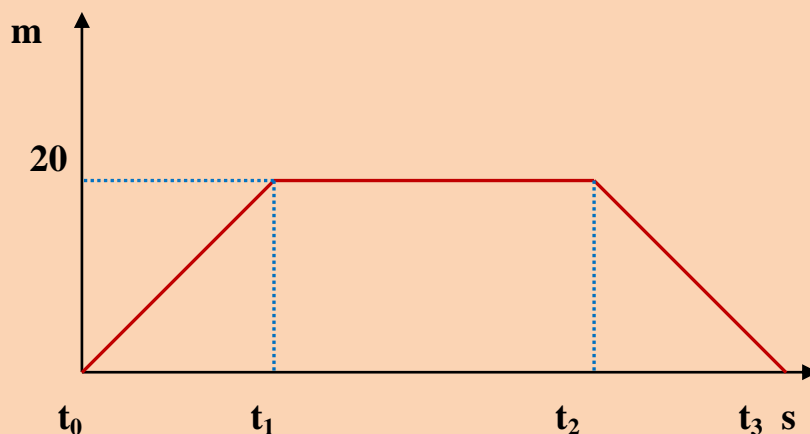


## TEMA Nº 2. EJERCICIOS DE CINEMÁTICA I

1.- Interpretar el movimiento que lleva un móvil cuya gráfica es:



**Resolución:**

**INTERVALO**

**TIPO DE MOVIMIENTO**

$t_0 - t_1$

***M.R.U.*** (  $V = \text{Const}$  )

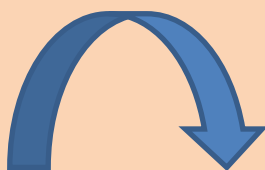
$t_1 - t_2$

***No hay movimiento*** ( en  $t_1$   $t_2$  la posición es de 20 m del punto de partida)

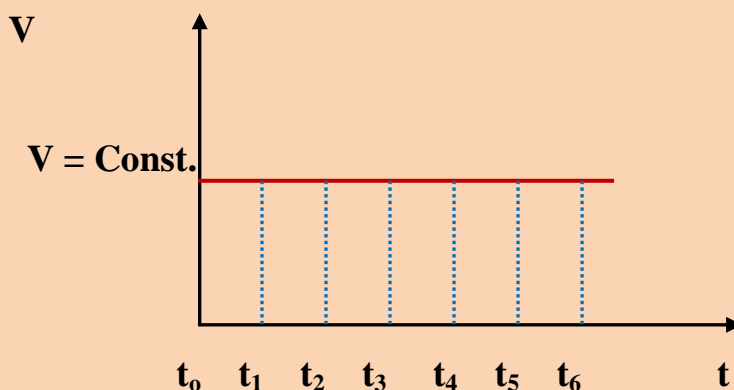
$t_2 - t_3$

***M.R.U.*** (  $V = \text{const} = \text{negativa}$ , regresa al punto de partida)

En lo que se refiere a la representación gráfica ( $v - t$ ) de la velocidad respecto al tiempo, teniendo presente que la  $V = \text{const}$ , nos quedaría de la forma:

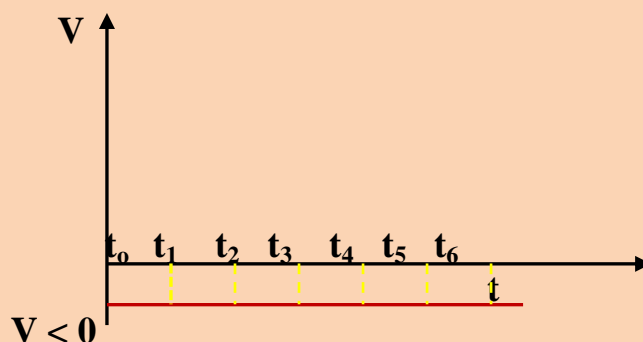


AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ



Obtenemos como gráfica una **línea recta** (roja) en donde se puede observar que para cualquier tiempo la velocidad permanece constante.

Otra posibilidad:



El móvil se estaría desplazando, a  $V = \text{Const}$ , en sentido contrario al establecido. También podemos explicar la gráfica como desplazamiento de vuelta al origen de referencia, a  $v = \text{Const}$ .

**2.-** Un atleta corre los 100 m en 10 s y un nadador los nada en 54 s. Calcular las velocidades medias de cada uno.

**Resolución:**

$$\text{Atleta} \rightarrow v_m = s_{\text{total}}/t_{\text{total}} = 100 \text{ m} / 10 \text{ s} = 10 \text{ m/s} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Nadador} \rightarrow v_m = s_{\text{total}}/t_{\text{total}} = 100 \text{ m} / 54 \text{ s} = 1,85 \text{ m/s} = 1,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**3.-** Un ciclista parte de cierto lugar y, después de avanzar con una velocidad constante de 45 km/h durante media hora, descansa 10 minutos y vuelve al punto de partida. El regreso lo realiza con velocidad también constante, pero emplea 45 minutos. Representa las gráficas velocidad/tiempo y espacio/tiempo desde que sale hasta que regresa.

**Resolución:**

**Primer tramo:**  $V = 45 \text{ km/h}$ ;  $t = 0'5 \text{ h}$ ;  $e_1 = v \cdot t = 45 \cdot 0'5 = 22'5 \text{ km}$

**Segundo tramo:**  $V = 0$  (descansa)

$$t = 10 \text{ minutos} \cdot 1\text{h}/60 \text{ minutos} = 0'17 \text{ h}$$

$$e_2 = 0 \text{ (está descansando)}$$

**Tercer tramo:**  $V = ?$

$$t = 45 \text{ minutos} \cdot 1\text{h}/60 \text{ minutos} = 0'75 \text{ h.}$$

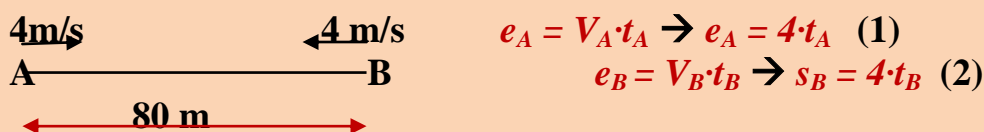
Como regresa al punto de partida, debe recorrer los 22'5 km iniciales, por tanto, su velocidad de regreso es:

$$V = e/t = 22'5\text{km}/0'75 \text{ h} = 30 \text{ km/h}$$

**4.-** Sobre una recta se desplazan dos móviles con velocidad constante. El primero se desplaza hacia el segundo con velocidad de 4 m/s; el segundo sale hacia el primero 6 s más tarde y con la misma velocidad. Si la distancia que los separa inicialmente es de 80 m, ¿en qué instante se cruzarán?

**Resolución:**

Se trata de dos M.R.U., por tanto:  $e = v \cdot t$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

como B sale 6 segundos después que A  $\rightarrow t_B = t_A - 6$ .

Además, el espacio total que les separa es de 80 m, luego:

$$e_A + e_B = 80 \quad (3)$$

Llevando a (3) las ecuaciones (1) y (2), nos queda:

$$4 \cdot t_A + 4 \cdot t_B = 80 \rightarrow 4 \cdot t_A + 4 \cdot (t_A - 6) = 80 \rightarrow 4 \cdot t_A + 4 \cdot t_A - 24 = 80 \rightarrow$$

$$8 \cdot t_A = 104 ; t_A = 104/8 = 13 \text{ s} \rightarrow t_B = 13 - 6 = 7 \text{ s}$$

La distancia recorrida por cada uno será:

$$e_A = V_A \cdot t_A = 4 \text{ m/s} \cdot 13 \text{ s} = 52 \text{ m}$$

$$e_B = V_B \cdot t_B = 4 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 28 \text{ m}$$

5.- Dibuja la gráfica (e – t) del movimiento de un coche que va a 15 m/s durante 10 minutos.

**Resolución:**

Debemos conocer las posiciones que ocupa el móvil en función del tiempo. Para ello utilizaremos la ecuación:

$$e = V \cdot t$$

Pasaremos primero los minutos a segundos:

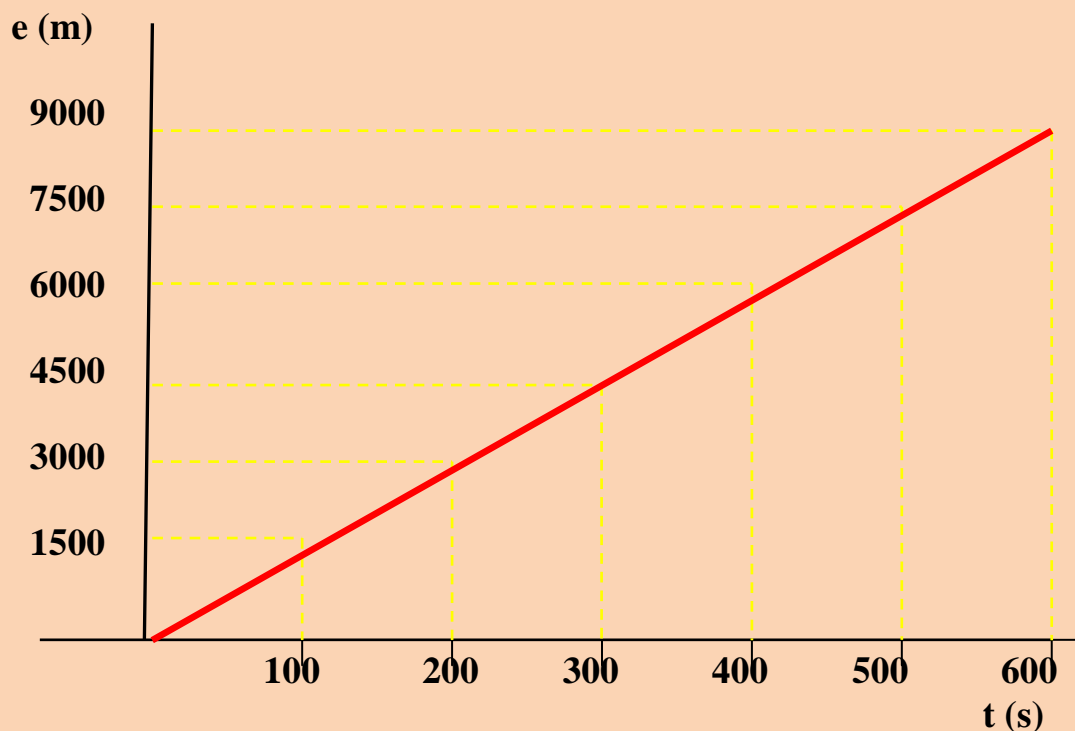
$$10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

Obtengamos la tabla de valores:

<b>Velocidad (m/s)</b>	15	15	15	15	15	15
<b>Tiempo (s)</b>	100	200	300	400	500	600

**Posición(m)** 1500 3000 4500 6000 7500 9000

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ



**6.-** Haz la gráfica espacio-tiempo y de un móvil que se desplaza con una velocidad constante de 3 m/s.

**Resolución:**

Tenemos que establecer una tabla de valores en donde se refleje el espacio recorrido para un tiempo determinado. Se trata de un M.R.U. La ecuación para conocer el espacio es:

$$e = e_0 + V \cdot t$$

Supondremos que el origen de los tiempos coincide con el origen de los espacios; es decir;  $t_0 = 0$  ;  $e_0 = 0$ . La ecuación anterior nos quedaría de la forma:

$$e = V \cdot t$$

La tabla quedaría de la forma:

Tiempo (s)	0	1	2	3	4
Espacio (m)	0	3	6	9	12



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

El problema debemos resolverlo gráficamente. El movimiento de los dos móviles es M.R.U, las gráficas  $e - t$  serán dos líneas rectas que se cortarán en un punto que es precisamente el punto de cruce de los dos móviles.

