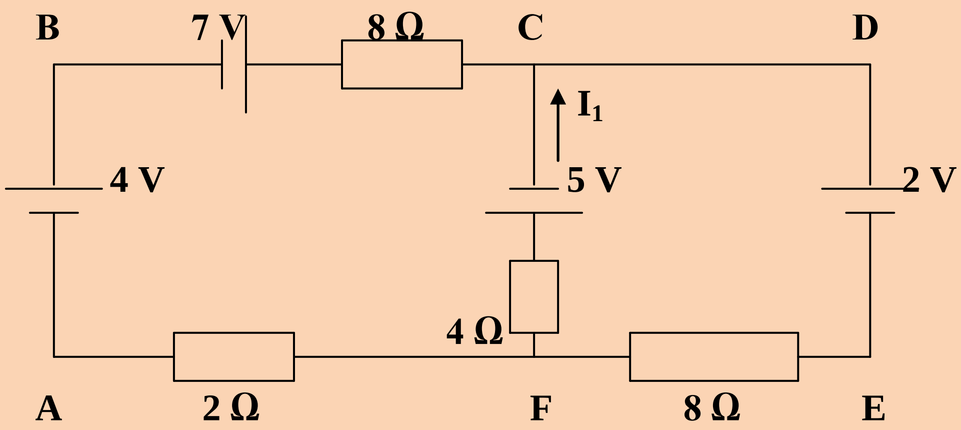
TEMA Nº 15. EJERCICIOS RESUELTOS SOBRE REDES. REGLAS DE KIRCHHOFF

1.- Dada la red:



Determinar la intensidad de corriente eléctrica que circula por la misma.

Resolución:

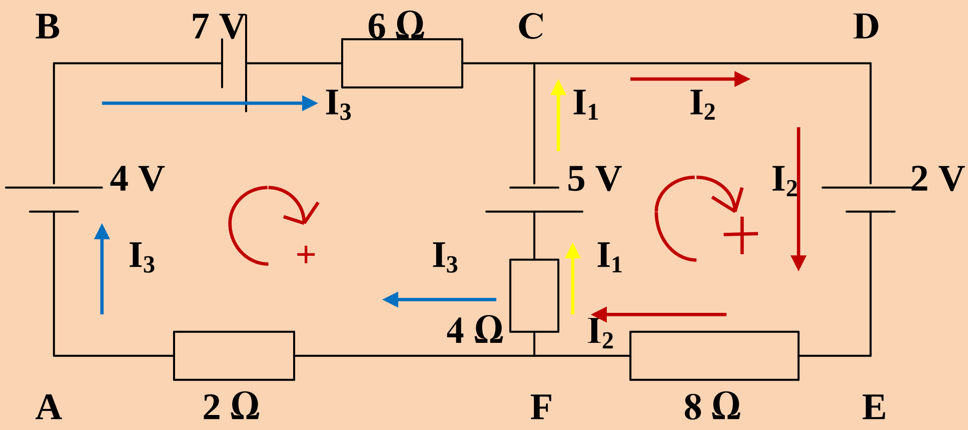
Reglas para nudos: en un nudo las intensidades entrantes son iguales a las salientes

Regla para Mallas:

a) **El potencial de un generador será positivo cuando la intensidad de corriente entre por el polo negativo (el palito pequeño). Si la intensidad entra por el polo positivo (palito largo) el potencial srá negativo.**

b) **Para los productos de I . R se tomará como positivo el sentido que lleve la intensidad que recorre las malla. Si el sentido es contrario, producto se tomará como negativo.**

Al llegar I_1 al nudo C aparecerán la I_2 y la I_3.



