

TEMA Nº 6. EJERCICIOS RESUELTOS DE DINÁMICA DE TRASLACIÓN

1.- Al colgar diversas masas de un muelle se han obtenido los siguientes resultados:

Masas	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
Alargamiento del muelle	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm
Fuerza (m . g) en N	0,49	0,98	1,47	1,96	2,45

- Complete la tabla con el valor de las fuerzas correspondientes.
- Represente la gráfica Fuerza- alargamiento.
- A partir de la gráfica, calcule los centímetros alargados cuando se cuelga una masa de 75 g.

Resolución:

a)

Lo primero que haremos es obtener la constante elástica del muelle. Para ello tomaré los dos primeros datos de la tabla:

$$m_1 = 50 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \text{ g}} = 0,050 \text{ Kg}$$

$$\Delta x = 2 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,02 \text{ m}$$

El peso que cuelga vale:

$$P = m \cdot g$$

$$P = 0,050 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0,49 \text{ N}$$

Según Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x ; 0,49 \text{ N} = K \cdot 0,02 ; K = 0,49 \text{ N} / 0,02 \text{ m} = 24,5 \text{ N/m}$$

DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Para los segundos datos de la tabla:

$$m_2 = 100 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,1 \text{ Kg}$$

$$\begin{aligned} \text{Fuerza que cuelga} = \text{peso del cuerpo} &= m \cdot g = 0,1 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = \\ &= 0,98 \text{ Kg} \cdot \text{m.s}^{-2} = 0,98 \text{ N.} \end{aligned}$$

$$\Delta x = 4 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

Aplicamos Hooke:

$$0,98 \text{ N} = K \cdot 0,04 \text{ m} ; K = 0,98 \text{ N} / 0,04 \text{ m} = 24,5 \text{ N/m}$$

Comprobamos que se cumple la ley de Hooke.

b) Seguimos trabajando para obtener el resto de los datos de la tabla:

$$m_3 = 150 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,150 \text{ kg}$$

$$m_4 = 200 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,200 \text{ kg}$$

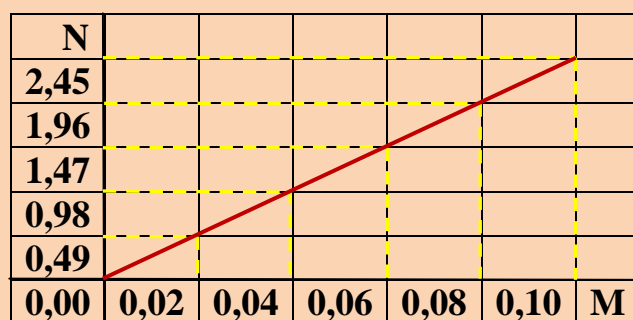
$$m_5 = 250 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ kg}$$

$$F_3 = P_3 = m \cdot g = 0,150 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 1,47 \text{ N}$$

$$F_4 = P_4 = m_4 \cdot g = 0,200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 1,96 \text{ N}$$

$$F_5 = P_5 = m_5 \cdot g = 0,250 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 2,45 \text{ N}$$

b) Representación gráfica:



c) Gráficamente no podemos determinar el alargamiento puesto que necesitamos una tabla muchísimo mayor.

Pero podemos analizar la tabla obtenida y observar que se trata de una línea recta y por lo tanto debe cumplir la ecuación:

$$y = f(x) \rightarrow F = K \cdot \Delta x \quad (1)$$

Realizamos los cálculos necesarios:

$$m = 75 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,075 \text{ kg}$$

$$F = P = m \cdot g = 0,075 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0,735 \text{ N}$$

y llevamos los valores obtenidos a la ecuación (1)

$$F = K \cdot \Delta x \quad ; \quad \Delta x = F / K = 0,735 \text{ N} / 24,5 \text{ (N/m)} = 0,03 \text{ m}$$

2.- Un muelle mide 21 cm cuando se aplica a su extremo libre una fuerza de 12 N y mide 26 cm cuando la fuerza aplicada vale 24 N. Calcula la longitud del muelle cuando no actúa ninguna fuerza sobre él y el valor de su constante elástica.

