
#### Resolución:

Si observáis el circuito vemos que en los extremos del generador se estable una diferencia de potencial de ( $V_A - V_B$ ). En la rama inferior del circuito vuelven a aparecer los puntos A y B y por lo tanto se establece una diferencia de potencial igual que en el generador, ( $V_A - V_B$ ). Esto es posible porque el conductor que une todos los elementos del circuito se considera como ideal, es decir, *no opone resistencia al paso de la corriente*.

**a**)



### Debemos llegar al circuito más simple posible:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$R_{1234}$$

Hagamos los cálculos para llegar al esquema (3):

Las resistencias R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub> y R<sub>4</sub> están en paralelo:

$$1/R_{234} = 1/R_2 + 1/R_3 + 1/R_4$$

$$1/R_{234} = 1/1 + 1/2 + 1/3$$

$$6 = 6 R_{234} + 3 R_{234} + 2 R_{234} ; 6 = 11 R_{234}$$

$$R_{234} = 6/11 = 0,54 \Omega$$

R<sub>1</sub> y R<sub>234</sub> están asociadas en serie:

$$R_{1234} = R_1 + R_{234}$$
 $R_{1234} = 2 + 0.54$ ;  $R_{1234} = 2.54$   $\Omega$ 

El esquema (3) con sus datos quedaría de la forma:



Esquema (3) 
$$\epsilon = 15 \text{ V}$$
 
$$r_i = 0.5 \Omega$$
 
$$R_{1234} = 2.54 \Omega$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Aplicamos el principio fundamental de los circuitor de corriente continua:

$$P_{suministradas} = P_{consumidas}$$
 (1)

### **Potencias suministradas:**

El generador mediante su f.e.m.  $\rightarrow P = I \cdot \epsilon$ 

### **Potencias consumidas:**

La resistencia exterior  $\rightarrow P = I^2 \cdot R$ 

El generador por su  $r_i \rightarrow P = I^2 \cdot r_i$ 

Nos vamos a la ecuación (1):

$$I \cdot \varepsilon = I^2 \cdot R + I^2 \cdot r_i$$
 (2)

Sacando factor común en (2) I:

$$I. \varepsilon = I^{2}. (R + ri); \quad \varepsilon = I. (R_{1234} + ri)$$

$$I = \varepsilon / (R_{1234} + r_{i})$$

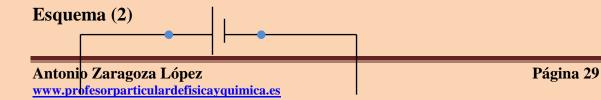
$$I = 15 \text{ V} / (2,54 + 0,5) \Omega$$

$$I = 15 \text{ V} / 3,04 \Omega = 4,9 \text{ A}$$

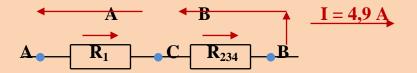


b)

Nos vamos al esquema (2):



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



Como  $R_1$  y  $R_{234}$  están en serie la intensidad de corriente eléctrica es la misma para las dos resistencias. Aplicando la ley de Ohm simple podemos conocer la diferencia de potencial entre los extremos de cada resistencia:

$$I = \Delta V / R$$

$$I = (V_A - V_C) / R$$

$$(V_A - V_C) = I \cdot R$$

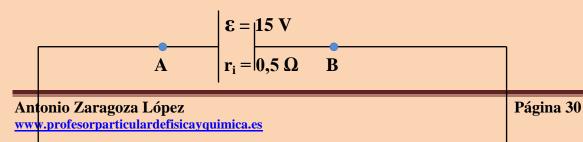
$$(V_A - V_C) = 4.9 \text{ A} \cdot 2 \Omega = 9.8 \text{ V}$$

$$R_I \rightarrow (V_A - V_C) = 9.8 \text{ V}$$
  
 $(V_C - V_B) = I \cdot R_{234} = 4.9 \text{ A} \cdot 0.54 \Omega = 2.65 \text{ V}$ 