Nudo C: $I_1 + I_3 = I_2 \rightarrow I_1 = I_2 - I_3 \;;\; I_3 = I_2 - I_1$

Nudo F : $I_2 = I_3 + I_1$

Malla ABCFA:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

$$4 + 7 - 5 = 2 \cdot I_3 + 6 \cdot I_3 - 4 \cdot I_1$$

$$6 = 8\, I_3 - 4\, I_1$$

Malla FCDEF:

$$-5 - 2 = 4 \cdot I_1 + 8 \cdot I_2$$

$$-7 = 4 \cdot I_1 + 8\, I_2$$

Vamos a unir ecuaciones:

$I_1 + I_3 = I_2$ (1)

$6 = 8 \cdot I_3 - 4 \cdot I_1$ (2)

$-7 = 4 \cdot I_1 + 8 \cdot I_2$ (3)

Llevamos la ecuación (1) a la (2):

$$6 = 8\,(I_2 - I_1) - 4\, I_1$$

$$6 = 8\ I_2 - 8\ I_1 - 4\ I_1\ \ ;\ \ 6 = 8\ I_2 - 12\ I_1\ (4)$$

Unimos la (4) con la (3) y formamos un sistema:

$- 7 = 4\ .\ I_1 + 8\ .\ I_2\ \ (3)$

$6 = 8\ I_2 - 12\ I_1\ \ (2)$

De la (3) despejamos I_1:

$$- 7 - 8\ I_2 = 4\ I_1\ \ ;\ \ I_1 = (-7 - 8\ I_2) / 4\ \ (5)$$

Y llevamos I_1 a (2):

$$6 = 8\ I_2 - 1_2\ .\ (-7 - 8\ I_2) / 4\ \ ;\ \ 6 = 8\ I_2 + 21 + 96\ I_2$$

$$-102\ I_2 = 21 - 6\ \ ;\ \ - 102\ I_2 = 15\ \ ;\ \ I_2 = 15 / (-102) = - 0{,}147\ A$$

El valor de I_2 lo llevamos a (5):

$$I_1 = (-7 - 8\ I_2) / 4$$

$$I_1 = [(- 7 - 8\ .\ (- 0{,}147)\ ] / 4\ \ ;\ \ I_1 = (-7 + 1{,}176) / 4 = - 1{,}45\ A$$

Llevamoa I_1 e I_2 a (1):

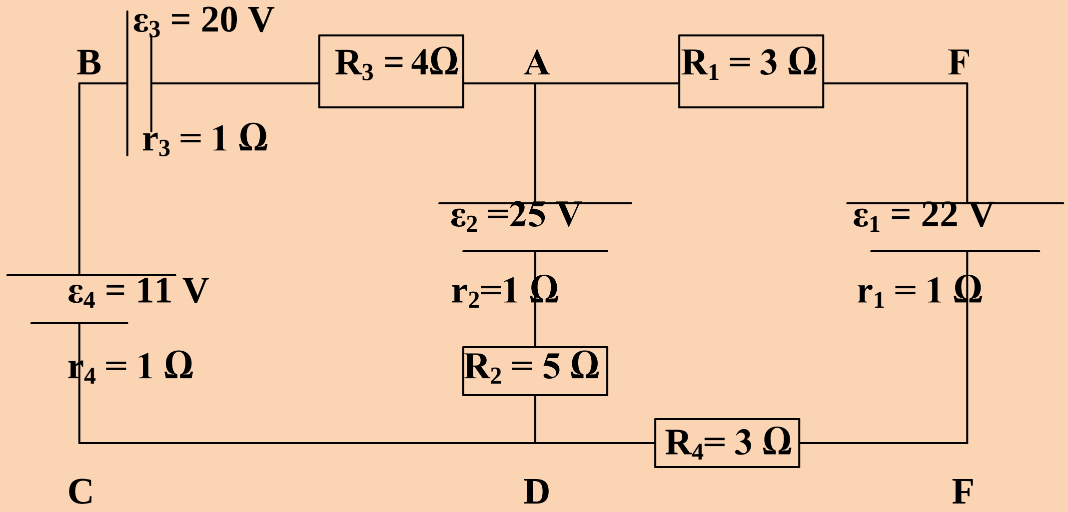
$$I_3 = I_2 - I_1$$

$$I_3 = -0{,}47 - (-1{,}45) = 0{,}98\ A$$

Los signos negativos de las intensidades nos indican que el sentido real de la corriente eléctrica es el contrario.