Resolución:

Lo que nos pide el problema en este primer apartado es la longitud inicial del muelle (l_0), es decir, cuando no tenía ningún cuerpo colgado. Para ello procedemos de la siguiente forma:

$$L_1 = 21 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,21 \text{ m}$$

$$F_1 = 12 \text{ N}$$

$$\text{Para } F_1, \Delta x = 0,21 \text{ m}$$

Todo Δ significa una diferencia, en nuestro caso:

$$\Delta x = l_f - l_0 \rightarrow 0,21 - l_0 = \Delta x$$

DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$L_2 = 26 \cancel{\text{ cm}} \cdot 1 \text{ m} / 100 \cancel{\text{ cm}} = 0,26 \text{ m}$$

$$\text{Para } L_2 \rightarrow \Delta x = 0,26 \rightarrow 0,26 - l_0 = \Delta x$$

Si aplicamos Hooke para las dos longitudes: $F = K \cdot \Delta x$

$$12 = K (0,21 - l_0) \quad (1) \quad ; \quad 24 = K (0,26 - l_0) \quad (2)$$

Si dividimos (2) entre (1):

$$24 / 12 = K (0,26 - l_0) / K (0,21 - l_0)$$

$$2 = (0,26 - l_0) / (0,21 - l_0)$$

$$2 (0,21 - l_0) = 0,26 - l_0$$

$$0,42 - 2 l_0 = 0,26 - l_0 \quad ; \quad - 2 l_0 + l_0 = 0,26 - 0,42 \quad ; \quad - l_0 = - 0,16$$

$$l_0 = 0,16 \text{ m}$$

Para conocer la constante elástica, K , podemos tomar los datos de la primera experiencia y aplicar Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x \quad ; \quad 12 \text{ N} = K \cdot (0,21 - 0,16) \text{ m} \quad ; \quad 12 \text{ N} = K \cdot 0,05 \text{ m}$$

$$K = 12 \text{ N} / 0,05 \text{ m} = 240 \text{ N/m}$$

Como se trata del mismo muelle, el valor de K debe ser igual para las dos experiencias. Si queremos saber si hemos trabajado bien en el cálculo de K , aplicaremos Hooke a la segunda experiencia y debemos obtener el mismo valor de la primera experiencia:

$$F = K \cdot \Delta x \quad ; \quad 24 \text{ N} = K \cdot (0,26 - 0,16) \text{ m} \quad ; \quad 24 \text{ N} = K \cdot 0,1 \text{ m}$$

$$K = 24 \text{ N} / 0,1 \text{ m} = 240 \text{ N/m}$$

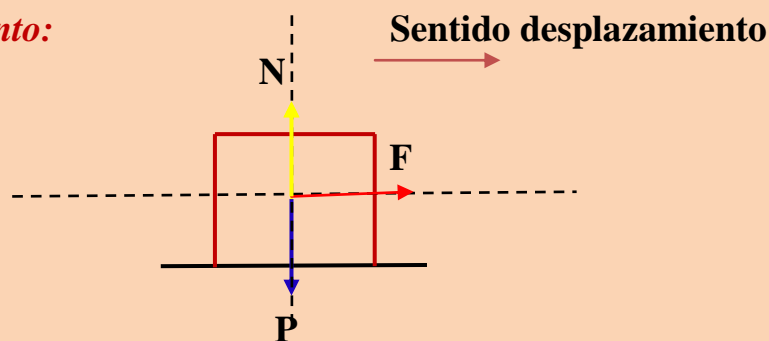
El planteamiento del problema lo hicimos bien.

3.- Un objeto de 100 kg, se encuentra sobre un plano horizontal. Si tiramos de él con una fuerza de 300 N ¿con qué aceleración se moverá en ausencia de rozamiento? ¿y si la fuerza de rozamiento vale 10 N?. Haz un dibujo indicando todas las fuerzas que actúan.

Resolución:

La aceleración que adquiere un cuerpo depende del conjunto de fuerzas que actúen sobre él. Por ello, lo primero que tenemos que establecer es dicho diagrama de fuerzas haciendo pasar por el centro geométrico del cuerpo unos ejes de coordenadas cartesianas sobre los cuales pintaremos las fuerzas actuantes:

Sin rozamiento:



Estudiaremos las fuerzas en cada uno de los ejes:

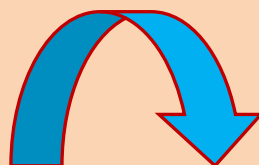
Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = P - N = 0$

Siempre, en planos horizontales se cumple la condición anterior, lo que nos viene a decir que el **P** y la **N** se anulan mutuamente.

