TEMA Nº 3. EJERCICIOS DE CINEMÁTICA II. MOVIMIENTO CIRCULAR

1.- **Define radián como unidad de medida de ángulos.**
¿Cuántos radianes hay en un ángulo de 1800?
¿Cuántos grados contiene un ángulo de 3 π/2 radianes?
¿Cuántos radianes son 30º?
¿cuántos grados sexagesimales son 1 radián?

Resolución:

Radian es el valor del ángulo central cuyo arco de circunferencia es igual al radio de la misma.

Debemos saber que 2 π = 360º.

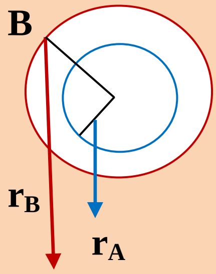
$$18\cancel{0}0^\circ \;\; \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{36\cancel{0}^\circ} = 10\,\pi\ \text{rad}$$

$$3\,\cancel{\pi}\,/\,2\ \cancel{\text{rad}}\ .\ \frac{360^\circ}{2\,\cancel{\pi}\ \cancel{\text{rad}}} = 270^\circ$$

$$\cancel{3}0^\circ\ .\ \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{36\cancel{0}^\circ} = 0{,}17\,\pi\ \text{rad}$$

$$1\ \cancel{\text{rad}}\ .\ \frac{360^\circ}{2\,\pi\ \cancel{\text{rad}}.} = 57{,}32^\circ$$

2.- **Dos puntos A y B de una plataforma giratoria se encuentran respectivamente, a 2 m y 3'5 m del centro de dicha plataforma. Si la velocidad lineal de A es de 6 m/s, ¿cuál es la de B? Calcular las velocidades angulares de ambos puntos.**



Datos: $r_A = 2$ m; $r_B = 3'5$ m; $v_A = 6$ m/s; $v_B = ¿?$

Se trata de un ***M.C.U*****, por tanto,** $v = \omega \cdot r$

$$V_A = \omega_A \cdot r_A \rightarrow 6 = \omega_A \cdot 2 \rightarrow \omega_A = 3\ rad/s.$$

Como A y B se encuentran en la misma plataforma giratoria, han de girar los dos con la misma ***velocidad angular*****, pero** ***distinta velocidad lineal*** **por estar a diferentes distancias del centro y por tanto, recorrer circunferencias diferentes al mismo ritmo.**

$$\omega_A = 3\ rad/s; \quad \omega_B = 3\ rad/s$$

De este modo:

$$V_B = \omega_B \cdot r_B \quad ; \quad V_B = 3 \cdot 3'5\ ; \ V_B = 10'5\ m/s$$

3.- **Una rueda gira a razón de 30 π rad/s. Calcular cuántas vueltas da en 15 minutos.**

Resolución:

Unidades al S.I.:

$15\ \cancel{min} \cdot 60\ s / 1\ \cancel{min} = 900\ s$

No existe fórmula que nos determine directamente el ***número de vueltas*** **dadas. Debemos conocer primero el** ***espacio angular descrito*****.**

Sabemos que :

$\omega = \alpha / t$ **, siendo** α **el espacio angular descrito**

$$\alpha = \omega \,.t = (30\ \pi\ \text{rad}/\cancel{\text{s}})\ .\ 900\ \cancel{\text{s}} = 27000\ \pi\ \text{rad.}$$

Recordemos que ***1 vuelta = 2 π rad***

$$27000\ \pi\ \cancel{\text{rad}}\ .\ \frac{1\ \text{vuelta}}{2\ \pi\ \cancel{\text{rad}}} = 13500\ \text{vueltas}$$

4.- **Calcula la velocidad angular y lineal que lleva la Tierra en su movimiento alrededor del Sol. Radio de la órbita terrestre: 150 millones de kilómetros.**

Resolución:

Suponiendo que la órbita de la Tierra, alrededor del Sol, es una *circunferencia* **podremos realizar el ejercicio.**