Ejercicio resuelto Nº 2

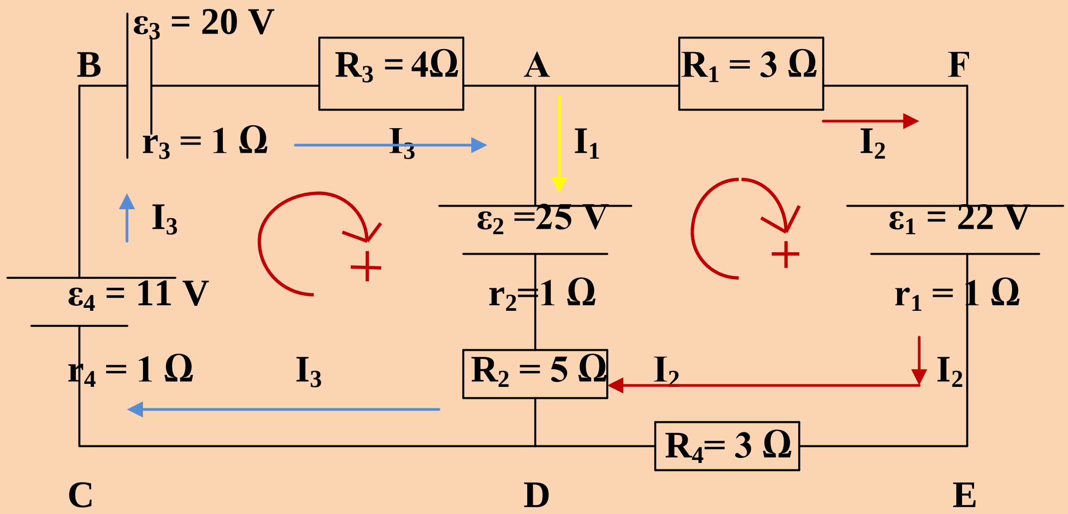
Dada la red:



Determinar la intensidad de corriente eléctrica que circula por la red.

Resolución:

Estableceré la las direcciones y sentidos de las intensidades que circulan por las mallas de la red.



Ecuaciones:

NUDO A: $I_3 = I_1 + I_2$ **(1)**
NUDO D: $I_1 + I_2 = I_3$

MALLA AFEDA: $\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$

$$-22 - 25 = I_2 \cdot R_1 + I_2 \cdot r_1 + I_2 \cdot R_4 - I_1 \cdot r_2 - I_1 \cdot R_2$$

$$-47 = I_2 \cdot 3 + I_2 \cdot 1 + I_2 \cdot 3 - I_1 \cdot 5 - I_1 \cdot 1$$

$$-47 = 3\, I_2 + I_2 + 3\, I_2 - 5\, I_1 - I_1$$

$$-47 = 7\, I_2 - 6\, I_1$$

MALLA ADCBA:

$$-25 + 11 - 20 = I_1 \cdot r_2 + I_1 \cdot R_2 + I_3 \cdot r_4 + I_3 \cdot r_3 + I_3 \cdot R_3$$

$$-34 = 1 \cdot I_1 + 5\, I_1 + 1 \cdot I_3 + 1 \cdot I_3 + 4 \cdot I_3$$

$$-34 = 6\, I_1 + 6\, I_3$$

Unimos ecuaciones:

$I_3 = I_1 + I_2 \rightarrow I_2 = I_3 - I_1$ (1)

$-47 = 7\, I_2 - 6\, I_1$ (2)

$-34 = 6\, I_1 + 6\, I_3$ (3)

Llevamos (1) a (2):

$-47 = 7\,(I_3 - I_1) - 6\, I_1$; $-47 = 7\, I_3 - 7\, I_1 - 6\, I_1$; $-47 = 7\, I_3 - 13\, I_1$ (4)

Con (3) y (4) formamos un sistema:

$-34 = 6\, I_1 + 6\, I_3$ (3)

$-47 = 7\, I_3 - 13\, I_1$ (4)

De la (3) despejamos I_1:

$-34 = 6\, I_1 + 6\, I_3$ (3) $\rightarrow 6\, I_1 = -34 - 6\, I_3 \rightarrow I_1 = (-34 - 6\, I_3) / 6$ (5)

La (5) la llevamos a (4):

$-47 = 7\, I_3 - 13\, I_1$ (4) ; $-47 = 7\, I_3 - 13\, [(-34 - 6\, I_3) / 6$

$$-47 = 7\,I3 - 13 \cdot \frac{-34 - 6\,I3}{6} \;;\; -47 = 7\,I_3 - \frac{13\,(-34 - 6\,I_3)}{6}$$

$$-282 = 42\,I_3 + 442 + 78\,I_3 \;;\; -282 - 442 = 120\,I_3 \;;\; -724 = 120\,I_3$$

$$I_3 = -724/120 = -\,6{,}03\ A$$

Llevamos el valor de I_3 a la ecuación (5):

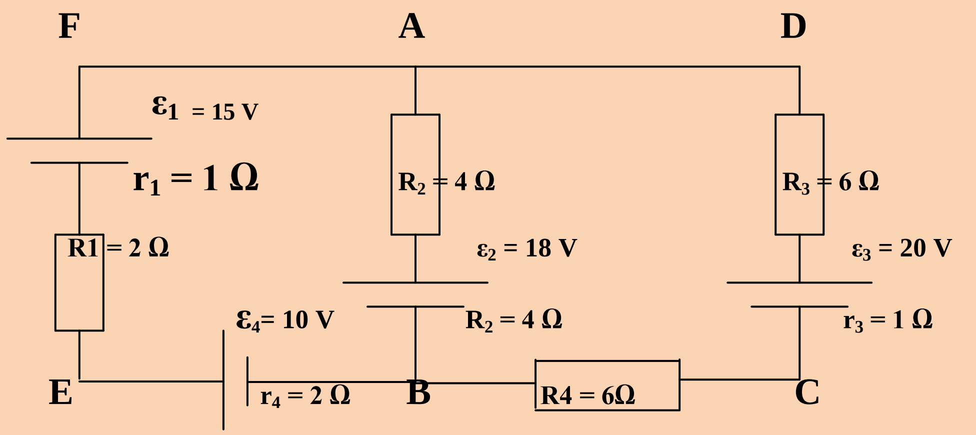
$$I_1 = (-34 - 6\,I_3)\,/\,6 \;;\; I_1 = [(-34 - 6\,(-6{,}03)]\,/6 = 2{,}18/6 = 0{,}36\ A$$

En lo referente al valor de I_2:

$$I_2 = I_3 - I_1 \;;\; I_2 = -6{,}03 - 0{,}36 = -\,6{,}39\ A$$

Ejercicio resuelto Nº 3

Dada la red:



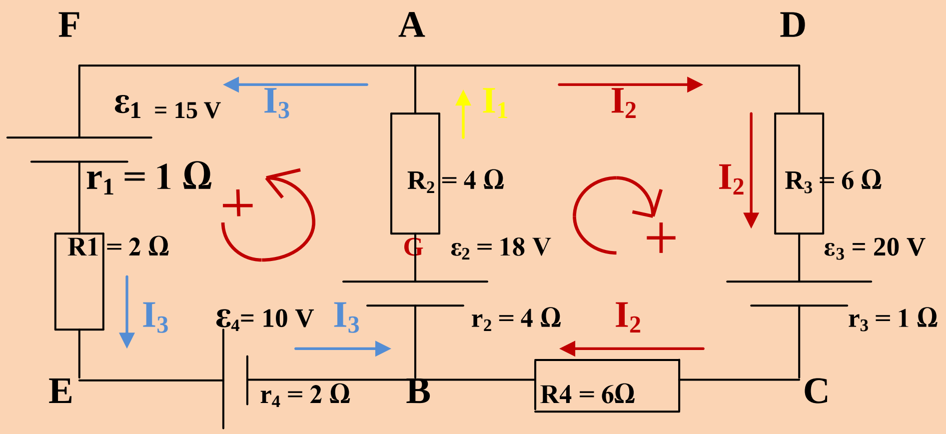
Determinar:

a) **Las intensidades que recorren las dos mallas de la red.**
b) **La diferencia de potencial entre los puntos A y B.**

Resolución:

a)

Debemos establecer los sentidos de las tres intensidades que circulan por la red.