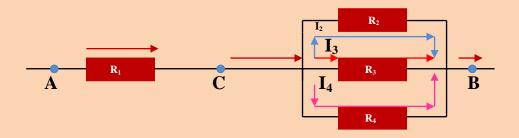
Como  $\mathbb{R}_2$ ,  $\mathbb{R}_3$  y  $\mathbb{R}_4$  se encuentran asociadas en paralelo las tres soportan la misma diferencia de potencial:

$$R_2 \rightarrow (V_C - V_B) = 2,65 V$$
  
 $R_3 \rightarrow (V_C - V_B) = 2,65 V$   
 $R_4 \rightarrow (V_C - V_B) = 2,65 V$ 

**c**)



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



Por 
$$R_1 \rightarrow I = 4.9 A$$

Por  $R_2 \rightarrow$  Aplicando la ley de Ohm simple:

$$I_2 = (V_C - V_B) / R_2$$

$$I_2 = 2,65 \text{ V} / 1 \Omega = 2,65 A$$

Por  $R_3 \rightarrow$ 

$$I_3 = (V_C - V_B) / R_3$$

$$I_3 = 2,65 \text{ V} / 2 \Omega = 1,325 A$$

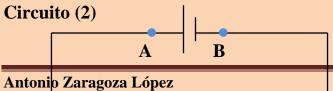
Por  $R_4 \rightarrow$ 

$$I_4 = (V_A - V_B) / R_4$$

$$I_4 = 2,65 \text{ V} / 3 \Omega = 0,88 A$$



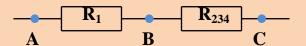
d)



www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Página 31

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



En base al circuito anterior podemos establecer que:

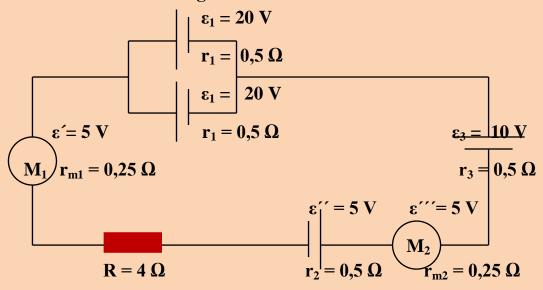
$$(V_A - V_B) = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) = 9.8 \text{ V} + 2.65 \text{ V} = 12.45 \text{ V}$$

También podemos utilizar la ecuación:

$$(V_A - V_B) = \varepsilon - I \cdot r_i$$
  
 $(V_A - V_B) = 15 \text{ V} - 4.9 \cdot 0.5 = 15 - 2.45 = 12.55 \text{ V}$ 

Podemos admitir la pequeña (12,55-12,45=0,1) cantidad en que difieren los resultados para un mismo cálculo.

### 12.- Dado el circuito de la figura:



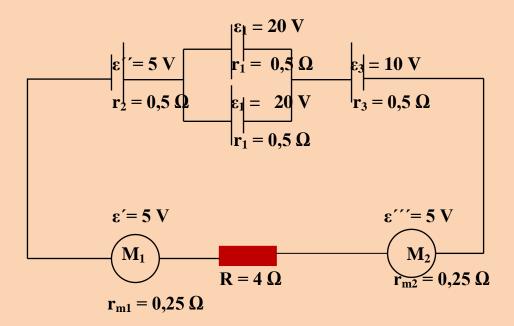
Determinar la Intensidad de corriente que circula por el circuito.

#### Resolución:

Podemos proceder de varias formas. Una de ellas consiste en unir todos los generadores manteniendo la polaridad correspondiente, y

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

obtener el generador correspondiente. El resto de los elementos del circuito los llevaremos a la rama inferior del mismo:



### Calculemos el generador equivalente

1/
$$r_1 = 1/0.5 + 1/0.5 : 1/r_1 = 2 + 2$$
1/ $r_1 = 4$ ;  $4 r_1 = 1$ ;  $r_1 = 1/4 = 0.25 \Omega$ 

$$\epsilon_1 = 20 \text{ V}$$

$$\epsilon_1 = 20 \text{ V}$$

$$r_2 = 0.5 \Omega$$

$$r_1 = 0.25 \Omega$$

$$r_3 = 0.5 \Omega$$



El *generador 2* tiene polaridad distinta al resto, dicha polaridad nos determina que su fuerza electromotriz sea negativa:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$\Sigma \varepsilon = (-\varepsilon'') + \varepsilon_1 + \varepsilon_3 = -5 + 20 + 10 = 25 V$$