Para calcular las dos gráficas procederemos:

Calcularemos el tiempo que tarda A en recorrer los 8000 m ( $e_A$ )

$$\text{Móvil A: } e_{0A} = 0 ; V_A = 20 \text{ m/s.}$$

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_{0A} = 0 \rightarrow e_A = V_A \cdot t_A \rightarrow e_A = 20 \cdot t_A$$

$$t_A = e_A / 20 \text{ m/s} = 8000 \text{ m} / (20 \text{ m/s}) = 400 \text{ s}$$

Calcularemos el tiempo que tarda el móvil B en llegar al Sistema de Referencia ( $X = 0$ )

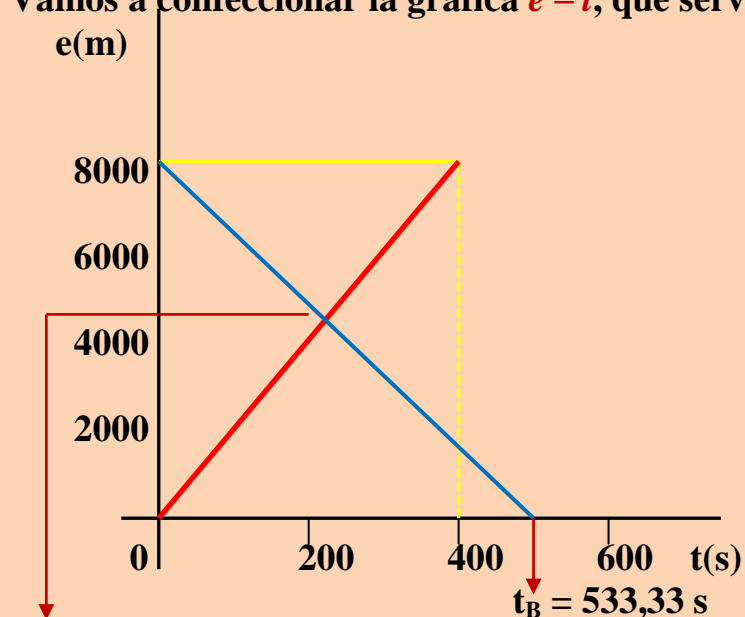
$$\text{Móvil B: } e_B = 0 ; V_B = -15 \text{ m/s} ; e_{0B} = 8000 \text{ m}$$

$$e_B = e_{0B} + V_B \cdot t_B$$

$$0 = 8000 + (-15) \cdot t_B ; 15 t_B = 8000 ; t_B = 8000 \text{ m} / (15 \text{ m/s})$$

$$t_B = 533,33 \text{ s}$$

Vamos a confeccionar la gráfica  $e - t$ , que servirá para los dos móviles:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ



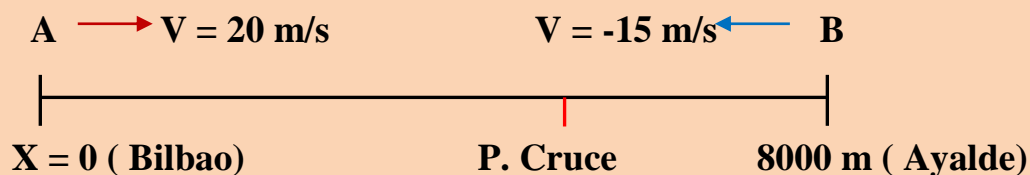
Punto de cruce que yo le daría un valor entre 4500 m – 5000 m.

La gráfica no es muy exacta y no podemos precisar el punto de cruce.

Vamos a resolverlo numéricamente y veremos si la aproximación realizada es correcta.

Volvemos al croquis inicial:

Establezcamos el Sistema de Referencia:



**Móvil A:**  $e_{0A} = 0$  ;  $V_A = 20$  m/s ;  $e_A =$  punto de cruce

Vamos a calcula el tiempo que tarda A en llegar al punto de cruce:

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_A = 0 + 20 \cdot t_A ; t_A = e_A / 20 \quad (1)$$

El tiempo que tarda B en llegar al punto de cruce ( $e_A$ ), será:

$$e_B = e_{0B} + V_B \cdot t_B$$

$e_B$  coincidirá con la posición  $e_A$  ( $e_A = e_B$ ), luego:

$$e_A = e_{0B} + V_B \cdot t_B ; e_A = 8000 + (-15) \cdot t_B ; 15 t_B = 8000 - e_A$$

$$t_B = (8000 - e_A) / 15 \quad (2)$$

Los tiempos  $t_A$  y  $t_B$  son iguales ( $t_A = t_B$ ) por lo que igualando (1) y (2)

$$e_A / 20 = (8000 - e_A) / 15 ; 15 \cdot e_A = 20 \cdot (8000 - e_A)$$

$$15 e_A = 160000 - 20 e_A ; 15 e_A + 20 e_A = 160000$$

$$35 e_A = 160000 ; e_A = 160000 / 35 = 4571,43 \text{ m}$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

7.- Dos coches, A y B, parten al encuentro desde dos ciudades separadas por una distancia de 100 km. Si el primero viaja a una velocidad de 70 km/h y el segundo a 50 km/h en sentido contrario a A, calcula en qué lugar e instante se encuentran.

**Resolución:**

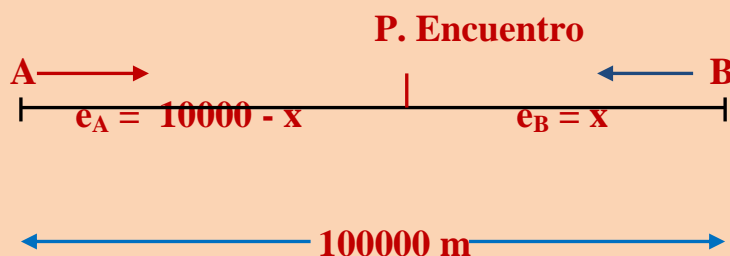
Cambios de unidades al S.I.:

$$V_A = 70 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 19,44 \text{ m/s}$$

$$V_B = 50 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 13,88 \text{ m/s}$$

$$e = 100 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} = 100000 \text{ m}$$

Como el móvil A lleva más velocidad que el B el punto de encuentro estará más cerca del punto de partida de B. El croquis de la experiencia es:



A y B llevan velocidad constante lo que implica que sus movimientos son U.R.U. en donde:

$$e = V \cdot t \quad (1)$$

La clave del problema reside en el hecho de que al partir simultáneamente el uno hacia el otro, el tiempo empleado por A en recorrer el  $e_A$  es el mismo que el tiempo en recorrer  $e_B$ :

$$t_A = t_B$$

De (1) podemos deducir:

$$t = e / V$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$\left. \begin{array}{l} t_A = e_A / V_A \\ t_B = e_B / V_B \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_A = t_B \rightarrow e_A / V_A = e_B / V_B \\ 100000 - x / 19,44 = x / 13,88 \end{array}$$

$$13,88 \cdot (100000 - x) = 19,44 \cdot x ; 1388000 - 13,88 x = 19,44 x$$

$$1388000 = 19,44 x + 13,88 x ; 1388000 = 33,32 x$$

$$x = 1388000 / 33,32 = 41656,66 \text{ m}$$

$$x = 41656,55 \text{ m} \cdot 1 \text{ Km} / 1000 \text{ m} = 41,65 \text{ Km}$$

Se encontrarán a **41,65 Km** del punto de partida de B.

**8.-** Supón ahora que los coches mencionados en el ejercicio anterior, parten uno tras el otro (el más rápido persiguiendo al más lento). Calcula el lugar y el instante en que el coche A alcanza a B.

**Resolución:**

Primero pasaremos las unidades al S.I:

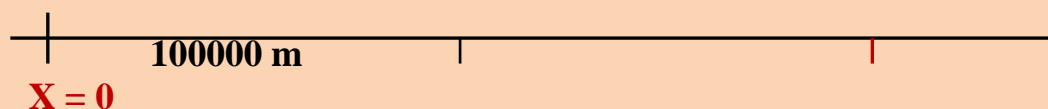
$$V_A = 70 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 19,44 \text{ m/s} = 19,44 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_B = 50 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 13,88 \text{ m/s} = 13,88 \text{ m.s}^{-1}$$

$$100 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / \text{Km} = 100000 \text{ m}$$

Establezcamos el Sistema de Referencia:

$$\text{A} \rightarrow V_A = 19,44 \text{ m/s} \quad \text{B} \rightarrow V_B = 13,88 \text{ m/s} \quad \text{P. encuentro}$$



**Móvil A:**  $e_{0A} = 0$  ;  $V_A = 19,44 \text{ m/s}$  ;  $e_{AP} =$  espacio hasta P. encuentro

$$e_A = e_{0A} + V_A \cdot t_A ; e_A = 19,44 \cdot t_A ; t_A = e_{AP} / 19,44 \quad (1)$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**Móvil B:**  $e_{0B} = 100000 \text{ m}$  ;  $V_B = 13,88 \text{ m/s}$  ;  $e_{BP} = ?$ 

$$e_{BP} = e_{0B} + V_B \cdot t_B ; e_{BP} = 100000 + 13,88 \cdot t_B$$

$$e_{BP} - 100000 = 13,88 \cdot t_B ; t_B = (e_{BP} - 100000) / 13,88 \quad (2)$$

Los tiempos que están en movimiento los dos móviles hasta llegar a P es el mismo, luego podemos igualar las ecuaciones (1) y (2):

$$e_{AP} / 19,44 = (e_{BP} - 100000) / 13,88$$

Por otra parte sabemos, según el croquis, que:

$$e_{AP} = 100000 + e_{BP}$$

Lo que nos permite escribir:

$$(100000 + e_{BP}) / 19,44 = (e_{BP} - 100000) / 13,88$$

$$13,88 \cdot (100000 + e_{BP}) = 19,44 (e_{BP} - 100000)$$

$$1388000 + 13,88 e_{BP} = 19,44 e_{BP} - 1944000$$

$$1388000 + 1944000 = 19,44 e_{BP} - 13,88 e_{BP}$$

$$3332000 = 5,56 e_{BP} ; e_{BP} = 3332000 / 5,56 = 599280,57 \text{ m}$$

Se en encontrarán a 599280,57 m de B o bien a:

$$e_{AP} = 100000 + 599280,57 = 699280,57 \text{ m de A.}$$

El tiempo empleado, según dijimos era el mismo para los dos móviles. Comprobémoslo:

$$t_A = 699280,57 \text{ m} / (19,44 \text{ m/s}) = 35971,22 \text{ s.}$$

$$t_B = 599280,57 - 100000 / 13,88 = 35971,22 \text{ s.}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**9.-** Un galgo persigue a una liebre que le aventaja en 100 m. Si la velocidad de la liebre es de 15 m/s y la del galgo de 72 km/h ¿cuánto tardará en alcanzarla? ¿cuánta distancia necesitó el galgo para ello?

**Resolución:**

Fundamental el croquis del problema:



**Magnitudes:**

$$V_{\text{liebre}} = 15 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{Galgo}} = 72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

La clave del problema se encuentra en el hecho de que el tiempo que tarda la liebre en recorrer “e” m. es el mismo que el que tarda el galgo en recorrer (100 + e).

Tanto la liebre como el galgo llevan M.R.U. y por tanto:

$$e = e_0 + v \cdot t$$

Tanto para la liebre como para el galgo  $v_0 = 0$ , quedándonos:

$$e = v \cdot t$$

**Liebre:**

$$e = 15 \text{ m/s} \cdot t \quad (1)$$

**Galgo:**

$$100 + e = 20 \cdot t \quad (2)$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Despejamos de (1) el tiempo:

$$t = e / 15$$

y lo llevamos a (2):

$$100 + e = 20 \cdot e/15$$

Resolviendo la ecuación conoceremos el punto de encuentro:

$$1500 + 15 e = 20 e ; 1500 = 20 e - 15 e ; 1500 = 5 e$$

$$e = 1500 / 5 = 300 \text{ m}$$

El punto de encuentro está situado a *300 m de la libre* o a *(100 + 300) m* del galgo.

En cuanto al tiempo de encuentro, trabajaremos con la liebre y con el galgo y lógicamente será el *mismo* puesto que era nuestra la base del desarrollo del ejercicio.

Liebre:

$$e = v \cdot t ; t = e / v ; t = 300 \text{ m} / 15 \text{ m/s} = 20 \text{ s}$$

Galgo:

$$e = v \cdot t ; t = e / v ; t = 400 \text{ m} / 20 \text{ m/s} = 20 \text{ s}$$

**10.-** Un excursionista, de pie ante una montaña, tarda 1,4 s en oír el eco de su voz. Sabiendo que el sonido viaja en el aire a velocidad constante de  $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , calcula a qué distancia está de la montaña.

**Resolución:**

El eco es un efecto acústico producido cuando la onda se refleja y vuelve al punto emisor del sonido.

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Por lo tanto el croquis del fenómeno es:



Se cumple:

$$t_{ida} + t_{vuelta} = 1,4$$

Como el sonido se traslada con Movimiento Uniforme:

$$e_t = V_{sonido} \cdot t_t$$

luego:

$$e_t = 340 \text{ m/s} \cdot 1,4 \text{ s} = 476 \text{ m}$$

Como el camino de ida tiene la misma distancia que el de vuelta, el señor que pega el grito debe estar a la mitad de la distancia total, es decir:

$$e_{persona} = 476 \text{ m} / 2 = 238 \text{ m}$$

**11.-** Dos corredores A y B parten de un mismo punto. A sale 30 s antes que B con una velocidad constante de 4,2 m/s. B alcanza a A después de haber recorrido 48 s a velocidad también constante. Determina la velocidad de B y la distancia al punto de partida le da el alcance.