Ecuaciones:

NUDO A: $I_1 = I_2 + I_3$; $I_2 = I_1 - I_3$; $I_3 = I_1 - I_2$

Malla ABCDA: $\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$

$$- 20 + 18 = I_2 \cdot R_3 + I_2 \cdot r_3 + I_2 \cdot R_4 + I_1 \cdot r_2 + I_1 \cdot R_2$$

$$- 2 = 6\, I_2 + 1 \cdot I_2 + 6\, I_2 + 4\, I_1 + 4\, I_1$$

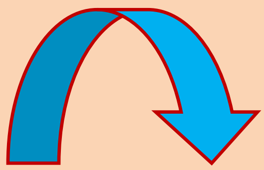
$$- 2 = 13\, I_2 + 8\, I_1$$

Malla ABEFA: $\sum \varepsilon = \sum R \cdot I$

$$- 15 - 10 + 18 = I_3 \cdot r_1 + I_3 \cdot R1 + I_3 \cdot r_4 + I_1 \cdot r_2 + I_1 \cdot R_2$$

$$- 7 = 1 \cdot I_3 + 2 \cdot I_3 + 4 \cdot I_3 + 4 \cdot I_1 + 4 \cdot I_1$$

$$- 7 = 7\, I_3 + 8\, I_1$$



Unimos ecuaciones:

$- 2 = 13 I_2 + 8 I_1$ (1)

$- 7 = 7 I_3 + 8 I_1$ (2)

$I_3 = I_1 – I_2$ (3)

Llevamos I_3 a la ecuación (2):

$- 7 = 7 I_3 + 8 I_1$; $- 7 = 7 (I_1 – I_2) + 8 I_1$; $- 7 = 7 I_1 – 7 I_2 + 8 I_1$

$$- 7 = 15 I_1 – 7 I_2 \quad (4)$$

Formamos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas uniendo la ecuación (1) con la (4):

$- 2 = 13 I_2 + 8 I_1$ (1)

$- 7 = 15 I_1 – 7 I_2$ (4)

De la ecuación (1) despejamos I_1:

$$I_1 = (- 2 – 13 I_2) / 8$$

Llevamos I_1 a la ecuación (4):

$$-7 = 15 . (-2 – 13 I_2) / 8 – 7 I_2$$

$$- 56 = 15 (-2 – 13 I_2) – 56 I_2$$

$$- 56 = - 30 – 195 I_2 – 56 I_2$$

$$- 56 + 30 = - 251 I_2 \ ; \ - 26 = - 251 I_2 \ ; \ I_2 = 0,1 A$$

De la ecuación:

$I_1 = (- 2 – 13 I_2) / 8$

Podemos conocer I_1, que depende de I_2 que ya es conocido :

$$I_1 = (- 2 – 13 . 0,1) / 8 = - 0,41 A$$

De la ecuación:

$I_3 = I_1 - I_2$

Conoceremos I_3:

$$I_3 = -\,0{,}41 + 0{,}1 = -\,0{,}31\ A$$

b)

La I_1 atraviesa el generador saliendo por el polo positivo lo que nos indica que dicho generador aporta potencial al sistema. También hay que vencer la resistencia del propio generador al paso de la corriente así como vencer la resistencia R_2, existe una caída de potencial Dicho lo cual:

$$V_A - V_B = (V_B - V_G) - (V_G - V_A)$$

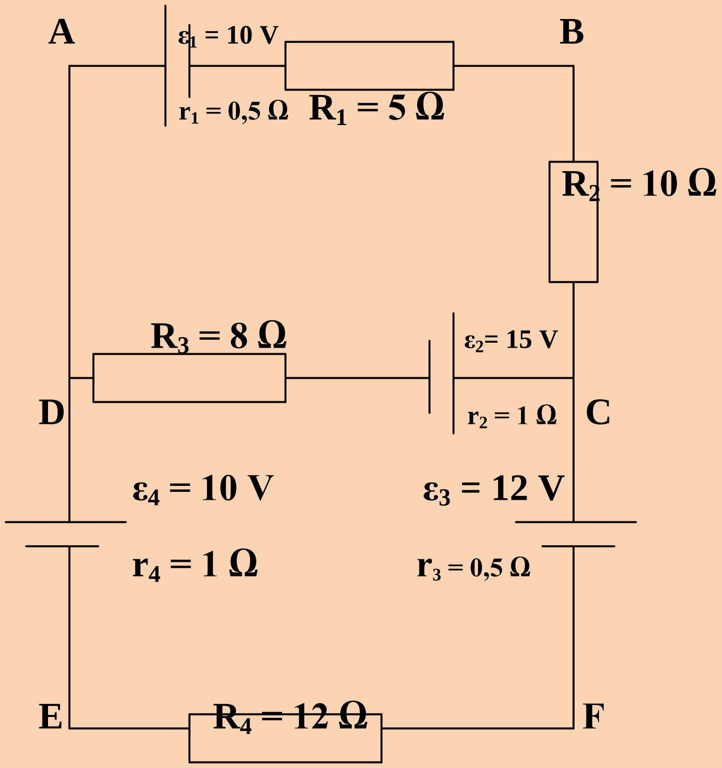
$$V_A - V_B = (\varepsilon_2 - I_1 \cdot r_2) - I_2 \cdot R_2$$

$$V_A - V_B = 18\ V - (-\,0{,}41)\ A \cdot 4\ \Omega - (-0{,}41)\ A \cdot 4\ \Omega =$$

$$= 18\ V + 1{,}64\ V + 1{,}64\ V = 21{,}28\ V$$

Ejercico resuelto Nº 4

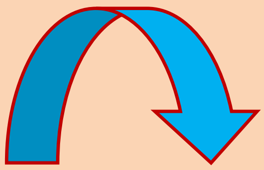
Dada la red:



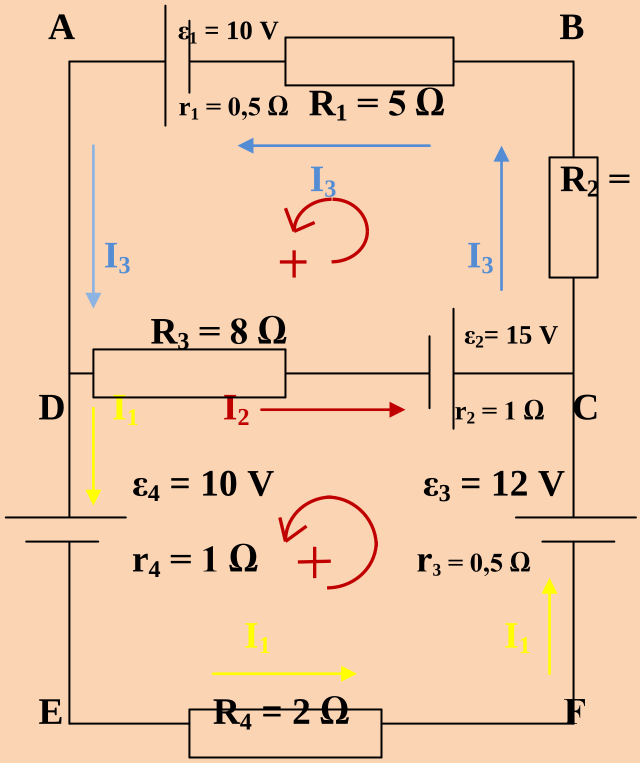
Determinar:

a) **Las intensidades que circulan por la red.**
b) **La diferencia de potencial entre los puntos C y D.**

Resolución:



Vamos a establecer los sentidos de las intensidades en las malllas de la red:



Nudo C: $I_3 = I_1 + I_2$ **(1)**

de esta ecuación podemos deducir:

$$I_1 = I_3 - I_2 \quad (2)$$

$$I_2 = I_3 - I_1$$

Malla CDEFC:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

$$15 + 12 - 10 = I_2.R_3 + I_2.r_2 + I_1.r_4 + I_1.R_4 + I_1.r_3$$

$$17 = 8I_2 + 1I_2 + 1.I_1 + 2\,I_1 + 0{,}5I_1$$

$$17 = 9\,I_2 + 3{,}5\,I_1 \quad (3)$$

Malla CDABC:

$$\sum \varepsilon = \sum I \cdot R$$

$$15 + 10 = I_2 \cdot R_3 + I_2 \cdot r_2 + I_3 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_1 + I_3 \cdot r_1$$

$$25 = 8\,I_2 + 1.I_2 + 10\,I_3 + 5\,I_3 + 0{,}5\,I_3$$

$$25 = 9\,I_2 + 15{,}5\,I_3 \quad (4)$$

Malla CFEDC:

$$-10 + 12 + 15 = I_1 \cdot r_4 + I_1 \cdot R_4 + I_1 \cdot r_3 - I_2 \cdot R_3 - I_2 \cdot r_2$$

$$17 = I_1 \cdot 1 + I_1 \cdot 2 + I_1 \cdot 0{,}5 - I_2 \cdot 8 - I_2 \cdot 1 =$$

$$17 = I_1 + 2\ I_1 + 0,5\ I_1 – 8\ I_2 – I_2$$

$$17 = 3,5\ I_1 – 9\ I_2$$

Ecuaciones:

$I_1 = I_3 – I_2$ (2)

$17 = 3,5\ I_1 - 9\ I_2$ (3)

$25 = 9\ I_2 + 15,5\ I_3$ (4)

Llevamos la (2) a (3):

$$17 = 3,5\ (I_3 – I_2) – 9\ I_2\ ;\ 17 = 3,5\ I_3 – 3,5\ I_2 – 9\ I_2$$

$$17 = 3,5\ I_3 – 12,5\ I_2\ (5)$$

Unimos la (4) con (5) y formamos un sistema:

$25 = 9\ I_2 + 15,5\ I_3$ (4)

$17 = 3,5\ I_3 – 12,5\ I_2$ (5)

De la (5) despejams I_3:

$$17 + 12,5\ I_2 = 3,5\ I_3\ ;\ I_3 = (17 + 12,5\ I_2) / 3,5\ (6)$$

Llevamos I_3 a la ecuación (4):

$$25 = 9\ I2 + 15,5\ [(17 + 12,5\ I2) / 3,5\ ]\ \ 25 = 9\ I_2 + 4,43\ (17 + 12,5\ I_2)$$

$$25 = 9\ I_2 + 75,3 + 55,38\ I_2\ ;\ 25 – 75,3 = 9\ I_2 + 55,38\ I_2$$

$$-50,3 = 64,38\ I_2\ ;\ I_2 = -50,3 / 64,38 = - 0,78\ A$$

Llevamos I_2 a la ecuación (6):

$$I_3 = (17 + 12,5\ I_2) / 3,5\ ;\ I_3 = [(17 + 12,5\ .\ (-0,78)] / 3,5$$

$$I_3 = (17 – 9,75) / 3,5\ ;\ I_3 = 7,25 / 3,5 = 2,07\ A$$

Nos vamos a la ecuación (2):

$$I_1 = I_3 - I_2 \quad ; \quad I_1 = 2{,}07\ A - (-0{,}78\ A) = 2{,}85\ A$$

b)

Al pasar del punto C al punto D hay una caída de potencial que se manifiesta en la ecuación:

$$V_C - V_D = (\varepsilon_2 - I_2\, r_2) - I_2 \cdot R_3$$

$$V_C - V_D = 15 - I_2\, (r_2 + R_3)$$

$$V_C - V_D = 15 - (-0{,}78)\,(1 + 8)$$

$$V_C - V_D = 15 + 7{,}02 = 22{,}02\ V$$

-------------------------------- O ---------------------------------