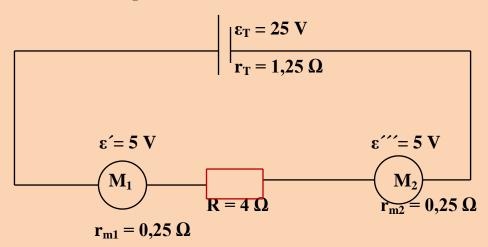
Por estar en serie las resistencias:

$$\sum r = r_2 + r_1 + r_3 = 0.5 + 0.25 + 0.5 = 1.25 \Omega$$

**Generador equivalente:** 

$$\frac{\epsilon_T = 25 \text{ V}}{r_T = 1,25 \Omega}$$

El circuito inicial nos queda de la forma:



### Ahora podemos aplicar:

$$Potencias_{suministradas} = Potencias_{consumidad}$$
 (1)

### Potencias suministradas:

El generador equivalente  $\rightarrow P = I \cdot \varepsilon_T$ 

#### **Potencias consumidas:**

El propio generador equivalente  $\rightarrow P = I^2$ .  $r_T$ 

Motor  $1 \rightarrow P = I$ . fuerza contraelectrompotriz  $\rightarrow P = I$ .  $\varepsilon'$ 

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$P = I$$
. resistencia interna =  $I^2$ .  $r_{m1}$ 

Resistencia exterior  $\rightarrow P = I^2$ . R

Motor2 
$$\rightarrow P = I \cdot \varepsilon'''$$
  
 $P = I^2 \cdot r_{m2}$ 

Nos vamos a la ecuación (1):

$$I \cdot \varepsilon_{T} = I \cdot \varepsilon' + I^{2} \cdot r_{m1} + I^{2} \cdot R + I \cdot \varepsilon''' + I^{2} \cdot r_{m2}$$

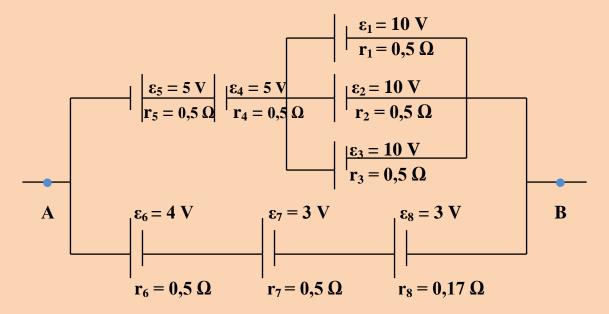
$$I \cdot \varepsilon_{T} - I \cdot \varepsilon' - I \cdot \varepsilon''' = I^{2} \cdot r_{m1} + I^{2} \cdot R + I^{2} \cdot r_{m2}$$

$$I \cdot (\varepsilon_{T} - \varepsilon' - \varepsilon''') = I^{2} \cdot (r_{m1} + R + r_{m2})$$

$$I = (\varepsilon_{T} - \varepsilon' - \varepsilon''') / (r_{m1} + R + r_{m2})$$

$$I = (25 - 5 - 5) / (0.25 + 4 + 0.25) = 15 \text{ V} / 4.50 \Omega = 3.33 \text{ A}$$

### 13.- Dada la asociación de generadores:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Proporcionan al circuito al cual pertenecen una intensidad de 5 A. Determinar:

- a) La potencia de la asociación
- b) La diferencia de potencial entre los extremos de la asociación