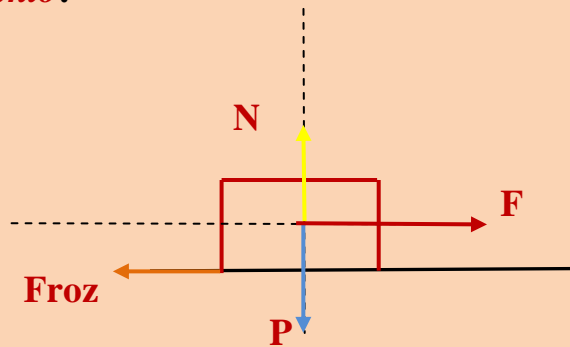
Eje OX: $\sum F = F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$

$$F - 0 = m \cdot a ; F = m \cdot a ; a = F / m$$

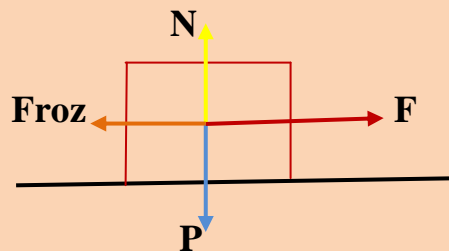
$$a = 300 \text{ N} / 100 \text{ Kg} = 3 \text{ m.s}^{-2}$$



Con rozamiento:



La **fuerza de rozamiento** la podemos llevar al punto de aplicación del resto de las fuerzas (Se puede hacer por lo que se llama **EQUIPOLENCIA ENTRE VECTORES**) y nos quedaría el diagrama de la forma:



Eje OY : $P = N \rightarrow$ Se anulan mutuamente

Eje OX : $\sum F = m \cdot a ;$

$$F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}} = m \cdot a$$

$$300 \text{ N} - 10 \text{ N} = 100 \text{ Kg} \cdot a$$

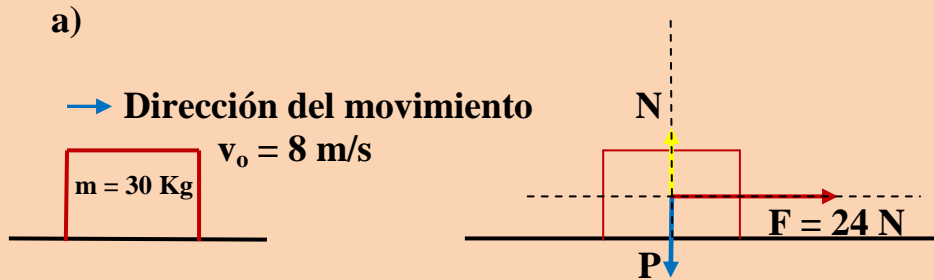
$$290 \text{ N} = 100 \text{ Kg} \cdot a ; a = 290 \text{ N} / 100 \text{ Kg} = 2,9 \text{ m.s}^{-2}$$

4.- Sobre un cuerpo de masa 30 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad de 8 m/s, actúa una fuerza constante de 24 N en la dirección del movimiento. Supuesto que no hay rozamiento, calcula su velocidad al cabo de 15 segundos, si el sentido de la fuerza es:

- El de la velocidad inicial.
- Contrario al de la velocidad inicial.

Resolución :

Como sobre el cuerpo actúa una fuerza el movimiento del cuerpo será un **M.R.U.A.** Las ecuaciones a utilizar serán las de este tipo de movimiento. Hagamos el diagrama de fuerzas:



Eje OY: $\sum F = 0$

Eje OX: $F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$

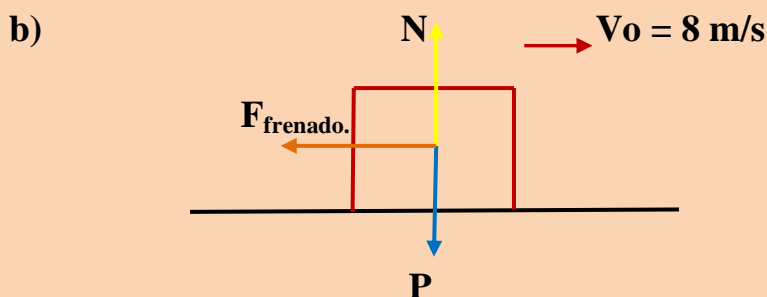
$$24 \text{ N} - 0 \text{ N} = 30 \text{ Kg} \cdot a \quad ; \quad 24 \text{ N} = 30 \text{ Kg} \cdot a$$

$$a = 24 \text{ N} / 30 \text{ Kg} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo adquiere una aceleración de $0,8 \text{ m/s}^2$ que hará que la velocidad al cabo de 15 s, sea distinta a la inicial. Tenemos que recordar ahora las ecuaciones de la Cinemática y entre ellas hay una que dice:

$$V_f = V_0 + a \cdot t \quad ; \quad V_f = 8 \text{ m/s} + 0,8 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ s}$$

$$V_f = 8 \text{ m/s} + 12 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$



En este caso la fuerza de 24 N está actuando como si fuera una fuerza de frenado puesto que tiene un sentido inverso al de avance del cuerpo.