La Tierra tarda ***365 días*** **en dar una vuelta completa alrededor del Sol.**

Si pasamos los días a segundos:

$365\ \cancel{\text{días}}\ .\ 24\ \cancel{\text{h}}\ /\ \cancel{\text{día}}\ .\ 3600\ \text{s}/\ \cancel{\text{h}} = 31536000\ \text{s}$ **= T (tiempo necesario para dar una vuelta completa)**

Recordemos que:

$$\omega = 2\ \pi / T = 2.\pi\ \text{rad} / 31536000\ \text{s} = 6{,}34\ .\ 10^{-8}\ \pi\ \text{rad} / \text{s}$$

Pasemos el radio de la órbita terrestre a metros:

Como $V = \omega \cdot R$ **:**

$150 \cdot 10^6\ \cancel{Km} \cdot 1000\ m / \cancel{Km} = 150 \cdot 10^9\ m$

$$V = 6{,}34 \cdot 10^{-8}\ \pi\ rad/s \cdot 150 \cdot 10^9\ m = 9510\ m/s$$

5.- **La rueda de una moto tiene 60 cm de diámetro. Cuando la moto va 40 km/h, calcula la velocidad angular de la rueda, su período, la frecuencia en Hz y en rpm.**

Resolución:

$R = 60/2\ cm = 30\ \cancel{cm} \cdot 1\ m/100\ \cancel{cm} = 0{,}30\ m$

$40\ \cancel{Km}/\cancel{h} \cdot 1000\ m/\cancel{Km} \cdot 1\ \cancel{h}/ 3600\ s = 11{,}11\ m/s$

La velocidad angular la calcularemos de la forma:

$$V = \omega \cdot R\ ;\ \omega = V / R = (11{,}11\ m/s) / 0{,}30\ m = 37{,}03\ rad/s$$

Al aplicar esta ecuación las unidades nos pueden crear problemas. Seguiremos la siguiente regla: Si la ***velocidad lineal*** **viene en** ***m/s*** **y el** ***Radio*** **en** ***"m"*** **la** ***velocidad angular*** **vendrá en** ***rad/s*****.**

Para conocer el período utilizaremos la ecuación:

$$\omega = 2\ \pi / T\ ;\quad T = 2\ \pi / \omega = 2\ \pi\ rad / 37{,}03\ (rad/s) = 0{,}17\ s$$

La frecuencia:

$$f = 1 / T = 1 / 0{,}17\ s = 5{,}88\ 1/s = 5{,}88\ s^{-1} (Hz)$$

La velocidad angular en rpm serán:

$37{,}03\ \cancel{rad} / \cancel{s} \cdot 1\ vuelta/ 2\ \pi\ \cancel{rad} \cdot 60\ \cancel{s} / 1\ min = 353{,}8\ vueltas/min =$

$$= 353{,}8\ rpm\ (vuelta = revolución)$$

6.- Calcula la velocidad angular de cada una de las agujas del reloj. Si el segundero mide 3 cm de longitud, ¿con qué velocidad se mueve su extremo?.

Resolución:

Aguja horario: Describe una vuelta completa en *12 h*

12 ~~h~~ . 3600 s/ 1 ~~h~~ = *43200 s = T* (Periodo)

***1 vuelta = 2 π rad*.**

Sabemos que:

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \text{ rad} / 43200 \text{ s} = 4{,}6 \cdot 10^{-5}\, \pi \text{ rad/s}$$

Aguja minutero: Describe una vuelta en *1 h*

1 ~~h~~ . 3600 s / 1 ~~h~~ = 3600 s.