### Resolución:

Recordar que para asociar generadores en paralelo, todos los generadores deben ser iguales. Se obtendrá un generador equivalente de la misma fuerza electromotriz y resistencia la equivalente a resistencias asociadas en paralelo. Por lo tanto la asociación inicial pasará a ser:

$$\epsilon_{1} = \epsilon_{2} = \epsilon_{3} = \epsilon_{123} = 10 \text{ V}$$

$$1/r_{123} = 1/r_{1} + 1/r_{2} + 1/r_{3}; 1/r_{123} = 1/0.5 + 1/0.5 + 1/0.5$$

$$1/r_{123} = 2 + 2 + 2; 1/r_{123} = 6; r_{123} = 1/6 = 0.17 \Omega$$

$$\begin{vmatrix}
\epsilon_{5} = 5 \text{ V} \\
r_{5} = 0.5 \Omega
\end{vmatrix} \begin{vmatrix}
\epsilon_{4} = 5 \text{ V} \\
r_{4} = 0.5 \Omega
\end{vmatrix} \begin{vmatrix}
\epsilon_{123} = 10 \text{ V} \\
r_{123} = 0.17 \Omega$$

$$\epsilon_{6} = 4 \text{ V}$$

$$\epsilon_{7} = 3 \text{ V}$$

$$\epsilon_{8} = 3 \text{ V}$$

$$\epsilon_{1} = 0.5 \Omega$$

$$\epsilon_{1} = 0.5 \Omega$$

$$\epsilon_{2} = 0.5 \Omega$$

$$\epsilon_{3} = 0.17 \Omega$$

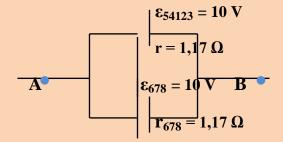
En la rama superior el generador nº 5 tiene polaridad distinta al Nº 4 y al nº 123. Se obtendrá un generador equivalente de:

$$\sum \varepsilon = -5 + 5 + 10 = 10 V$$
$$\sum r = 0.5 + 0.5 + 0.17 = 1.17 \Omega$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

#### En la rama inferior:

$$\sum \varepsilon = 4 + 3 + 3 = 10 V$$
$$\sum r = 0.5 + 0.5 + 0.17 = 1.17 \Omega$$

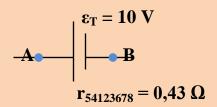


### **Obtendremos el generador equivalente:**

$$\varepsilon_{54123} = \varepsilon_{678} = \varepsilon_{\mathrm{T}} = 10 \ V$$

$$1/r_{54123678} = 1/r_{54123} + 1/r_{678}$$
;  $1/r_{54123678} = 1,17 + 1,17$ 

$$1/r_{54123678} = 2,34$$
;  $r_{54123678} = 1/2,34 = 0,43 \Omega$ 



Ya estamos en condiciones de contestar a las cuestiones planteadas:

**a**)

La potencia viene en función de la intensidad de corriente y de la fuerza electromotriz:

$$P = I \cdot \varepsilon_T$$
;  $P = 5 \text{ A} \cdot 10 \text{ V} = 50 \text{ W}$ 

**b**)

La diferencia de potencial entre los extremos de la asociación es la misma que entre los extremos del generador equivalente y viene dada por la ecuación:

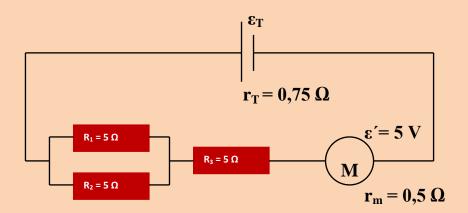
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$(V_A - V_B) = \varepsilon_T - I \cdot r_{54123678} = 10 - 4.5 \cdot 0.43 = 8.06 V$$

14.-Una asociación de tres generadores forman un circuito mediante su asociación en serie con tres resistencias de 5  $\Omega$ , las dos primera asociadas en paralelo y la tercera en serie con las dos anteriores y un motor de fuerza contraelectromotriz de 5 V y resistencia interna de 0,5  $\Omega$ . En los extremos de la asociación de los generadores se establece una diferencia de potencial que le proporciona al circuito una intensidad de corriente eléctrica de 8 A. Determinar la asociación de los tres generadores sabiendo que su  $r_T = 0,75 \Omega$ .

#### Resolución:

Podemos establecer un segundo circuito en donde se establezca el generador equivalente a los tres iniciales:



Las tres resistencias se pueden convertir en una.