**Resolución:**

$$V_A = 4,2 \text{ m/s}$$

$$V_B = ?$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

En los 30 s iniciales **A** ha recorrido un espacio de:

$$e_A = V_A \cdot t \rightarrow e_A = 4,2 \text{ m/s} \cdot 30 \text{ s} = 126 \text{ m}$$

La situación es la siguiente:



El tiempo que tarda en ir de **A** al **P. de Encuentro** es el mismo que el que tarda **B** en recorrer  $(126 + e) \text{ m}$ .

$$t_A = e / v \quad (1) ; \quad t_B = (126 + e) / V_B \quad (2)$$

$$t_A = t_B = 48 \text{ s}$$

De (1):

$$48 \text{ s} = e / (4,2 \text{ m/s}) ; \quad e = 48 \text{ s} \cdot 4,2 \text{ m/s} = 201,6 \text{ m}$$

Llevado el valor de “e” a (2):

$$48 \text{ s} = (126 + 201,5) / V_B$$

$$V_B = (126 + 201,5) \text{ m} / 46 \text{ s}$$

$$V_B = 327,5 \text{ m} / 48 \text{ s} = 6,8 \text{ m/s}$$

**12.-** Un club de maratón ha decidido reorganizar la hora de salida de los componentes de la prueba de forma que todos lleguen a la vez a la meta. El campeón corre a 20 Km/h y el más lento a 9,5 Km/h. ¿Cuánto tiempo, en segundos, tendrá que salir antes el corredor más lento que el campeón para llegar a la meta, a 42,195 Km, a la vez?

**Resolución:**

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

En esta experiencia todos los corredores recorren la misma distancia y en un mismo tiempo “*e*”. Como la meta se encuentra a 42,195 Km, el corredor más rápido tardará en recorrer ese espacio:

$$42,195 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} = 42195 \text{ m}$$

$$20 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 5,55 \text{ m/s}$$

$$e = V \cdot t ; 42195 \text{ m} = 5,55 \text{ m/s} \cdot t ; t = 42195 \text{ m} / (5,55 \text{ m/s})$$

$$t_{\text{campeón}} = 7602,70 \text{ s}$$

El tiempo que consumiría el corredor más lento es:

$$V = 9,5 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 2,63 \text{ m/s}$$

El corredor más lento consumiría:

$$t = e / V ; t_{\text{lento}} = 42195 \text{ m} / (2,63 \text{ m/s}) = 16043,72 \text{ s} \text{ (para llegar a la meta)}$$

El corredor lento tarda:

$$t_{\text{lento}} = 16043,72 - 7602,70 = 8441,02 \text{ s} \text{ ( más que el campeón)}$$

El corredor lento deberá salir 8441,02 s antes que el campeón, equivalentes a:

$$8441,02 \text{ s} / 3600 \text{ s/h} = 2,34 \text{ h}$$

**13.-** Un vehículo parte del reposo y alcanza los 10 m/s en 5 s. Calcula:

- La aceleración del vehículo durante ese tiempo.
- El espacio recorrido.

**Resolución:**

$$V_0 = 0 ; V = 10 \text{ m/s} ; t = 5 \text{ s} \rightarrow \text{El móvil lleva M.R.U.A}$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$a = Vf - Vo / t ; a = (10 - 0) \text{ (m/s)} / 5 \text{ s} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ s}^2 = 25 \text{ m}$$

**14.-** Un coche eléctrico circula a velocidad constante de 60 Km/h. Cuando pasa por mi lado arranco la moto y, partiendo del reposo, alcanzo al coche en 5 s (supuesta la aceleración constante). ¿Cuál es la aceleración de mi moto?.

**Resolución:**

El coche lleva M.R.U, luego:

$$e = V \cdot t \quad (1)$$

$$V = 60 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/1 km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 16,66 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Nos vamos a (1):

$$e = 16,66 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} = 3,33 \text{ m}$$

Este es el espacio que debe recorrer la moto que lleva M.R.U.A, partiendo del reposo luego:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; 3,33 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 25 ; a = 3,33 / 12,5 = 0,26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

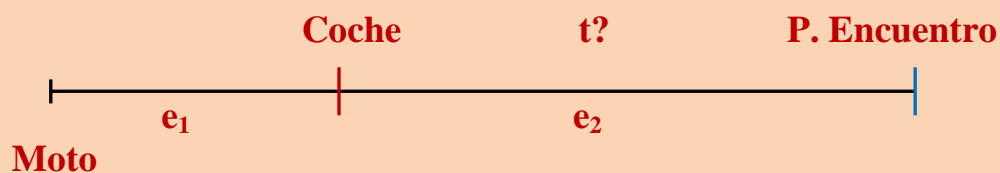
**15.-** Un coche eléctrico circula a velocidad constante de 60 Km/h. Cuando pasa por mi lado, arranco la moto y en 10 s me pongo en marcha. Si la aceleración de ésta es constante e igual a 5 m . s<sup>-2</sup>, ¿Cuánto tiempo tardaré en alcanzar el coche?.

**Resolución:**

$$V = 60 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/ 1 Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 16,66 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{moto}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ



El coche lleva M.R.U. y la moto M.R.U.A. pero el espacio recorrido es el mismo.

Transcurrido los 10 s de la puesta en movimiento de la moto, el coche a recorrido un  $e_1$ :

$$e_1 = V_{\text{coche}} \cdot t_{\text{coche}} ; e_1 = 16,66 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 166,6 \text{ m}$$

*El tiempo que la moto tarde en recorrer ( $e_1 + e_2$ ) es el mismo que el que tarda el coche en recorrer  $e_2$ .*

**MOTO:**

Al partirt del reposo  $\rightarrow e_{\text{moto}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_m^2$

$$\left. \begin{array}{l} e_2 = V_{\text{coche}} \cdot t_{\text{coche}} \quad (1) \\ e_1 + e_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t_{\text{moto}}^2 \quad (2) \end{array} \right\} t_{\text{coche}} = t_{\text{moto}}$$

Despejando de (1)  $t_{\text{coche}}$ :

$$t_{\text{coche}} = e_2 / V_{\text{coche}}$$

y llevado a (2):

$$166,6 + e_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (e_2 / V_{\text{coche}})^2$$

$$166,6 + e_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot e_2^2 / (16,6)^2$$

$$166,6 + e_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot e_2^2 / 275,56$$

$$275,56 (166,6 + e_2) = 2,5 \cdot e_2^2 ; 45924,96 + 275,56 e_2 = 2,5 e_2^2$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$2,5 e_2^2 - 275,56 e_2 - 45924,96 = 0$$

$$e_2 = 275,56 \pm (75933,31 + 459249,6)^{1/2} / 5$$

$$e_2 = 275,56 \pm 349,11 / 5$$

$$e_2 = 124,93 \text{ m}$$

$$e_2 = 275,56 - 349,11 / 5 < 0 \rightarrow \text{NO VALIDO FISICAMENTE}$$

Luego el coche tardaba en recorrer  $e_2$ :

$$t_{\text{coche}} = e_2 / V_{\text{coche}} = 124,93 \text{ m} / (16,6 \text{ m/s}) = 7,5 \text{ s}$$

Este tiempo era igual al tiempo consumido por la moto en recorrer ( $e_1 + e_2$ ), llegamos a la conclusión que la moto tardará **7,5 s** en alcanzar al coche.

**16.-** Un cuerpo, partiendo del reposo, se mueve con una aceleración constante de  $8 \text{ m/s}^2$ . ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 100 m? ¿cuál será su velocidad en ese instante?

**Resolución:**

Al existir aceleración constante estamos hablando de un M.R.U.A. Sus ecuaciones son:

$$V_f = V_0 + a \cdot t \quad ; \quad e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Los datos son:  $v_0 = 0$ ;  $a = 8 \text{ m/s}^2$ ;  $e = 100 \text{ m}$ ;  $t?$ ;  $v?$

Sustituimos los datos en las ecuaciones del movimiento:

$$V = 0 + 8 \cdot t \rightarrow v = 8t \quad ; \quad v = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m/s}$$

$$100 = 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot t^2 \quad ; \quad 100 = 4 \cdot t^2 \quad ; \quad t = (100/4)^{1/2} \quad ; \quad t = (25)^{1/2}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**17.-** Se deja rodar una pelota, por una pista horizontal. La trayectoria que describe es rectilínea. En la siguiente tabla se muestra la posición que ocupa el balón en determinados instantes:

tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50

**Resolución:**

- a) ¿Se trata de un movimiento rectilíneo y uniforme? ¿En qué te basas?  
 b) escribe la ecuación de movimiento de la pelota.  
 c) ¿Qué posición ocupa el balón en el instante  $t = 7s$ ?  
 d) ¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de 12 s?

- a) Para comprobar si es un movimiento uniforme debemos calcular la velocidad, si esta permanece constante el movimiento será rectilíneo y uniforme. Sabemos que:

$$V = \Delta e / t$$

Vamos a llevar a la tabla anterior la velocidad, aplicaremos la ecuación anterior y comprobaremos:

Tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50
Velocidad(m/s)	0	5	5	5

El movimiento es rectilíneo y uniforme. La velocidad permanece constante.

- b) Si hiciéramos una gráfica  $e - t$  del movimiento obtendríamos una línea recta cuya ecuación sería:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t$$

- c) Según el enunciado:  $V_0 = 0$  ;  $e_0 = 5 m$

El espacio recorrido por el móvil lo podemos calcular con la ecuación anterior pero con las condiciones establecidas y nos queda la ecuación:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$e = V \cdot t = 5 \text{ m/s} \cdot 7 \text{ s} = 35 \text{ m}$$

La posición sería:



- d) La distancia recorrida por el móvil transcurridos los 12 primeros segundos incluye el espacio inicial que no había sido contabilizado cuando pusimos el cronómetro en marcha. En este caso el espacio recorrido coincidirá con la posición del móvil:

$$e = e_0 + V \cdot t ; e = 5 + 5 \cdot 12 = 65 \text{ m.}$$

**18.-**

- a) Una moto va a 12 m/s y acelera, alcanzando una velocidad de 20 m/s en 3 s. Calcula su aceleración
- c) Un coche circula a 100 Km/h. Ve una señal de limitación de velocidad, frena y se pone a 80 Km/h en 5s. ¿Cuál es su aceleración?
- d) Un coche de fórmula 1 acelera de 0 Km/h a 100 Km/h en 2,4 s. Calcula su aceleración.
- e) En una revista de motos se puede leer :”Yamaha YZF R6 2006. Aceleración 0 a 100 km/h en 4 s”. Con estos datos calcula la aceleración de este vehículo.

**Resolución:**

Sabemos que:

$$a = \Delta V / t = (V_f - V_0) / t$$

$$a = (20 - 12) \text{ (m/s)} / 3 \text{ s} = 2,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

a) Pasaremos los datos al S.I.:

$$V_1 = 100 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$V_2 = 80 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$a = (V_f - V_o) / t = (22,2 - 27,8) (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) / 5 \text{ s} = -1,12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b)  $V_0 = 0$

$$V_f = 100 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 2,4 \text{ s}$$

$$a = (27,8 - 0) (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) / 2,4 \text{ s} = 11,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c)  $V_0 = 0$

$$V_f = 100 \text{ Km/h} = 27,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 4 \text{ s}$$

$$a = (27,8 - 0) (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) / 4 \text{ s} = 6,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**19.-** Una moto que va a 75 Km/h frena y se detiene en 13 s. ¿Cuál es la aceleración de la frenada?

**Resolución:**

Datos al S.I.:

$$V_o = 75 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_f = 0 ; t = 13 \text{ s.}$$

$$a = (V_f - V_o) / t = (0 - 20,8) (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) / 13 \text{ s} = -1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**20.-** Calcula el espacio que recorrerá un objeto en 20 segundos si su aceleración es de  $0,2 \text{ m/s}^2$ .