1 vuelta = 2 π rad

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \text{ rad} / 3600 \text{ s} = 5{,}55 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

Aguja segundero: Describe una vuelta completa en *un minuto*.

$$\omega = 1 \frac{\cancel{\text{vuelta}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{vuelta}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 0{,}07\, \pi \text{ rad/s}$$

Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R \quad (1)$$

3 ~~cm~~ . 1 m/ 100 ~~cm~~ = 0,03 m

Volviendo a la ecuación (1):

$$V = 0{,}07\ \pi\ rad/s\ .\ 0{,}03\ m = 2{,}1\ .\ 10^{-3}\ m.s^{-1}$$

7.- **Responde brevemente a las siguientes cuestiones:**
a) Dos ruedas, una grande y otra pequeña, giran con la misma velocidad angular. ¿cuál de ellas da más vueltas en el mismo tiempo?
b) ¿cuál de las ruedas del caso anterior tiene mayor velocidad lineal?

Resolución:

a) El número de vueltas está en función del espacio angular descrito (α).

$$\alpha = \omega\ .\ t$$

Las condiciones impuestas son: $R_A > R_B\ ;\ \ \omega_A = \omega_B\ ;\ \ t_A = t_B$

$\alpha_A = \omega_A\ .\ t_A$ **(1)**

$\alpha_B = \omega_B\ .\ t_B$ **(2)**

Dividiendo (1) entre (2):

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{\omega_A\ .\ t_A}{\omega_B\ .\ t_B}$$

Según los datos:

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 1 \rightarrow \alpha_A = \alpha_B$$

El número de vueltas dadas es el mismo para las dos ruedas.

Sabemos que: $1 \text{ vuelta} = 2\,\pi \text{ rad}$

b) **Recordemos:**

$$V = \omega \cdot R$$

$V_A = \omega_A \cdot R_A$ **(1)**

$V_B = \omega_B \cdot R_B$ **(2)**

Dividimos (1) entre (2):

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\cancel{\omega_A} \cdot R_A}{\cancel{\omega_B} \cdot R_B} \; ; \; \frac{V_A}{V_B} = \frac{R_A}{R_B} \quad (3)$$

Según los datos: $R_A > R_B \rightarrow R_A/R_B > 1$

Que llevado a (3):

$$\frac{V_A}{V_B} > 1 \rightarrow V_A > V_B$$

8.- **Un pastor hace rotar una honda a 3 r.p.s. calcula la frecuencia y periodo de giro.**

Resolución:

La *honda* **lleva una velocidad angular de:**

$$3\,\frac{\cancel{\text{revoluciones}}}{\text{s}} \cdot \frac{2\,\pi \text{ rad}}{1\,\cancel{\text{Revol.}}} = 6\,\pi \text{ rad / s}$$

Recordemos que:

$$\omega = 2\,\pi\ rad / T \ ; \quad T = 2\,\pi\ rad / \omega = 2\,\pi / 6\,\pi\ (rad/s) = 0{,}33\ s$$

Por otra parte:

$$f = 1 / T \ ; \quad f = 1 / 0{,}33\ s = 3{,}03\ (1/s) = 3{,}03\ s^{-1} = 3{,}03\ Hz$$

9.- **Determina la velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje y la velocidad lineal de un punto situado sobre el ecuador, sabiendo que su perímetro es de 40.000 Km.**

Resolución:

La Tierra *describe una vuelta en su rotación* **en un tiempo de** *24 h*.

$24\ \cancel{h}\ 3600\ s / 1\cancel{h} = 86400\ s$

$40000\ K\cancel{m}\ .\ 1000\ m/ 1\ K\cancel{m} = 4\ .\ 10^{7}\ m$

La velocidad angular de rotación es:

$$\omega = 2\,\pi / T = 2\,\pi\ rad / 86400\ s = 2{,}3\ .\ 10^{-5}\ rad/s$$

El perímetro coincide con la longitud de la trayectoria. La trayectoria es una circunferencia y su longitud vale:

$$L = 2\,\pi\,R \ ; \quad R = L / 2\,\pi = 4\ .10^{7}\ m/ 2\,\pi\ rad = 2/\pi\ .\ 10^{7}\ m$$

Y como : $V = \omega\ .\ R \ ; \ V = 2{,}3\ .\ 10^{-5}\ rad/s\ .\ 2/\pi\ .\ 10^{7}\ m = 0{,}73\ m.s^{-1}$