Las dos primeras por estar asociadas en paralelo su equivalente vale:

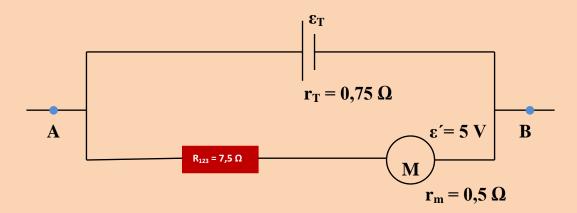
$$1/R_{12} = 1/R_1 + 1/R_2$$
;  $1/R_{12} = 1/5 + 1/5$ ;  $1/R_{12} = 2/5$   
 $R_{12} = 5/2 = 2.5 \Omega$ 

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

La  $R_{12}$  se encuentra en serie con  $R_3$  y la resistencia equivalente final será:

$$R_T = R_{12} + R_3 = 2.5 + 5 = 7.5 \Omega$$

El tercer circuito quedará de la forma:



Debemos conocer &T. Para ello haremos uso de las ecuaciones:

### **Potencias suministradas:**

El generador  $\rightarrow$  P = I .  $\varepsilon_{\rm T}$ 

### **Potencias consumidas:**

El propio generador  $\rightarrow$  P = I<sup>2</sup> .  $r_T$ 

La resistencia equivalente  $\rightarrow P = I^2 \cdot R_{123}$ 

El motor 
$$\rightarrow$$
 P = I .  $\epsilon'$ 

El motor 
$$\rightarrow P = I^2 \cdot r_m$$

$$I \cdot \varepsilon_T = I^2 \cdot r_T + I^2 \cdot R_{123} + I \cdot \varepsilon' + I^2 \cdot r_m$$

$$I \cdot \varepsilon_T - I \cdot \varepsilon' = I^2 \cdot r_T + I_2 \cdot R_{123} + I^2 \cdot r_m$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$I \cdot (\epsilon_{T} - \epsilon') = I^{2} \cdot (\mathbf{r}_{T} + \mathbf{R}_{123} + \mathbf{r}_{m})$$

$$I = \epsilon_{T} - \epsilon' / (\mathbf{r}_{T} + \mathbf{R}_{123} + \mathbf{r}_{m})$$

$$8 = \epsilon_{T} - 5 / (\mathbf{r}_{T} + \mathbf{R}_{123} + \mathbf{r}_{m})$$

$$8 \cdot (0.75 + 7.5 + 0.5) = \epsilon_{T} - 5 ; 6 + 60 + 4 + 5 = \epsilon_{T}$$

$$\epsilon_{T} = 75 V$$

Ya tenemos la fuerza electromotriz de la asociación de generadores. Debemos asociarlos de forma que estemos de acuerdo con  $\varepsilon_T$ :

Si dividimos los 75 V entre 3:

$$75/3 = 25 \text{ V}$$

Cada generador tendría 25 V de f.e.m. *Si mantenemos este valor* para cada uno de los generadores, la asociación en serie cumple las condiciones para ser posible.

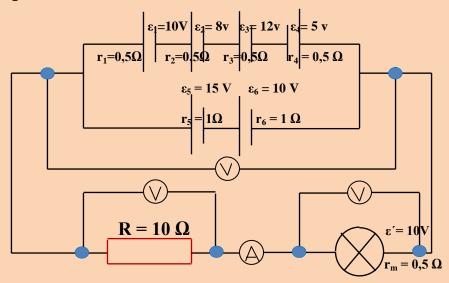
$$\varepsilon_T = \sum \varepsilon = 25 + 25 + 25 V$$

$$r_T = r_1 + r_2 + r_3 = 0.25 + 0.25 + 0.25 = 0.75 \Omega$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

# 15.- En el circuito adjunto determinar lo que marcan los voltímetros y amperímetros añadidos a dicho circuito.



### Resolución:

### Simplifiquemos la asociación de los generadores:

El generador nº 4 tiene polaridad distinta al resto de su asociación por lo que su f.e.m. tendrá signo negativo:

$$\sum \varepsilon_{1234} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + (-\varepsilon_4)$$

$$\sum \varepsilon_{1234} = 10 + 8 + 12 + (-5) = 25 \text{ V}$$

$$\sum r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 0, 5 + 0, 5 + 0, 5 + 0, 5 = 2 \Omega$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1234} = 25 \text{ V} \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$r_{1234} = 25 \text{ V}$$