Eje OY: $\sum F = 0$

Eje OX: $F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}} = m \cdot a$

$$0 - 24 \text{ N} = 30 \text{ Kg} \cdot a ; a = - 24 \text{ N} / 30 \text{ Kg} = - 0,8 \text{ m/s}^2$$

El signo negativo de la aceleración nos indica que la velocidad **DISMINUYE**.

La velocidad final será en este caso:

$$V_f = V_o + a \cdot t$$

$$V_f = 8 \text{ m/s} + (- 0,8 \text{ m/s}^2) \cdot 15 \text{ s} = 8 \text{ m/s} - 12 \text{ m/s} =$$

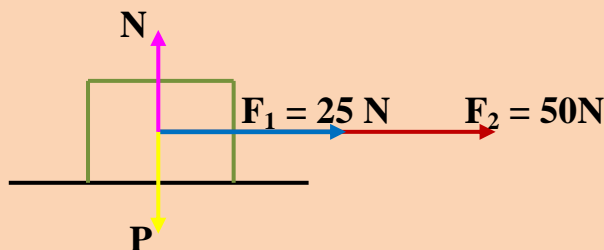
$= - 4 \text{ m/s}$ (este resultado no tiene sentido físico, el coche no puede dar la vuelta) lo que nos viene a decir que el **cuerpo se paró antes de cumplirse los 15 s.**

5.- Se ejercen dos fuerzas de 25 y 50 N, sobre un cuerpo de 5 kg de masa, que descansa sobre un plano horizontal.. Calcula la aceleración que adquiere cuando:

- Las dos fuerzas actúan en el mismo sentido.
- Las dos fuerzas actúan en sentidos opuestos.

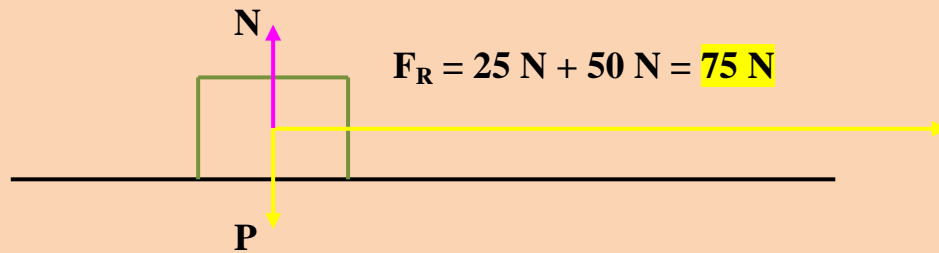
Resolución:

a)



DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

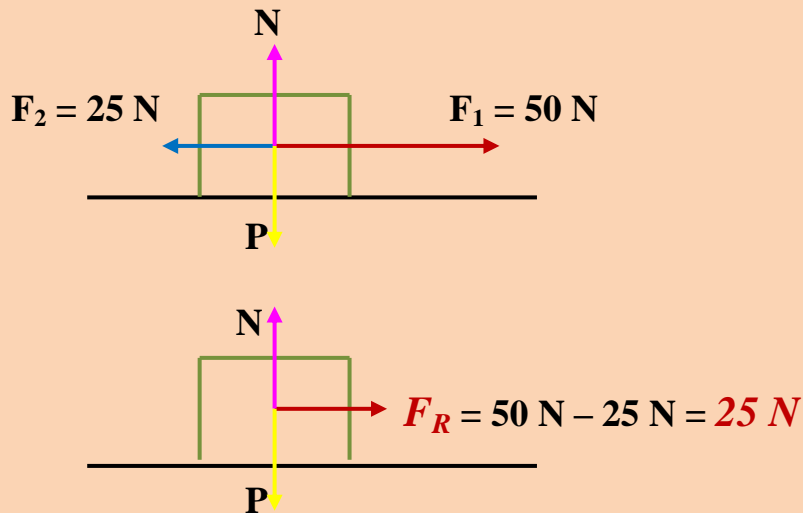
AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



Recordar que el P y la N se anulan mutuamente.

$$\sum F = m \cdot a ; 75 \text{ N} = 5 \text{ Kg} \cdot a ; a = 75 \text{ N} / 5 \text{ Kg} = 15 \text{ m.s}^{-2}$$

b)

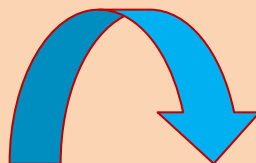


$$\sum F = m \cdot a ; 25 \text{ N} = 5 \text{ Kg} \cdot a ; a = 25 \text{ N} / 5 \text{ Kg} = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

6.- Sobre un cuerpo de 2500 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 20 N, durante 4 s, dejando de actuar en ese momento.