10.- **Si sabemos que la distancia media Sol-Tierra es de 150.000.000 Km, y suponemos que se trata de un movimiento circular uniforme, calcula las velocidades angular y lineal de nuestro planeta. (Expresa la velocidad de translación de la Tierra en Km/h).**

Resolución:

Recordemos que la Tierra describe una vuelta completa al Sol cada 365 días (Periodo):

$$\omega = 2\,\pi\ rad / T \quad (1)$$

$$365\ \cancel{días} \cdot \frac{24\ \cancel{h}}{1\ \cancel{día}} \cdot \frac{3600\ s}{1\ \cancel{h}} = 31536000\ s$$

Volviendo a (1):

$$\omega = 2\,\pi\ rad / 31536000\ s = 1{,}99 \cdot 10^{-7}\ rad/s$$

En lo referente a la velocidad detraslación:

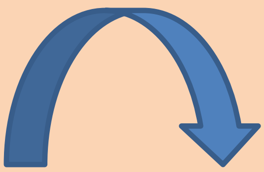
$$150.000.000\ \cancel{Km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 150 \cdot 10^{9}\ m = R$$

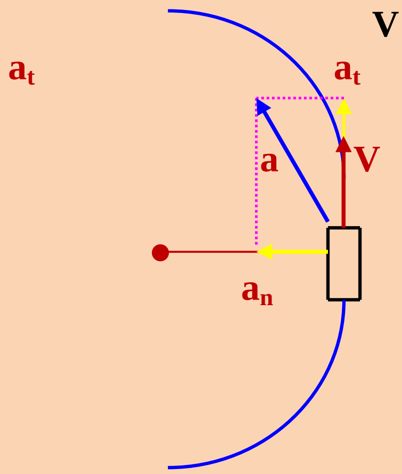
$$V = \omega \cdot R \ ; \ V = 1{,}99 \cdot 10^{-7}\ rad/s \cdot 150 \cdot 10^{9}\ m = 29850\ m/s$$

$$29850\ \cancel{m}/\cancel{s} \cdot 1\ km/1000\ \cancel{m} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1\ h} = 107460\ Km/h$$

11.- **Un coche toma una curva de 100 m de radio con una aceleración tangencial de 5 ms^{-2}. Calcula la aceleración total a la que está sometido en el instante en que su velocidad sea 72 $Km.h^{-1}$.**

Resolución:





$V = 72\ \cancel{Km}/\cancel{h}\ .\ 1000\ m/1\ \cancel{Km}\ .\ 1\ \cancel{h}/3600\ s$

$= 72000/\ 3600 = 20\ m/s$

$R = 100\ m$

$a_t = 5\ m/s^2$

La aceleración total, vectorialmente, será la suma de las aceleraciones que actúen en la experiencia:

$$\vec{a}_T = \vec{a}_t + \vec{a}_n\ ;\ |\vec{a}_T|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_n|^2$$

$$a_T^2 = a_t^2 + a_n^2\ ;\ a_T = (a_t^2 + a_n^2)^{1/2}\quad (1)$$

$$a_t = 5\ m/s^2$$

$$a_n = V^2/R\ ;\ a_n = (20\ m/s)^2/100\ m = 4\ m/s^2$$

Llevando los datos a la ecuación (1):

$$a_T = (a_t^2 + a_n^2)^{1/2}\ ;\ a_T = (5^2 + 4^2)^{1/2} = 6{,}4\ m\ .\ s^{-2}$$

12.- Sobre un punto de la periferia de una plataforma circular giratoria de 80 cm de radio se encuentra un pequeño objeto que gira solidariamente con la plataforma. El objeto posee una aceleración constante dirigida hacia el centro de 32 ms^{-2}.

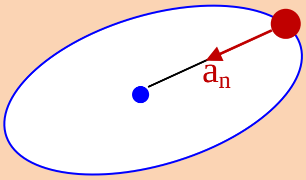
a) Calcula la velocidad a la que gira la plataforma.
b) Si se traslada el objeto en dirección radial hasta situarlo a 60 cm del centro ¿Variará su aceleración? En caso afirmativo calcula el nuevo valor.