**Resolución:**

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

El enunciado es muy escaso en datos por lo que tendremos que suponer que:  $e_0 = 0$  ;  $V_0 = 0$

Sabemos que:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Con las suposiciones, la ecuación anterior queda de la forma:

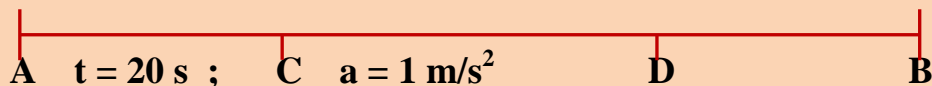
$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

por lo que:

$$e = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ (m.s}^{-2}\text{)} \cdot (20 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \text{ m.s}^{-2} \cdot 400 \text{ s}^2 = 40 \text{ m.}$$

**21.-** Un autobús sale de una parada A acelerando durante 20 s a  $1\text{m/s}^2$ . Sigue a la velocidad que ha alcanzado durante 10 minutos y frena durante 10 s con una  $a = -2\text{m/s}^2$  quedando parado en una parada B. ¿Cuál es la distancia desde A a B? Dibuja la gráfica v-t.

**Resolución:**



$$t = 10 \text{ min} = 600 \text{ s} ; t = 10 \text{ s}$$

$$V_0 = 0 ; V_C = a \cdot t = 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot 20 \text{ s} = 20 \text{ m.s}^{-1} = V_D$$

El espacio recorrido de A a C es:

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot (20 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot 400 \text{ s}^2$$

$$e_{AC} = 200 \text{ m}$$

De C a D el movimiento es **M.R.U** puesto que la velocidad permanece constante. El espacio recorrido en este tramo es:

$$e_{CD} = V_C \cdot t = 20 \text{ m.s}^{-1} \cdot 600 \text{ s} = 12000 \text{ m}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

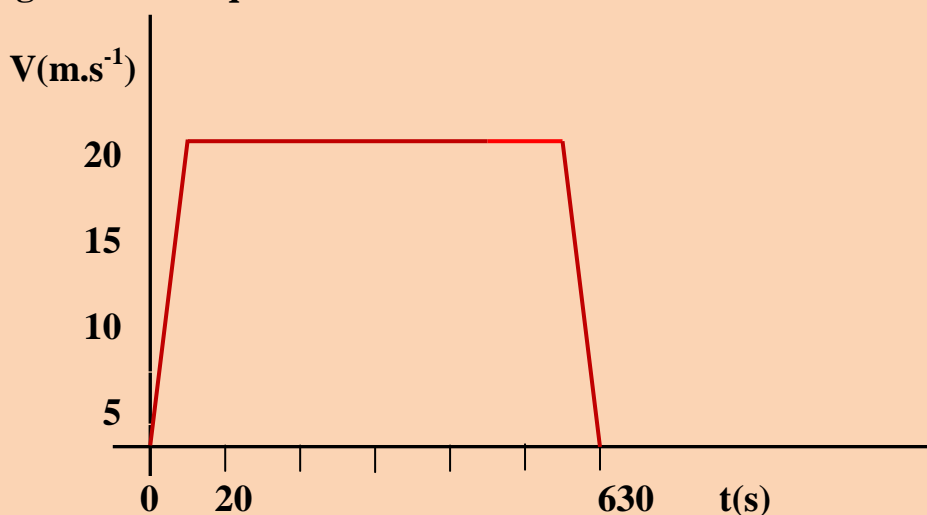
El espacio en el tramo DB lo calcularemos según la ecuación:

$$e_{DB} = V_D \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \cdot (10 \text{ s})^2 =$$

$$= 200 \text{ m} - 100 \text{ m}\cdot\cancel{\text{s}^2} \cdot \cancel{\text{s}^2} = 100 \text{ m}$$

La distancia AB será:

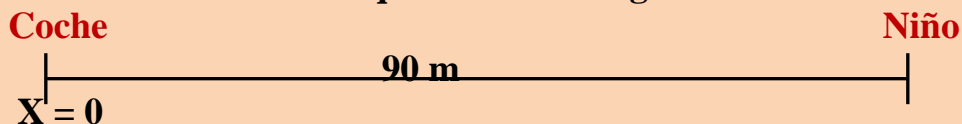
$$e_{AB} = 200 \text{ m} + 12000 \text{ m} + 100 \text{ m} = 12300 \text{ m}$$

La gráfica  $V-t$  quedará de la forma:

**22.-** Un Porsche viaja a una velocidad de 166 km/h, y el conductor advierte que, en medio de la carretera, hay un niño jugando a las canicas. Suponiendo que inicia la frenada cuando se encuentra a 90 m del niño, y que los frenos entregan una aceleración uniforme de  $12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ : ¿Se salva el chiquillo?

**Resolución:**

El Sistema de referencia quedaría de la siguiente forma:



$$V_0 = 166 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/1 Km} \cdot 1 \text{ h/} 36000 \text{ s} = 46,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Cuando el conductor se dé cuenta de la existencia del niño aplicará los frenos, que le proporcionan una aceleración de  $-12 \text{ m.s}^{-2}$ , en el enunciado no aparece el signo menos, pero una frenada siempre implica una disminución de la velocidad y por lo tanto la aceleración será negativa.

Al aplicar los frenos, hasta pararse ( $V_f = 0$ ), el coche ha recorrido un espacio de:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (46,11 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-12 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e ; 0 = 2126,13 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 24 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$24 \text{ m.s}^{-2} \cdot e = 2126,13 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} ; e = 2126,13 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 24 \text{ m.s}^{-2} = 88,6 \text{ m}$$

Como el niño se encontraba a 90 m ***NO SERÁ ATROPELLADO POR EL COCHE.***

**23.-** Una motocicleta se mueve según la ecuación:  $x=20 +10t - 0,5t^2$

a) Razona si se trata de un movimiento acelerado o uniforme. En caso de tratarse de un movimiento acelerado indica la velocidad inicial y la aceleración del mismo.

b) Calcula el tiempo y la distancia que recorre la motocicleta hasta quedar detenida.

***Resolución:***

a) La ecuación del movimiento es:

$$e = 20 + 10 t - 0,5 t^2$$

Esta ecuación corresponde a un movimiento parabólico, en donde la velocidad no es constante y por lo tanto se trata de un ***MOVIMIENTO ACELERADO.***

Si comparamos la ecuación dada:

$$e = 20 + 10 t - 0,5 t^2$$

con la correspondiente al movimiento acelerado:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

podemos contestar:

$$V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1} \text{ ( en el S.I.) ; } a = -1 \text{ m.s}^{-2} \text{ (S.I.)}$$

b) Si la motocicleta se detiene  $\rightarrow V_f = 0$ . Podemos calcular el espacio recorrido hasta que se para, mediante la ecuación:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$0 = (10 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-1 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e ; 0 = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 2 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$2 \text{ m.s}^{-2} \cdot e = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} ; e = 100 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 2 \text{ m.s}^{-2} = 50 \text{ m}$$

En lo referente al tiempo que tarda en detenerse, la ecuación:

$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$0 = 10 \text{ m.s}^{-1} + (-1 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t ; 0 = 10 \text{ m.s}^{-1} - 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 10 \text{ m.s}^{-1} ; t = 10 \text{ m.s}^{-1} / 1 \text{ m.s}^{-2}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

**24.-** Un vehículo circula a 100 Km/h cuando choca contra un muro de hormigón que no sufre aceleración o deformación alguna. Si la deformación que experimenta el vehículo es de 0,6 m, determina el tiempo que tarda el vehículo en detenerse y qué aceleración sufrirán los ocupantes del vehículo

**Resolución:**

El vehículo lleva un M.R.U.A puesto que lleva una velocidad determinada y termina por pararse.

El muro no sufre desplazamiento mientras que el vehículo tiene un desplazamiento equivalente a su de formación.

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Recordemos que en M.R.U.A:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

$$V_0 = 100 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 27,77 \text{ m/s}$$

llevamos este valor a (1)

$$0,6 = 27,77 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

Por otra parte sabemos que:

$$a = V_f - V_0 / t ; t = V_f - V_0 / a \quad (3)$$

Llevamos (3) a (2):

$$0,6 = 27,77 \cdot (0 - 27,77)/a + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (0 - 27,77)^2 / a^2$$

$$0,6 = -771,17 / a + 385,58 / a ; 0,6 a = -771,17 + 385,58$$

$$0,6 a = -385,59 ; a = -385,59 / 0,6 ; a = -642,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

En lo referente al tiempo:

$$a = V_f - V_0 / t ; t = V_f - V_0 / a ; t = (0 - 27,77) / (-642,65) = 0,043 \text{ s}$$

**25.-** Un conejo corre hacia su madriguera a 72 Km/h. Cuando está a 200 m de ella un perro, situado a 40 m detrás del conejo, sale en su persecución recorriendo 90 m con una aceleración de 5 m/s<sup>2</sup> y continuando después a velocidad constante.

a) ¿Alcanzará el perro al conejo.

b) ¿Qué ocurrirá si la madriguera estuviera 100 más lejos?

Razone ambas respuestas con ecuaciones.

**Resolución:**

Cambio de unidades al S.I.:

$$V = 72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

El croquis de la situación inicial es el siguiente:



Características del movimiento del perro:

$$\left. \begin{array}{l} a_{\text{perro}} = 5 \text{ m/s}^2 \\ V_0 = 0 \\ e = 90 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \text{M.R.U.A}$$

El perro conseguirá una velocidad final de:

$$Vf^2_{\text{perro}} = Vo^2_{\text{perro}} + 2 \cdot a \cdot e ; Vo_{\text{perro}} = 0 \rightarrow$$

$$Vf^2_{\text{perro}} = 2 \cdot 5 \cdot 90 ; Vf_{\text{perro}} = (2 \cdot 5 \cdot 90)^{1/2} = 30 \text{ m/s}$$

Tardará un tiempo en recorrer los 90 m:

$$e = Vo \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$90 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 ; t = [(90/(2,5))]^{1/2} = 6 \text{ s}$$

Características del movimiento del conejo:

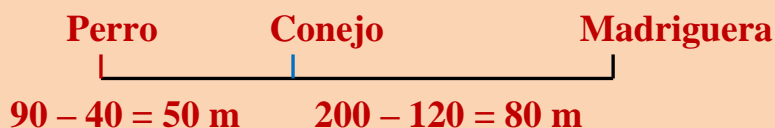
$$V = \text{const.} = 20 \text{ m/s} \rightarrow \text{M.R.U}$$

En estos 6 s el conejo (M.R.U) recorrerá un “e”:

$$e = V \cdot t ; e = 20 \text{ m/s} \cdot 6 \text{ s} = 120 \text{ m}$$

A partir de este momento *conejo y perro siguen moviéndose pero con M.R.U* puesto que ambos llevan *velocidad constante*.

Mientras el perro recorre 90 m el conejo recorre 120 m. Luego la nueva situación es:



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ



El conejo tardará en alcanzar la madriguera un tiempo:

$$t_{\text{conejo}} = e / V_{\text{conejo}} ; t_{\text{conejo}} = 80 \text{ m} / (20 \text{ m/s})$$

$$t_{\text{conejo}} = 4 \text{ s}$$

El perro tardará en alcanzar la madriguera:

$$t_{\text{perro}} = e / V_{\text{perro}} ; t_{\text{perro}} = 130 \text{ m} / (30 \text{ m/s})$$

$$t_{\text{perro}} = 4,33 \text{ s}$$

Luego  $t_{\text{conejo}} < t_{\text{perro}}$  por lo que el conejo **NO SERÁ CAZADO**.