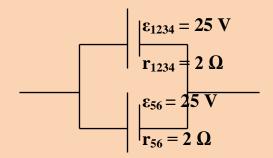
$$\sum \varepsilon_{56} = \varepsilon_5 + \varepsilon_6 = 15 + 10 = 25 \text{ V}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$\sum r_{56} = r_5 + r_6 = 1 + 1 = 2 \Omega$$

$$\frac{|\epsilon_{56}| = 25 \text{ V}}{|\epsilon_{56}| = 2 \Omega}$$

#### Podemos crear la asociación:

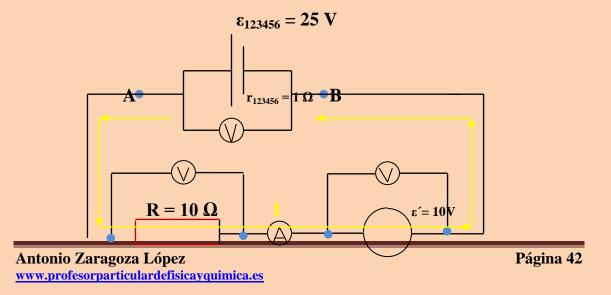


Esta asociación se puede transformar en un solo generador que por estar asociados en paralelo la f.e.m. valdrá 25 V. La resistencia de este generador equivalente la podemos calcular:

$$1/r_{123456} = 1/r_{1234} + 1/r_{56}$$
;  $1/r_{123456} = 1/2 + 1/2$   
 $1/r_{123456} = 1$ ;  $r_{123456} = 1 \Omega$ 

$$\frac{\varepsilon_{123456} = 25 V}{r_{123456} = 1 \Omega}$$

#### El circuito inicial varía bastante:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$\overline{A}$$
 C D M B  $r_m = 0.5 \Omega$ 

### El amperímetro marcará una intensidad de corriente eléctrica:

$$Potencias_{suministradas} = Potencias_{consumidas}$$
 (1)

### Potencias suministradas:

El generador equivalente  $\rightarrow$  P = I .  $\varepsilon_{123456}$ 

### **Potencias consumidas:**

El propio generador  $\rightarrow$  P = I<sup>2</sup> . r<sub>123456</sub>

La resistencia exterior  $\rightarrow P = I^2 \cdot R$ 

El motor  $\rightarrow$  P = I.  $\epsilon'$ 

El motor  $\rightarrow$  P = I<sup>2</sup>. r<sub>m</sub>

Nos vamos a la ecuación (1):

$$I \cdot \epsilon_{123456} = I^2 \cdot r_{123456} + I^2 \cdot R + I \cdot \epsilon' + I^2 \cdot r_m$$

$$I \cdot \epsilon_{123456} - I \cdot \epsilon' = I^2 \cdot (r_{123456} + R + r_m)$$

$$I.(\epsilon_{123456} - \epsilon') = I^2.(r_{123456} + R + r_m)$$

$$I = \epsilon_{123456} - \epsilon' / r_{123456} + R + r_m$$

$$I = 25 \text{ V} - 10 \text{ V} / (1 + 10 + 0.5) = 15 \text{ V} / 11.5 = 1.3 \text{ A}$$

El voltímetro de la resistencia exterior marcará:

$$I = (V_A - V_C) / R$$
;  $(V_A - V_C) = I \cdot R = 1,3 \text{ A} \cdot 10 \Omega$   
 $(V_A - V_C) = 13 \text{ V}$ 

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

El voltímetro del motor nos marca:

$$(V_C - V_B) = \varepsilon' + I \cdot r_m \; ; \; (V_C - V_B) = 10 \text{ V} + 1.3 \text{ A} \cdot 0.5 \Omega$$
 
$$(V_C - V_B) = 10.65 \text{ V}$$

----- O ------