Resolución:

a)

R = 80 ~~cm~~ . 1 m/100 ~~cm~~ = 0,80 m

La aceleración que actúa sobre el cuerpo es la *"a_n"*:



$a_n = V^2/R$; $32 = V^2/0,80$; $V = (32 . 0,80)^{1/2}$

$V = 5,06\ m . s^{-1}$

b)

SI, puesto que varía el radio:

R = 60 ~~cm~~ . 1 m/100 ~~cm~~ = 0,60 m

$a_n = V^2/R$

Como el problema no dice nada respecto a la velocidad deberemos tomarla como constante (5,06 m/s):

$a_n = (5,06)^2/0,60 = 42,67\ m . s^{-2}$

13.- **Una rueda de 15 cm de radio se pone en movimiento con una aceleración angular de 0,2 rad/s^2. Halla el tiempo que tarda la rueda en dar 20 vueltas.**

Resolución:

No existe ecuación alguna que *nos determine el número de vueltas*. Pero sabemos que *una vuelta implica 2π rad.*:

1 vuelta / 2π rad.

El espacio angular correspondiente a *20 vueltas* es:

20 ~~vueltas~~ . 2π rad./1 ~~vuelta~~ = *40π rad*.

El problema no dice nada respecto a un espacio angular inicial, $\theta o = 0$. La rueda parte del reposo por lo que $Wo = 0$.

$\theta o = 0$
$Wo = 0$

El espacio angular viene dado por la ecuación:

$$\theta = \theta o + Wo \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2 \rightarrow \theta = ½ \cdot \alpha \cdot t^2$$

$40\pi = ½ \cdot 0,2 \cdot t^2$; $t = (80 \cdot 3,14 / 0,2)^{1/2} = 35,4\ s$

14.- **Un volante con aceleración constante gira un ángulo θ de 234 rad en los tres primeros segundos, si su velocidad angular, al final de ese tiempo es de 108 rad/s. Calcular: a) la velocidad angular inicial y la aceleración angular en ese intervalo ; b) la aceleración angular con que frena si se detiene en 1,5 s; c) el número de vueltas que da mientras frena.**

Resolución:

$\theta = 234$ rad
$t = 3$ s
$Wf = 108$ rad/s

a)

$$Wf = Wo + \alpha \cdot t$$

Despejaremos de la ecuación anterior *Wo*:

$$Wo = Wf - \alpha \cdot t \quad (1)$$

y lo llevaremos a la ecuación (2):

$$\theta = Wo \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (2) ; \quad \theta = (Wf - \alpha \cdot t) \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\theta = Wf \cdot t - \alpha \cdot t^2 + ½ \cdot \alpha \cdot t^2$$

$234 = 108 \cdot 3 - \alpha \cdot 3^2 + ½ \cdot \alpha \cdot 3^2$; $234 - 318 = -\alpha \cdot 9 + 0{,}5 \cdot \alpha \cdot 9$

$-84 = -9\alpha + 4{,}5\alpha$; $-84 = -4{,}5\alpha$; $\alpha = 18{,}7\ rad.\ s^{-2}$

Volvemos a la ecuación (1):

$Wo = 108 - 18{,}7 \cdot 3 = 108 - 56{,}1 = 51{,}9\ rad \cdot s^{-1}$

b)

t = 1,5 s
Wf = 0
Wo = 51,9 rad/s

$Wf = Wo + \alpha \cdot t$; $0 = 51{,}9 + \alpha \cdot 1{,}5$; $-51{,}9 = 1{,}5\alpha$

$\alpha = -34{,}6\ rad/s^2$

c)

Conoceremos el espacio angular descrito hasta que se para:

$\theta = Wo \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2$; $\theta = 51{,}9 \cdot 1{,}5 + ½ \cdot (-34{,}6) \cdot 2{,}25$

$\theta = 77{,}85 - 38{,}92 = 38{,}93\ rad.$

Recordemos que:

$1\ vuelta / 2\pi\ rad$

$38{,}93\ \cancel{rad} \cdot 1\ vuelta / 2\pi\ \cancel{rad} = 6{,}2\ vueltas$

15.- **Un volante con aceleración constante gira un ángulo θ de 234 rad en los tres primeros segundos, si su velocidad angular, al final de ese tiempo es de 108 rad/s. Calcular: a) la velocidad angular inicial y la aceleración angular en ese intervalo ; b) la aceleración angular con que frena si se detiene en 1,5 s; c) el número de vueltas que da mientras frena.**

Resolución:

θ = 234 rad
t = 3 s
Wf = 108 rad/s

a)

Wf = Wo + α . t

Despejaremos de la ecuación anterior Wo:

Wo = Wf – α . t **(1)**

y lo llevaremos a la ecuación (2):

$\theta = Wo \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ (2) ; $\theta = (Wf - \alpha \cdot t) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$

$\theta = Wf \cdot t - \alpha \cdot t^2 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$

$234 = 108 \cdot 3 - \alpha \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot 3^2$; $234 - 318 = - \alpha \cdot 9 + 0,5 \cdot \alpha \cdot 9$

$-84 = -9\,\alpha + 4,5\,\alpha$; $-84 = -4,5\,\alpha$; $\alpha = 18,7\ rad.\ s^{-2}$

Volvemos a la ecuación (1):

$Wo = 108 - 18,7 \cdot 3 = 108 - 56,1 = 51,9\ rad \cdot s^{-1}$

b)

t = 1,5 s
Wf = 0
Wo = 51,9 rad/s

$Wf = Wo + \alpha \cdot t$; $0 = 51,9 + \alpha \cdot 1,5$; $-51,9 = 1,5\,\alpha$

$\alpha = -34,6\ rad/s^2$

c)

Conoceremos el espacio angular descrito hasta que se para:

$\theta = Wo \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$; $\theta = 51{,}9 \cdot 1{,}5 + \frac{1}{2} \cdot (-34{,}6) \cdot 2{,}25$

$\theta = 77{,}85 - 38{,}92 = \mathbf{38{,}93\ rad.}$

Recordemos que:

$$1\ vuelta / 2\pi\ rad$$

$$38{,}93\ \cancel{rad} \cdot 1\ vuelta / 2\pi\ \cancel{rad} = 6{,}2\ vueltas$$

16.- **Una rueda de 20 cm de radio gira con una velocidad angular de 60 rpm., deteniéndose en 5 segundos por acción de un freno. Si el movimiento uniformemente retardado, determina:**
La aceleración del movimiento.
El número de revoluciones que describe la rueda hasta parar.
La velocidad y la aceleración de un punto de la periferia de la rueda en el instante t = 3 s.

Resolución:

a)

$R = 20\ \cancel{cm} \cdot 1\ m/100\ \cancel{cm} = 0{,}20\ m$

$Wo = 60\ rpm = 60\ \cancel{vueltas}/\cancel{min} \cdot 2\pi\ rad/ 1\ \cancel{vuelta} \cdot 1\ \cancel{min}/60\ s = 2\pi\ rad/s$

$t = 5\ s$

$Wf = Wo + \alpha \cdot t$; $0 = 2\pi + \alpha \cdot 5$; $-2\pi = 5\ \alpha$; $\alpha = -\ 0{,}4\pi\ rad/s^2$

b)

$\theta = Wo \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2$; $\theta = 2\pi \cdot 5 + ½ \cdot (-0{,}4\pi) \cdot 25$

$\theta = 10\pi - 5\pi = 5\pi = 15{,}7\ rad$

Recordemos:

Vuelta = Revolucion $1\ vuelta/2\pi\ rad$

$$15{,}7\ \cancel{rad} \cdot 1\ vuelta/6{,}28\ \cancel{rad} = 2{,}5\ vueltas$$

c)