Nueva situación:



Características del movimiento del perro:

$$\left. \begin{array}{l} a_{\text{perro}} = 5 \text{ m/s}^2 \\ V_0 = 0 \\ e = 90 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \text{M.R.U.A}$$

El perro conseguirá una velocidad de final de:

$$V_f^2_{\text{perro}} = V_0^2_{\text{perro}} + 2 \cdot a \cdot e ; V_0_{\text{perro}} = 0 \rightarrow$$

$$V_f^2_{\text{perro}} = 2 \cdot 5 \cdot 90 ; V_f_{\text{perro}} = (2 \cdot 5 \cdot 90)^{1/2} = 30 \text{ m/s}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Tardará un tiempo en recorrer los 90 m:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$90 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 ; t = [(90/(2,5))]^{1/2} = 6 \text{ s}$$

Características del movimiento del conejo:

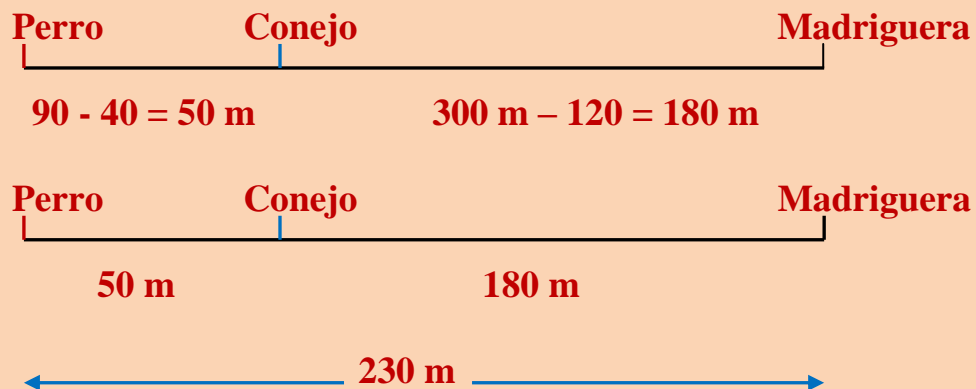
$V = \text{const.} = 20 \text{ m/s} \rightarrow \text{M.R.U}$

En estos 6 s el conejo (M.R.U) recorrerá un “e”:

$$e = V \cdot t ; e = 20 \text{ m/s} \cdot 6 \text{ s} = 120 \text{ m}$$

La nueva situación es:

*A partir de este momento conejo y perro se mueven con M.R.U.*



El tiempo que tardará el conejo en alcanzarla madriguera es:

$$t_{\text{conejo}} = e / V_{\text{conejo}} ; t_{\text{conejo}} = 180 \text{ m} / (20 \text{ m/s})$$

$$t_{\text{conejo}} = 9 \text{ s}$$

El tiempo que tardará el perro en alcanzar la madriguera:

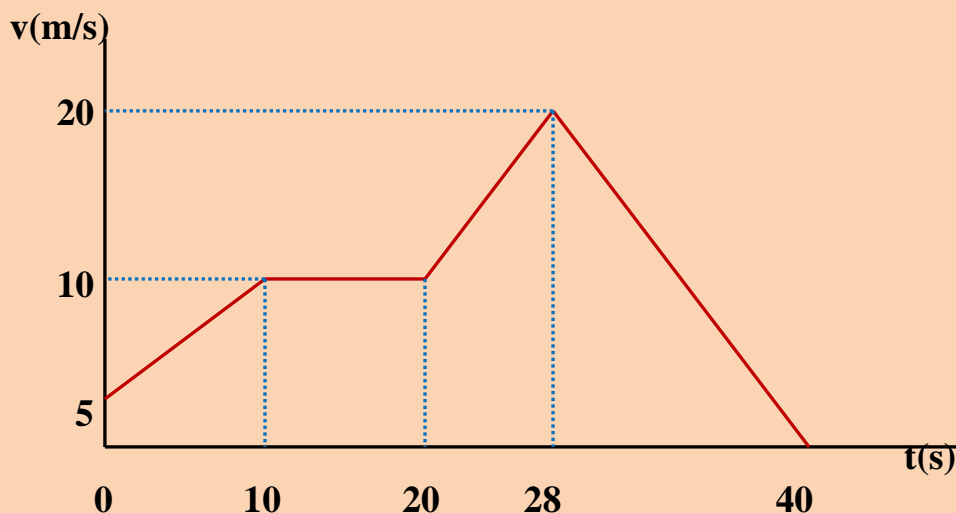
$$t_{\text{perro}} = e / V_{\text{perro}} ; t_{\text{perro}} = 230 \text{ m} / (30 \text{ m/s})$$

$$t_{\text{perro}} = 8,76 \text{ s}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

En este caso  $t_{\text{perro}} < t_{\text{conejo}}$  . Al llegar antes el perro a la madriguera, el conejo **SERÁ CAZADO** .

**26.-** El movimiento de un móvil viene dado por la gráfica:



Determinar para cada intervalo de tiempo:

- Explica la gráfica y determina el tipo de movimiento.
- Aceleración.
- Espacio recorrido.
- Espacio total recorrido

**Resolución:**

**INTERVALO (s)**

**0 – 10**

El móvil lleva una velocidad inicial que va aumentando de forma Uniforme, lo que nos indica que en este intervalo existe un **M.R.U.A.**

**INTERCALO (s)**

**10 – 20**

La velocidad permanece constante, **10 m/s**. Esto nos indica que el movimiento en este intervalo es **M.R.U.**

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**INTERCALO (s)**

**20 – 28**

La velocidad vuelve a aumentar de forma uniforme hasta alcanzar la velocidad de 20 m/s. Existe aceleración y por tanto el movimiento en este intervalo es **M.R.U.A.**

**INTERCALO (s)**

**28 – 40**

La velocidad disminuye uniformemente hasta que el móvil se para,  $V_f = 0$ . Existe una aceleración que en esta situación es **NEGATIVA**. Se trata de un **M.R.U.A.(-)**.

b) **INTERVALO (s)**

**0 – 10**

$$V_o = 5 \text{ m/s}^2 ; V_f = 10 \text{ m/s}^2$$

$$a = V_f - V_o / t ; a = (10 - 5) \text{ m/s} / 10 \text{ s} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**INTERVALO (s)**

**10 – 20**

La velocidad permanece constante e igual a 10 m/s. Esta constancia en la velocidad implica que la aceleración valga cero.

$$a = 10 - 10 / 10 = 0 / 10 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**INTERVALO (s)**

**20 - 28**

**Aumento uniforme de la velocidad lo que implica una aceleración:**

$$V_o = 10 \text{ m/s} ; V_f = 20 \text{ m/s} ; t = 8 \text{ s}$$

$$a = V_f - V_o / t ; a = 20 - 10 / 8 = 1,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**INTERCALO (s)**

**28 – 40**

**Variación de velocidad, existencia de aceleración.**

$$V_o = 20 \text{ m/s} ; V_f = 0 ; t = 12 \text{ s}$$

$$a = V_f - V_o / t ; a = 0 - 20 / 12 = -1,66 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**INTERVALO (s)**

**0 – 10**

$$e = V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$e = 5 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 100 = 50 + 25 = 75 \text{ m}$$

**INTERVALO (s)**

**10 – 20**

$$e = V \cdot t ; e = 10 \cdot 10 = 100 \text{ m}$$

**INTERVALO (s)**

**10 – 20**

$$e = V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$e = 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 100 = 100 + 62,5 = 162,5 \text{ m}$$

**INTERVALO (s)**

**28 – 40**

$$e = V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

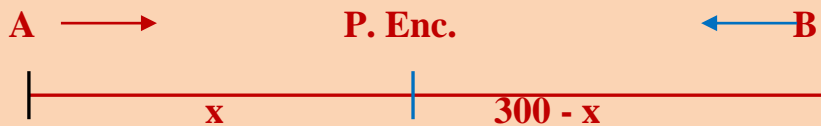
$$e = 20 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot (-1,66) \cdot 144 = 240 - 119,52 = 120,48 \text{ m}$$

$$e_T = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = 75 + 100 + 162,5 + 120,48 = 457,98 \text{ m}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**27.-** Sobre un camino recto, dos puntos A y B están separados 300 m. Partiendo del reposo, un móvil sale de A hacia B acelerando a razón de  $2 \text{ m/s}^2$ . Simultáneamente otro móvil sale de B hacia A con velocidad constante de  $20 \text{ m/s}$ . ¿A qué distancia de A ocurre el encuentro?

**Resolución:**



$a_A = 2 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{M.R.U.A}$        $\left\{ \begin{array}{l} \text{Parten simultáneamente lo que implica:} \\ t_A = t_B \quad (1) \end{array} \right.$   
 $V_B = 20 \text{ m/s} \rightarrow \text{M.R.U.}$

$$V_{0A} = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A^2 ; \quad x = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_A^2 ; \quad t_A^2 = x ; \quad t_A = (x)^{1/2}$$

$$e_B = V_B \cdot t_B ; \quad t_B = e_B / V_B ; \quad t_B = (300 - x) / V_B$$

Conociendo  $t_A$  y  $t_B$  nos podemos ir a la ecuación (1):

$$(x)^{1/2} = (300 - x) / V_B$$

Elevamos los dos miembros de la ecuación al cuadrado:

$$[(x)^{1/2}]^2 = (300 - x)^2 / 20^2$$

$$400 x = 90000 + x^2 - 600 x$$

$$x^2 - 400 x - 600 x + 90000 = 0 ; \quad x^2 - 1000 x + 90000 = 0$$

$$x = 1000 \pm (1000000 - 360000)^{1/2} / 2$$

$$x = 1000 \pm 800 / 2$$

$x_1 = 1000 + 800 / 2 = 900 \text{ m}$  **NO ES VÁLIDA FÍSICAMENTE** puesto que la separación entre los móviles es de 300 m

$$x_2 = 1000 - 800 / 2 = 100 \text{ m}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

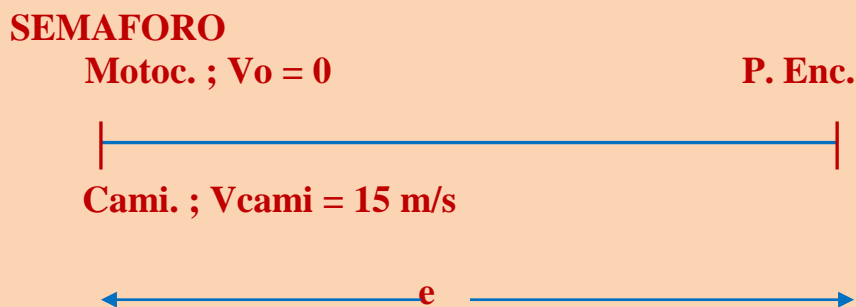
El encuentro se produce a **100 m de A.**

**28.-** Cuando la luz del semáforo cambia a verde, un motociclista inicia su marcha con aceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$ . Justo en ese momento, un camión que marcha a la velocidad constante de  $15 \text{ m/s}$  pasa al motociclista. a) ¿A qué distancia del semáforo el motociclista alcanza al camión? b) ¿Qué velocidad (en Km/h) tendrá el motociclista en ese instante?.

**Resolución:**

$$a_{\text{motoc.}} = 2 \text{ m/s}^2.$$
$$V_{\text{cami.}} = 15 \text{ m/s}$$

Situación inicial:



El tiempo empleado por el motoc. y el cami. Para encontrarse es el mismo así como la distancia recorrida

$$t_{\text{motoc.}} = t_{\text{cami.}} = t$$

Movimiento de motoc.: **M.R.U.A**

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 ; e = t^2 \quad (1)$$

Movimiento del cami.: **M.R.U**

$$e = V_{\text{cami.}} \cdot t ; e = 15 \cdot t \quad (1)$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Uniando las ecuaciones (1) y (2) formamos un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} e = t^2 \\ e = 15 \cdot t \end{array} \right\} t = e / 15 \rightarrow e = (15)^2 ; e = 225 \text{ m}$$

Se encontrarán a **225 m** del semáforo.

Vomotoc. = 0

Vf = ?

a = 2 m/s<sup>2</sup>

Recordemos que:

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e ; V_f^2 = 2 \cdot a \cdot e ; V_f^2 = 2 \cdot 2 \cdot 225 = 900$$

$$V_F = (900)^{1/2} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**29.-** Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con velocidad de 90 km/h. Calcular qué altura alcanzará y cuánto tiempo tarda en llegar de nuevo al suelo.