El ejercicio no especifica si es velocidad lineal o angular la que nos pide y exactamente lo mismo ocurre con la aceleración. Intentaré resolver la cuestión suponiendo que son las dos magnitudes lo que pide:

Recordaremos que:

$$a_{lineal} = \alpha \cdot R$$

La aceleración angular la conocemos y vale $\alpha = -\ 0{,}4\pi\ rad/s^2$ **y es** *constante* **durante todo el movimiento. El radio tiene un valor de 0,20 m, luego:**

$$a = -0{,}4\pi \cdot 0{,}20 = -\ 0{,}25\ m \cdot s^{-2}$$

En lo referente a la velocidad angular:

$Wf_{(3)} = Wo + \alpha \cdot t$; $Wf_{(3)} = 2\pi + (-\alpha) \cdot t$; $Wf_{(3)} = 2\pi - 0{,}4\pi \cdot 3 =$

$$Wf_{(3)} = 6{,}28 - 3{,}77 = 2{,}51\ rad/s$$

Sabemos que:

$$V_{lineal} = W \cdot R\ ;\ V_{lineal} = 2{,}51 \cdot 0{,}20 = 0{,}50\ m \cdot s^{-1}$$

**17.- Un móvil que pate del reposo sigue una trayectoria circular de 3 cm de radio con una aceleración angular constante igual $\alpha = \pi$ rad/s^2.
¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa.
¿Qué distancia recorre en ese tiempo?.
¿Cuál es su velocidad angular cuando t = 0,5 s?.
¿Cuánto vale la aceleración tangencial y normal en ese instante?**

Resolución:

a)

$R = 3\ \cancel{cm} \cdot 1\ m/100\ \cancel{cm} = 0{,}03\ m$

$\alpha = \pi\ rad/s^2$

$V_o = 0$

$W_o = 0$

$\theta_o = 0$

1 vuelta / 2π rad.

El espacio angular vale (1 vuelta), $\theta = 2\pi\ rad.$

$\theta = \theta_o + W_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$; $\theta_o = 0$ y $W_o = 0 \rightarrow \theta = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$

$$2\pi = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot t^2 \ ; \ t = (4\pi/\pi)^{1/2} = 2\ s$$

b)

Conocemos la definición de radian: El ángulo central cuyo arco es igual al radio:

$$Rad = arco/R \rightarrow \theta = longitud / R$$

$\theta = 1$ vuelta $\rightarrow 2\pi$ rad

$$Longitud = \theta \cdot R = 2\pi \cdot R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}03 = 0{,}19\ m$$

c)

$W_{(0,5)} = Wo + \alpha \cdot t$; $W_{(0,5)} = 0 + \pi \cdot 0,5 = 1,57$ rad/s

d)

Como la aceleración angular es constante, la aceleración tangencial también lo es. La aceleración tangencial la calculamos:

$a_t = a_{lineal} = \alpha \cdot R = \pi \cdot 0,03 = 0,09\ m/s^2$

La aceleración normal tiene su ecuación:

$$a_n = V^2/R \quad (1)$$

Para t = 0,5 s → $\omega = 1,57$ rad/s

$V_{lineal} = V = W \cdot R = 1,57 \cdot 0,03 = 0,047\ m/s$

Si nos vamos a (1):

$$a_n = (0,047)^2/0,03 = 0,073\ m \cdot s^{-2}$$

18.- **Un disco de 40 cm de diámetro, con una aceleración angular constante, necesita 4 segundos para girar un ángulo de 20 rad y alcanzar una velocidad angular de 8 rad/s. Determinar la aceleración tangencial y la velocidad lineal inicial para un punto situado en el borde del disco.**

Resolución:

R = ½ . Diametro = ½ . 0,40 = 0,2 m
α = Const.
t = 4 s → θ = 20 rad. → Wf = 8 rad/s

Recordemos las ecuaciones:

$\theta = \theta o + Wo \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2$ (1)

$Vf = Wf \cdot R$; $Vf = 8 \cdot 0,2 = 1,6\ m/s$

$a_{lineal} = a_t = \alpha \cdot R$

***En el M.R.U.A.*:**

$Vf = Vo + a \cdot t$; $a = Vf – Vo / t$ **(2)**

Llevemos a (1) todos los datos:

$\theta = Wo \cdot 4 + ½ \cdot a_{lineal}/R \cdot 4^2$

$20 = Vo/R \cdot 4 + ½ \cdot (Vf – Vo/t)/R \cdot 4^2$

$20 = Vo/0,2 \cdot 4 + 8 \cdot (Vf – Vo/4)/0,2 \cdot$

$20 = 20\ Vo + 8 \cdot (1,6 – Vo/4)/0,2$

$20 \cdot 0,2 = 20 \cdot 0,2\ Vo + 2 \cdot (1,6 – Vo)$

$4 = 4\ Vo + 2 \cdot (1,6 – Vo)$

$4 = 4\ Vo + 3,2 – 2\ Vo$; $4 – 3,2 = 2\ Vo$; $0,8 = 2\ Vo$; $Vo = 0,4\ m/s$

En lo referente a la aceleración tangencial vallamos a la ecuación:

$a_{lineal} = a_t = Vf – Vo / t$; $a_t = 1,6 – 0,4 / 4 = 0,3\ m/s^2$

19.- **Un disco que gira a 900 rpm es frenado con una desaceleración angular de 3π rad.s^{-2}. ¿Cuántos segundos requerirá para detenerse y cuantas vueltas dará?**

Resolución:

$Wo = 900\ \cancel{revol.}/\cancel{min} \cdot 2\pi\ rad/\ \cancel{revol.} \cdot 1\ \cancel{min}/\ 60\ s = 30\pi\ rad/s$

$\alpha = -\ 3\pi\ rad/s^2$
$Wf = 0$

Recordemos:

$W_f = W_o + \alpha \cdot t$; $0 = 30\pi + (-3\pi) \cdot t$; $3\pi \cdot t = 30\pi$; $t = 10\ s$

En lo referente al nº de vueltas debemos calcular primero el espacio angular descrito:

$\theta = W_o \cdot t + ½ \cdot \alpha \cdot t^2$; $\theta = 30\pi \cdot 10 + ½ \cdot (-3\pi) \cdot 3^2 = 300\pi - 13{,}5\pi =$

$$\theta = 286{,}5\pi = 899{,}61\ rad$$

La proporción:

1 vuelta (revolución) / 2π rad.

luego:

$$899{,}61\ rad \cdot 1\ vuelta / 2\pi\ rad$$

$$899{,}61\ \cancel{rad} \cdot 1\ vuelta / 6{,}28\ \cancel{rad} = 143{,}25\ vueltas$$

20.- **En una pista circular de 120 m de diámetro un motociclista parte del reposo y en 10 segundos alcanza una velocidad de 90 Km/h, acelerando de manera uniforme. Determinar:**
La distancia recorrida.
La aceleración tangencial.
La aceleración normal en el instante t = 10 s.

Resolución:

a)

$R = ½ \cdot D = ½ \cdot 120 = 60\ m$
$V_o = 0$
$W_o = 0$
$t = 10\ s$
$V_f = 90\ \cancel{Km}/\cancel{h} \cdot 1000\ m / 1\ \cancel{Km} \cdot 1\ \cancel{h}/3600\ s = 25\ m/s$

Según el M.R.U.A.:

$V_f = V_o + a \cdot t$; $25 = 0 + a \cdot 10$; $a = 2{,}5\ m/s^2$.

El espacio recorrido lo podemos calcular:

$e = V_o \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$; $V_o = 0 \rightarrow e = ½ \cdot 2{,}5 \cdot 10^2 = 125\ m$

b)

La aceleración tangencial, at, se calculó en el apartado anterior:

$$a_t = a = 2{,}5\ m \cdot s^{-2}$$

c)

$a_n = V^2/R$; $a_n = (25)^2/60 = 10{,}42\ m \cdot s^{-2}$

------------------------------ O ---------------------------------