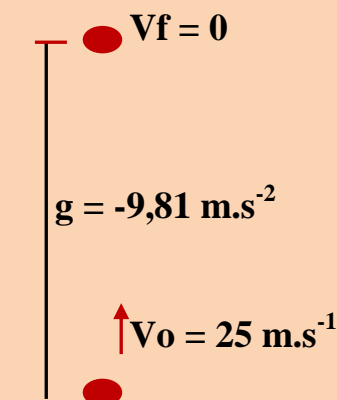
**Resolución:**

Unidades al S.I.:

$$V_0 = 90 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$g = -9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$V_f = 0$$



Como la velocidad disminuye la aceleración es negativa y por tanto  $g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Es un lanzamiento vertical (**M.R.U.A**) de ecuaciones:

$$V_f = V_0 + g \cdot t ; (1) \quad e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 (2)$$

Estará subiendo hasta que se quede sin velocidad ( $v_f = 0$ ). Con la ecuación (1)

$$0 = 25 \text{ m.s}^{-1} + (-9'8 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t ; 0 = 25 \text{ m.s}^{-1} - 9'8 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 25 \text{ m.s}^{-1} / 9'8 \text{ m.s}^{-2} = 2'55 \text{ s tarda en subir.}$$

Con la ecuación (2)

$$\begin{aligned} e &= 25 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2'55 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9'8 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (2'55 \text{ s})^2 = \\ &= 25 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2,55 \text{ s} - 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot 6,5 \text{ s}^2 = \\ &= 63,75 \text{ m} - 31,85 \text{ m} = 31'9 \text{ m} \end{aligned}$$

El tiempo empleado en bajar se puede obtener estudiando el movimiento de caída libre ( $v_0 = 0$ ,  $a = g = 9'8 \text{ m/s}^2$ ). Las ecuaciones son las del **M.R.U.A.**:

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

La altura que debe descender es la misma que subió ( 31,8 m):

$$31'89 \text{ m} = 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9'8 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2$$

$$31'89 \text{ m} = 4'9 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2 ; t = 2'55 \text{ s}$$

Tarda lo mismo en caer que en subir. Luego el tiempo que tarda en caer al suelo será:

$$t_T = 2,55 \text{ s} + 2,55 \text{ s} = 5,1 \text{ s}$$

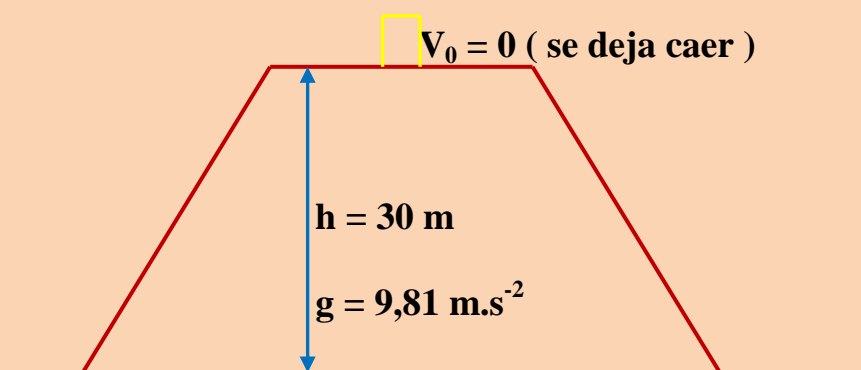
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**30.-** Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo un cuerpo de 5 kg que se deja caer desde lo alto de un puente de 30 m? ¿Con qué velocidad llegará abajo? ¿Y si el cuerpo pesara 0,5 kg?

**Resolución:**

Recordemos que la Cinemática estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los producen. Por tanto el dato de la masa no es necesario puesto que podría influir en la aceleración, pero sabemos que en este tipo de movimiento ( caída libre) la aceleración es constante e igual a  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

El croquis del problema quedaría de la forma:



Se trata de un movimiento **M.R.U.A** y por lo tanto para calcular el tiempo que tarda en caer podemos utilizar la ecuación:

$$e = e_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; \text{ como } e_0 = 0 \text{ y } V_0 = 0 \rightarrow$$

$$e = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$30 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2 ; \quad t = ( 60 \text{ m} / 9,81 \text{ m.s}^{-2} )^{1/2}$$

$$t = 2,47 \text{ s}$$

En lo referente a la velocidad de llegada al suelo:

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

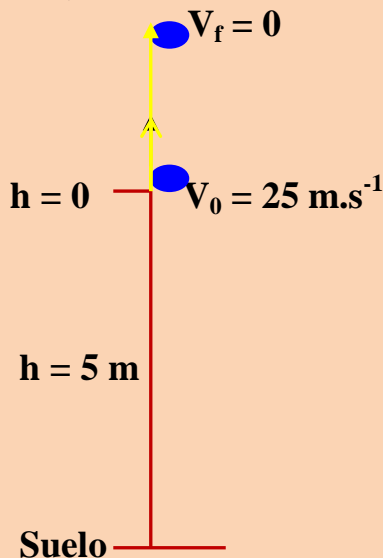
$$V_f = V_0 + g \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow V_f = (9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot 2,47 \text{ s} = 24,23 \text{ m.s}^{-1}$$

**31.-** Desde una altura de 5 m una persona lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 25 m/s.

- Halla la velocidad de la piedra 2 segundos después del lanzamiento
- Halla la posición de la piedra 3 s después del lanzamiento.
- Averigua cuando se detiene para iniciar el descenso.

**Resolución:**

a) El Sistema de Referencia quedaría de la forma:



Lo primero que calcularemos será lo que tarda el cuerpo en pararse ( $V_{fA} = 0$ ). Podría ocurrir que en 2 s el cuerpo alcance la máxima altura y esté bajando:

$$0 = 25 \text{ m.s}^{-1} + (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 25 \text{ m.s}^{-1} / 9,81 \text{ m.s}^{-2} = 2,55 \text{ s.}$$

Al cabo de 2 s el cuerpo sigue subiendo, luego su velocidad será:

$$V_f = V_0 + g \cdot t ; V_f = 25 \text{ m.s}^{-1} + (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot 2 \text{ s} =$$

$$= 25 \text{ m.s}^{-1} - 19,62 \text{ m.s}^{-1} = 5,38 \text{ m.s}^{-1}.$$

b) El tiempo para alcanzar la máxima altura es de 2,55 s, luego  $h_{\max}$ :

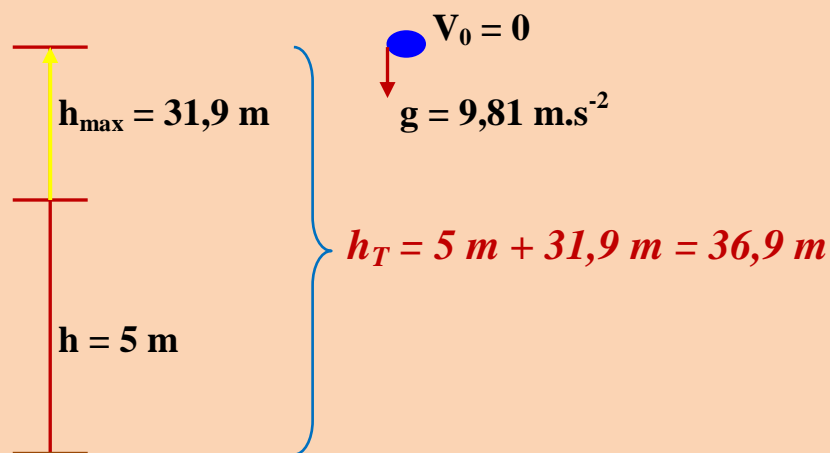
$$h_{\max} = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; h_0 = 0$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$h_{max} = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 25 \text{ m.s}^{-1} \cdot 2,55 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (2,55 \text{ s})^2$$

$$h_{max} = 63,75 \text{ m} - 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot 6,5 \text{ s}^2 = 63,75 \text{ m} - 31,85 \text{ m} = 31,9 \text{ m}$$

La nueva situación del cuerpo es:



*De los 3 s se han consumido 2,55 s.* El cuerpo empezará a descender durante un tiempo de:

$$3 \text{ s} = 2,55 \text{ s} + t ; t = 0,45 \text{ s}$$

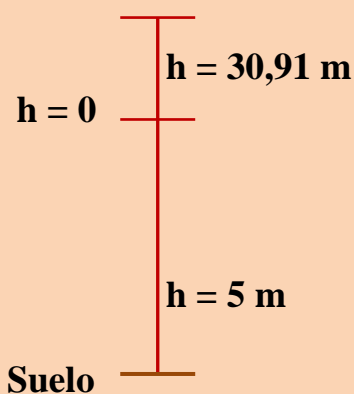
La altura descendida será:

$$h = h_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; h_0 = 0 \text{ y } V_0 = 0$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot (0,45 \text{ s})^2 = 0,99 \text{ m}$$

De los 31,9 m que subió ha descendido 0,99 , luego la nueva situación es:

$$h = 31,9 \text{ m} - 0,99 \text{ m} = 30,91 \text{ m}$$



La posición del cuerpo respecto al suelo será:

$$h = 5 \text{ m} + 30,1 \text{ m} = 35,1 \text{ m}$$



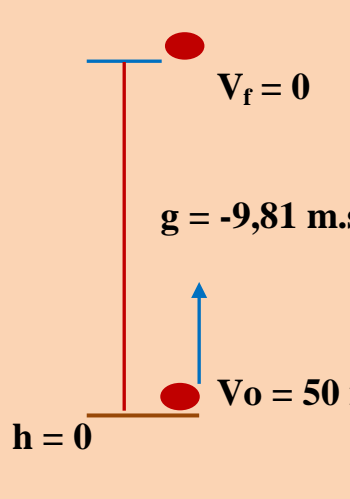
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

- c) Se calculó en el apartado a). A los 2,55 s de iniciado el movimiento

**32.-** Lanzamos hacia arriba un cuerpo con una velocidad inicial de 50 m/s. Calcula: a) La altura máxima alcanzada. b) El tiempo que tarda en alcanzar dicha altura. c) La velocidad con que vuelve a caer al suelo.

**Resolución:**

- a) La situación del cuerpo es la siguiente:



$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot g \cdot h_{\max}$$

$$0 = (50 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot h_{\max}$$

$$0 = 2500 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 19,62 \text{ m.s}^{-2} \cdot h_{\max}$$

$$19,62 \text{ m.s}^{-2} \cdot h_{\max} = 2500 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$h_{\max} = 2500 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 19,62 \text{ m.s}^{-2} =$$

$$= 127,42 \text{ m}$$

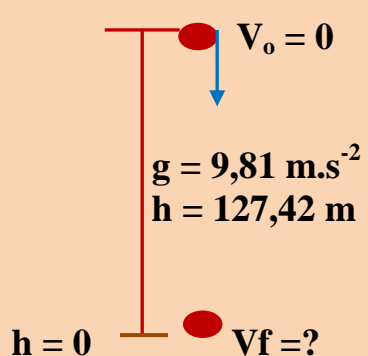
- b) El tiempo en alcanzar la máxima altura es:

$$V_f = V_o + g \cdot t ; 0 = 50 \text{ m.s}^{-1} + (-9,81 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t$$

$$0 = 50 \text{ m.s}^{-1} - 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t ; 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 50 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 50 \text{ m.s}^{-1} / 9,81 \text{ m.s}^{-2} = 5,09 \text{ s}$$

- c) La situación actual del cuerpo es:



$$V_f^2 = V_o^2 + 2 g \cdot h$$

$$V_f^2 = 0 + 2 \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2} \cdot 127,42 \text{ m} =$$

$$h = 127,42 \text{ m} ; V_f = (2499,98 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} = 49,99 \text{ m.s}^{-1} \approx$$

$$\approx 50 \text{ m.s}^{-1}$$

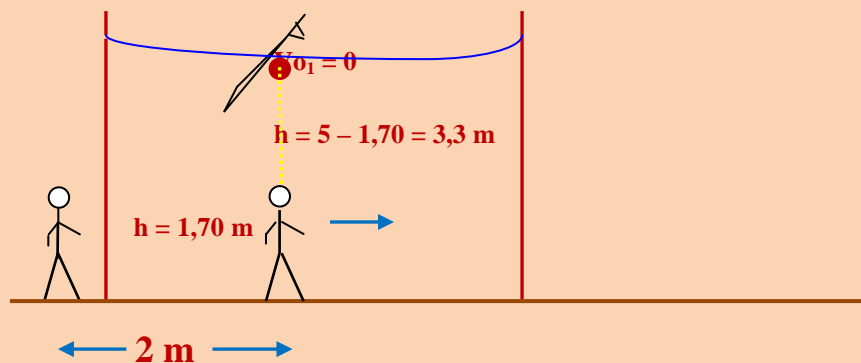
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

( llega al suelo con la misma velocidad con la que partió siempre que no actúe fuerza externa sobre el sistema).

**33.-** Un pájaro parado en un cable a 5 m sobre el suelo deja caer un excremento libremente. Dos metros por delante de la vertical del pájaro, y en sentido hacia ella, va por la calle una persona a 5 Km/h. La persona mide 1,70 m. Calcula:

- Si le cae en la cabeza.
- A qué velocidad debería ir para que le callera encima.

**Resolución:**



a)

Unidades al S.I.:

$$V_{1F} = 5 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/1 Km} \cdot 1 \text{ h/3600 s} = 1,38 \text{ m/s}$$

El excremento lleva **M.R.U.A** y tarda en descender los 3,3 m un tiempo de:

$$e = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; 3,3 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 ; t = (6,6/9,81)^{1/2} = 0,82 \text{ s}$$

En este tiempo la persona, que lleva **M.R.U**, recorre un espacio de:

$$e = V \cdot t ; e = 1,38 \text{ m/s} \cdot 0,82 \text{ s} = 1,13 \text{ m}$$

La conclusión es que el excremento **no cae encima de la cabeza de la persona**.

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

b)

La velocidad que debe llevar la persona dependerá del espacio a recorrer y del tiempo empleado.

El espacio es de 2 m y el tiempo es 0,82 s:

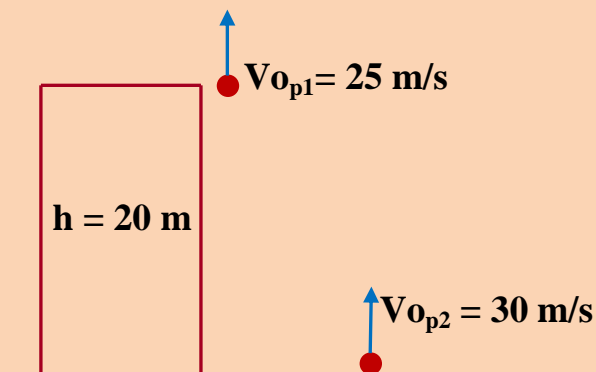
$$V = e / t ; V = 2 \text{ m} / 0,82 \text{ s} = 2,43 \text{ m/s}$$

**34.-** Desde una azotea a 20 m del suelo se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 25 m/s. Al mismo tiempo desde el suelo, se lanza otra piedra, también verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 30 m/s. Calcula:

- La distancia del suelo a la que se cruzan y el tiempo que tardan en cruzarse.
- Las velocidades de cada piedra en ese instante.

**Resolución:**

a)



La piedra 1 alcanzará una altura máxima ( $V_{f_{p1}} = 0$ ) de:

$$V_{f_{p1}}^2 = V_{o_{p1}}^2 + 2 \cdot (-g) \cdot h ; 0 = 625 - 2 \cdot 9,81 \cdot h$$

$$0 = 625 - 19,62 h ; h = 625 / 19,62 = 32,85 \text{ m}$$

Tarda un tiempo en alcanzar esta altura de:

$$V_{f_{p1}} = V_{o_{p1}} + (-g) \cdot t ; 0 = 25 - 9,81 \cdot t ; t = 25 / 9,81$$

$$t = 2,54 \text{ s}$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

En este tiempo la piedra 2 habrá subido una altura de:

$$h = V_{0p2} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2 ; h = 30 \cdot 2,54 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (2,54)^2$$

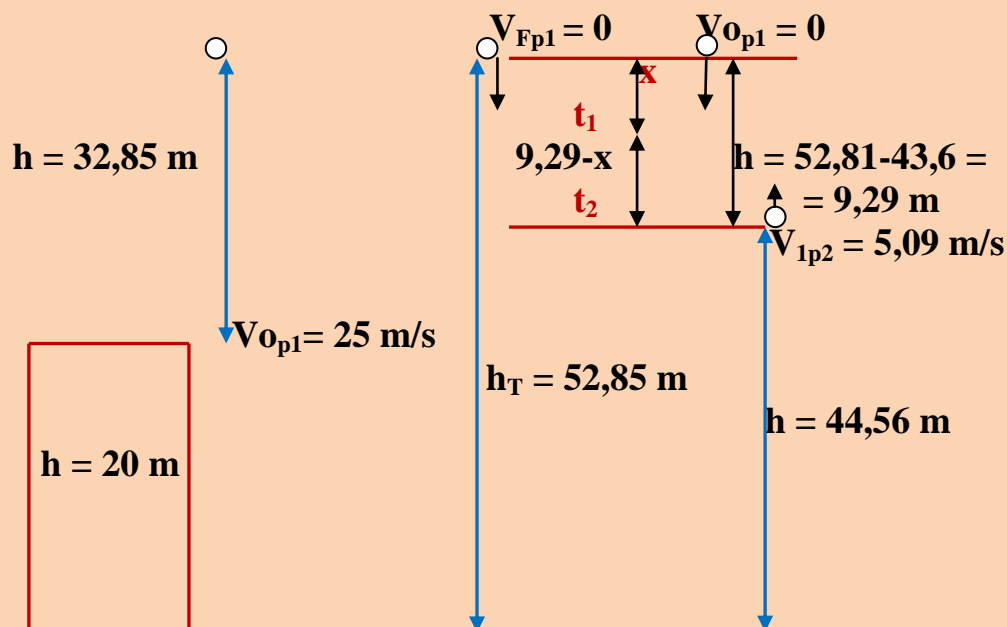
$$h = 76,2 - 31,64 = 44,56 \text{ m}$$

y consigue una velocidad de  $V_{1p2}$ :

$$V_{1p2} = V_{0p2} + (-g) \cdot t ; V_{1p2} = 30 - 9,81 \cdot 2,54$$

$$V_{1p2} = 30 - 24,91 = 5,09 \text{ m/s}$$

La nueva situación es:



La piedra 1 descenderá " $x$ " m y la 2 ( $9,29 - x$ ) m, en un mismo tiempo por lo que:

$$t_1 = t_2 = t$$

Piedra 1:  $x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$  (1)

Piedra 2:  $9,29 - x = V_{1p2} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$  (2)

De (1) despejamos " $t$ " y lo llevamos a (2):

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$t = (2x/g)^{1/2} ; 9,29 - x = 5,09 \cdot (2x/g)^{1/2} - 1/2 \cdot g [(2x/g)^{1/2}]^2$$

$$9,29 - x = 5,09 \cdot (2x/g)^{1/2} - x ; 9,29 = 5,09 \cdot (2x/g)^{1/2}$$

Elevando los dos miembros al cuadrado:

$$86,3 = 25,9 \cdot 2x/g ; 86,3 g = 51,8 x ; 86,3 = 51,8 x$$

$$x = 86,3/51,8 : x = 1,66 m$$

Tardarán en encontrarse:

$$t = (2x/g)^{1/2} ; t = (2 \cdot 1,66 / 9,81)^{1/2}$$

$$t_T = 2,54 + t_1 + t_2 = 2,54 + 0,58 + 0,58 = 3,7 s$$

La piedra 2 subió en **0,58 s** una altura de:

$$h = 9,29 - 1,66 = 7,63 m$$

Se encontrarán del suelo a una altura de:

$$H = 44,56 + 7,63 = 52,19 m$$

b)

La piedra nº 1, en el punto de encuentro alcanza una velocidad:

$$V_{Fp1} = V_{o_{p1}} + g \cdot t ; V_{Fp1} = 0 + 9,81 \cdot 0,58$$

$$V_{Fp1} = 5,68 m \cdot s^{-1}$$

La piedra 2 alcanzará una velocidad:

$$V_{Fp2} = V_{I_{p2}} + (-g) \cdot t ; V_{Fp2} = 5,09 - 9,81 \cdot 0,58$$

$$V_{Fp2} = 5,09 - 5,68 = -0,59 m \cdot s^{-1}$$

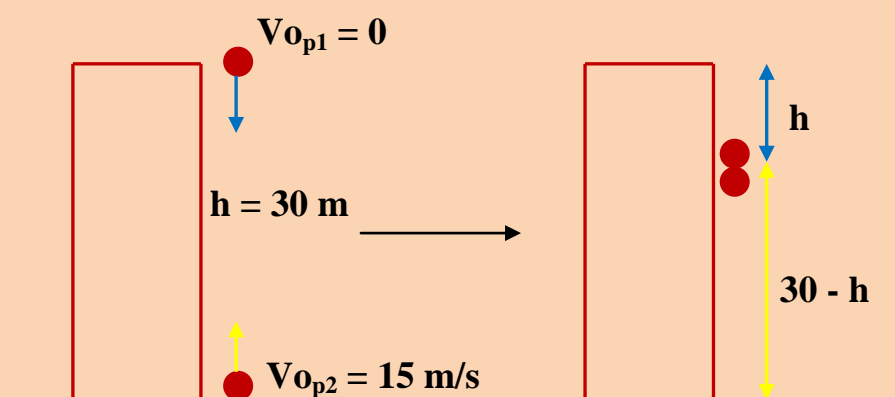
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

La velocidad de la piedra 2 sale negativa y **NO ES POSIBLE**, el arrastre de decimales puede habernos llevado a este error.

**35.-** Desde lo alto de una torre de 30 m de altura se deja caer una piedra 0,2 s después de haber lanzado hacia arriba otra piedra desde la base a 15 m/s. Calcula el punto de encuentro entre ambas piedras.

**Resolución:**

La situación es la siguiente:



La piedra n° 1 como la piedra n° 2 llevan **M.R.U.A**, siendo el de la 2 **NEGATIVO** puesto que la velocidad va **DISMINUYENDO**.

Si la piedra n° 2 tarda en encontrarse con la n° 1 “*t*” segundos, ésta tardará ( *t* - 0,2 )s.

**Piedra n° 1**

$$h_{\text{piedra1}} = h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - 0,2)^2$$

**Piedra n° 2**

$$h_{\text{piedra2}} = 30 - h = Vo_{p2} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Unimos las dos ecuaciones:

$$h_{\text{piedra1}} = h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - 0,2)^2 \quad (1)$$

$$h_{\text{piedra2}} = 30 - h = V_{0p2} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (2)$$

Se forma un sistema de ecuaciones. Llevamos "h" de la (1) a la (2):

$$30 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - 0,2)^2 = 15 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$60 - g \cdot (t - 0,2)^2 = 30 \cdot t + g \cdot t^2$$

$$60 - 9,81 \cdot (t^2 + 0,04 - 0,4 t) = 30 t + 9,81 t^2$$

$$60 - 9,81 t^2 - 0,39 - 3,92 t = 30 t + 9,81 t^2$$

$$19,62 t^2 + 3,92 t + 30 t + 0,39 - 60 = 0$$

$$19,62 t^2 + 33,92 t - 59,61 = 0$$

$$t = -33,92 \pm (1150,56 + 4678,19)^{1/2} / 39,24$$

$$t = -33,92 \pm 76,34 / 39,24$$

$$t_1 = -33,92 + 76,34 / 39,24 = 1,08 \text{ s}$$

$$t_2 < 0 \text{ NO TIENE SENTIDO FÍSICO}$$

Se encontrarán:

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (1,08)^2 = 5,72 \text{ m.}$$

$30 - 5,72 = 24,28 \text{ m del suelo}$  (Tomando el suelo como sistema de referencia).

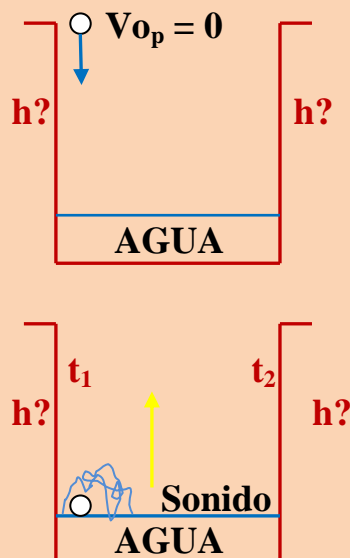
**36.-** Desde que se deja caer una piedra en un pozo, hasta que se oye el sonido transcurren 2 s, calcula la profundidad del pozo.

Dato:  $V_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$

**Resolución:**

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

La experiencia gráficamente podría ser:



En esta experiencia sabemos:

- Que la piedra cae con **M.R.U.A** y el sonido sube con **M.R.U**.
- La **altura** (profundidad) que **baja** la piedra es igual a la **altura** que **sube** el sonido. Le llamaremos "**h**".
- Si  $t_1$  es el tiempo que tarda la piedra en llegar al agua y  $t_2$  el tiempo que tarda el sonido en subir a la superficie:

$$t_1 + t_2 = 2 \quad (1)$$

Piedra

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$$

Sonido

$$h = V_{\text{sonido}} \cdot t_2$$

Como los dos primeros miembros de las ecuaciones anteriores son iguales, los dos segundos también lo serán:

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = V_{\text{sonido}} \cdot t_2 \quad (2)$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

Si tenemos en cuenta la ecuación (1) podemos escribir que:

$$t_2 = 2 - t_1$$

Llevamos  $t_2$  a la ecuación (2) y nos queda:

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = V_{\text{sonido}} \cdot (2 - t_1)$$

Sustituyendo datos:

$$\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t_1^2 = 340 \cdot (2 - t_1)$$

$$4,9 t_1^2 = 680 - 340 t_1 ; 4,9 t_1^2 + 340 t_1 - 680 = 0$$

$$t_1 = -340 \pm (115600 + 13328)^{1/2} / 9,81$$

$$t_1 = -340 \pm 359,09 / 9,81$$

$$t_1 = 1,94 \text{ s}$$

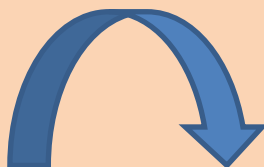
La segunda solución de la ecuación no tiene sentido físico puesto que nos proporciona un valor negativo para el tiempo.

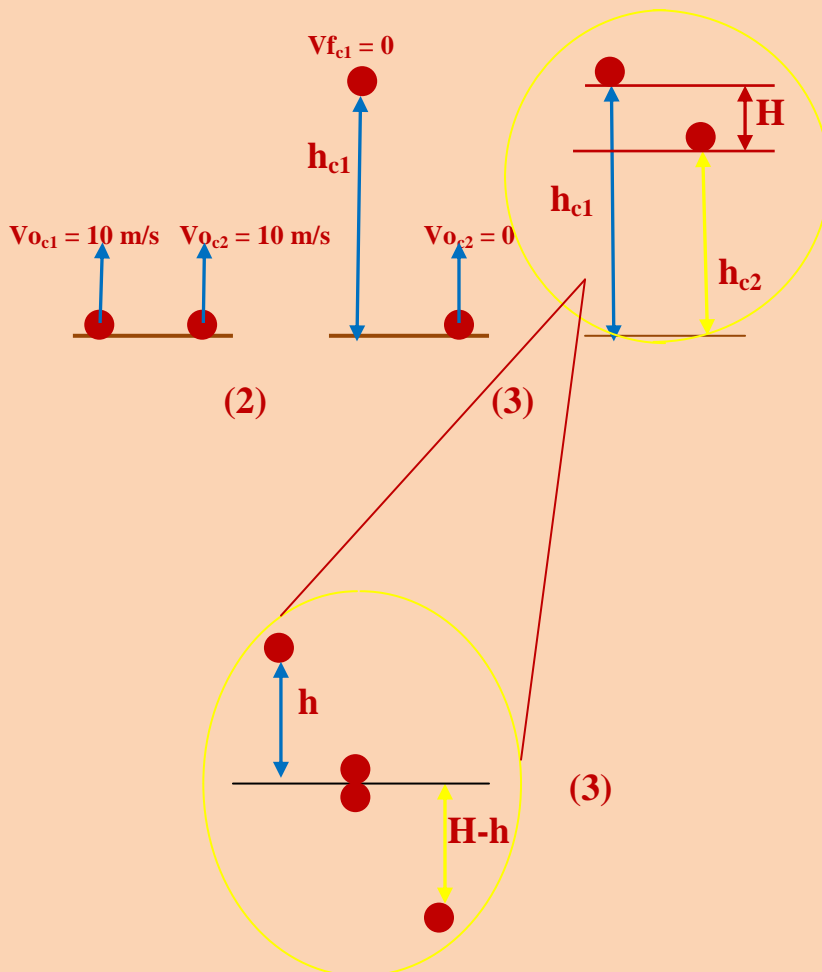
La profundidad del pozo:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 ; h = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (1,94)^2 = 18,46 \text{ m.}$$

**37.-** Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 10 m/s, al cabo de un segundo se lanza otro cuerpo con la misma velocidad. Calcula a qué altura se produce el encuentro entre los dos objetos y la velocidad que lleva cada uno.

**Resolución:**





El esquema anterior es una explicación muda de lo que está ocurriendo en nuestra experiencia. Ahora pasaremos al cálculo de variables establecidas en el croquis anterior.

### Cuerpo N° 1

$$V_{oc1} = 10 \text{ m/s}$$

a)

Máxima altura alcanzada:

$$V_{f_{c12}}^2 = V_{o_{c1}}^2 + 2 \cdot (-g) \cdot h_{c1} ; V_{f_{c1}} = 0$$

$$0 = 10^2 - 2 \cdot 9,81 \cdot h_{c1} ; 0 = 100 - 19,62 h_{c1} ; 19,62 h_{c1} = 100$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$h_{c1} = 100 / 19,62 = 5,09 \text{ m.}$$

b)

Tiempo empleado en alcanzar dicha altura:

$$V_{f_{c1}} = V_{o_{c1}} + (-g) \cdot t_{c1} ; 0 = 10 - 9,81 \cdot t_{c1} ; t_{c1} = 10 / 9,81 = 1,02 \text{ s}$$

### Cuerpo N° 2

a)

$$\text{Tiempo de subida: } t_{c1} - 1 = 1,02 - 1 = 0,02 \text{ s}$$

b)

Altura máxima alcanzada:

$$h_{c2} = V_{o_{c2}} \cdot t_{c2} + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot (t_{c2})^2 ; h_{c2} = 10 \cdot 0,02 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,02)^2$$

$$h_{c2} = 0,2 - 0,0019 = 0,19 \text{ m}$$

c)

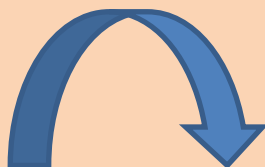
Velocidad alcanzada:

$$V_{f_{c2}} = V_{o_{c2}} + (-g) \cdot t_{c2} ; V_{f_{c2}} = 10 - 9,81 \cdot 0,02 = 10 - 0,19 = 9,81 \text{ m/s}$$

### Punto de encuentro:

Distancia de separación entre los dos cuerpos:

$$H = h_{c1} - h_{c2} = 5,09 - 0,19 = 4,9 \text{ m}$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**Cuerpo N° 1:**

$$V_{0c1} = 0$$

a)

Altura descendida:

$$h_{c1} = h = V_{0c1} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2_{c1} ; h_{c1} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2_{c1} ; h_{c1} = 4,9 t^2_{c1} \quad (1)$$

**Cuerpo N° 2:**

a)

Altura subida:

$$h_{c2} = 4,9 - h = V_{fc2} \cdot t_{c2} + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2_{c2} ; h_{c2} = 9,81 \cdot t_{c2} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (t_{c2})^2 \quad (2)$$

Los tiempos de bajada del cuerpo N° 1 y de subida del cuerpo N° 2 son iguales:

$$t_{c1} = t_{c2} = t$$

Las ecuaciones (1) y (2) quedarían de la forma:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; h = 4,9 \cdot t^2 \quad (3)$$

$$4,9 - h = V_{fc2} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (4)$$

Si despejamos de (3) el tiempo "t" y lo llevamos a la ecuación (4), nos queda:

$$t = (h / 4,9)^{1/2}$$

$$4,9 - h = 9,81 \cdot (h/4,9)^{1/2} - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot [(h/4,9)^{1/2}]^2$$

$$4,9 - h = 9,81 \cdot (h/4,9)^{1/2} - 4,9 \cdot (h/4,9)$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

$$4,9 - h = 9,81 \cdot (h/4,9)^{1/2} - h$$

reduciendo términos semejantes:

$$4,9 = 9,81 \cdot (h/4,9)^{1/2}$$

elevando ambos miembros de la ecuación al cuadrado:

$$(4,9)^2 = (9,81)^2 \cdot h/4,9 ; 24,01 = 19,64 h ; h = 24,01/19,64 = 1,22 \text{ m}$$

La altura que sube el cuerpo N°2 al encuentro del N° 1 es:

$$h_{c2} = 4,9 - 1,22 = 3,68 \text{ m}$$

Los cuerpos se encuentran:

$$h_{c2}(\text{inicial}) + (h - 4,9) = 0,19 + 3,68 = 3,87 \text{ m} \quad (\text{Sobre el suelo que es nuestro sistema de referencia})$$

En lo referente a la velocidad con la que llegan los cuerpos al punto de encuentro:

### Cuerpo N° 1

Tiempo de bajada:

$$t = (h/4,9)^{1/2} ; t = (1,22/4,9)^{1/2} = 0,49 \text{ s}$$

$$V_{\text{encuentro}1} = V_{0c1} + g \cdot t ; V_{\text{encuentro}1} = 0 + 9,81 \cdot 0,49 = 4,8 \text{ m.s}^{-1}$$

### Cuerpo N° 2

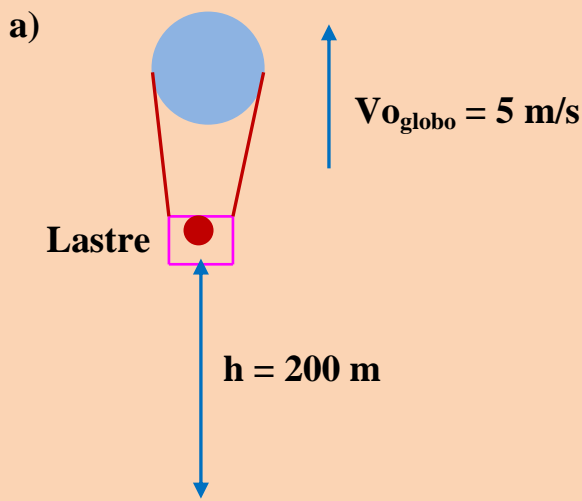
Tiempo de subida = 0,49 s

Velocidad de encuentro:

$$V_{\text{encuentro}2} = V_{fc2} + (-g) \cdot t = 9,81 - 9,81 \cdot 0,49 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

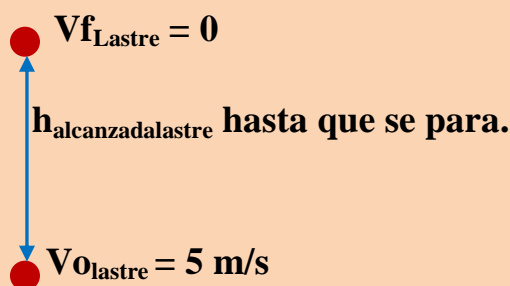
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

**38.-** Un globo asciende con una velocidad constante de 5 m/s. Cuando se encuentra a 200 m de altura, se deja caer un lastre. Despreciando rozamientos, calcular, a) el tiempo que emplea el lastre en llegar al suelo; b) la velocidad con la que llega al suelo

**Resolución:**

El lastre por formar parte del globo lleva una velocidad inicial igual a la del globo ( $5 \text{ m/s}$ ).

Cuando el lastre quede en libertad seguirá subiendo hasta que su velocidad sea nula y empiece a descender. El globo seguirá subiendo a la misma velocidad.



Calculemos la altura alcanzada:

$$V_{f\text{lastre}}^2 = V_{0\text{lastre}}^2 + 2 \cdot (-g) \cdot h_{\text{lastre}} ; V_{f\text{lastre}} = 0$$

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

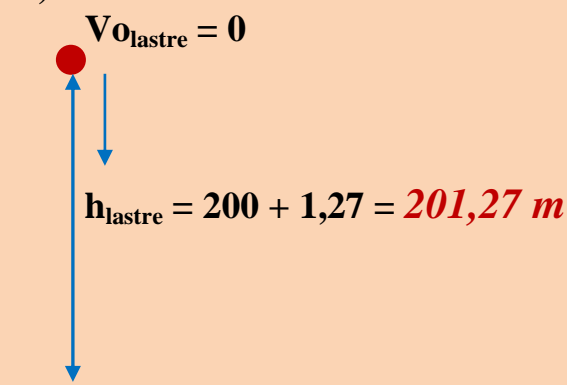
$$0 = 5^2 - 2 \cdot 9,81 \cdot h_{\text{lastre}} ; h_{\text{lastre}} = 25 / 2 \cdot 9,81 = 25/19,62 = 1,27 \text{ m}$$

Tarda un tiempo en alcanzar dicha altura:

$$V_{f_{\text{lastre}}} = V_{o_{\text{lastre}}} + (-g) \cdot t$$

$$0 = 5 - 9,81 \cdot t ; t = 5 / 9,81 = 0,5 \text{ s}$$

El lastre se encuentra ahora a una altura del Sistema de Referencia (suelo):



El tiempo que tarda el lastre en llegar al suelo lo podemos calcular:

$$h = V_{o_{\text{lastre}}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; V_{o_{\text{lastre}}} = 0$$

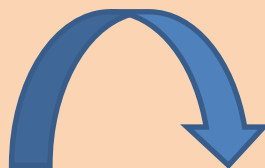
$$h = 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 ; 201,27 = 4,9 t^2 ; t = (201,27/4,9)^{1/2}$$

$$t = 6,4 \text{ s}$$

El tiempo total en llegar el lastre al suelo:

$$t_T = t_{\text{subidalastre}} + t_{\text{bajadalastre al suelo}} =$$

$$= 0,5 + 6,4 = 6,9 \text{ s}$$



AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ

b)

La velocidad con la que llega al suelo:

$$V_{f_{\text{lastre}}} = V_{o_{\text{lastre}}} + g \cdot t$$

$$V_{f_{\text{lastre}}} = 0 + 9,81 \cdot 6,4 = 62,97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

----- O -----