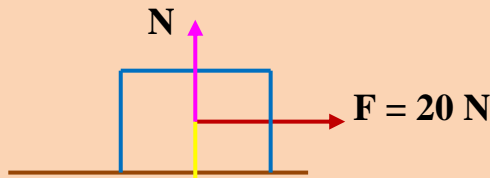
Supuesto que no hay rozamiento,

- ¿Qué velocidad tiene a los 4 s?.
- ¿Qué velocidad tiene a los 10 s?. Explícalo.



Resolución:

a) $2500 \cancel{g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \cancel{g} = 2,5 \text{ Kg}$



$V_0 = 0$

$V_f = V_0 + a \cdot t$ } Necesitamos conocer la aceleración para obtener V_f
 $\sum F = m \cdot a$; $20 \text{ N} = 2,5 \text{ Kg} \cdot a$; $a = 20 \text{ N} / 2,5 \text{ Kg}$

$a = 2,8 \text{ m.s}^{-2}$

$V_f = V_0 + a \cdot t$; $V_f = 0 + 2,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot 4 \text{ s} = 11,2 \text{ m.s}^{-1}$

- c. A los 10 s, no existiendo rozamiento, la velocidad será constante. De los 10 s, 4 s. son consumidos para alcanzar la velocidad de $11,2 \text{ m.s}^{-1}$. En los 6 s. restantes el cuerpo mantendrá su velocidad ($11,2 \text{ m.s}^{-1}$) puesto que no existe rozamiento. Las únicas fuerzas que actúan son el P y la N pero como ya sabemos se anulan mutuamente.

7.- Un objeto de 20 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal. La fuerza de rozamiento es 15 N.

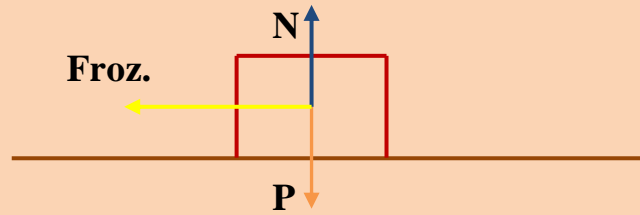
- Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
- ¿Qué fuerza hay que aplicar para que adquiera una velocidad de 36 km/h en 5 s?.
- ¿Qué fuerza hay que aplicar, una vez que ha alcanzado la velocidad de 36 km/h, para que esa velocidad se mantenga constante?.

Resolución:

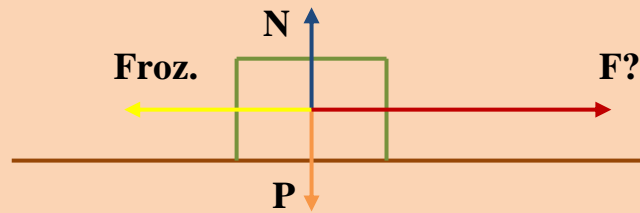
DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

a)



b)



$m = 20 \text{ Kg}$
 $F_{\text{roz.}} = 15 \text{ N}$
 $V_0 = 0$

$$V_f = 36 \text{ Km} / \text{h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Cinemáticamente sabemos que:

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; 10 \text{ m.s}^{-1} = 0 + a \cdot 5 \text{ s} ; 10 \text{ m.s}^{-1} = a \cdot 5 \text{ s}$$

$$a = 10 \text{ m.s}^{-1} / 5 \text{ s} ; a = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

El móvil debe conseguir una aceleración de 2 m.s^{-2} , que podremos obtener si trabajamos con la Dinámica.

Eje OY: $\sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$

$$F - 15 \text{ N} = 20 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m.s}^{-2}$$

$$F - 15 \text{ N} = 40 \text{ N} ; F = 40 \text{ N} + 15 \text{ N} = 55 \text{ N}$$

c) Con la fuerza de 55 N, el móvil llevará una velocidad de $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Si quiere mantener esta velocidad **NO DEBE APLICAR FUERZA ALGUNA**. En estas condiciones **F** y **Froz** se encuentran equilibradas y el móvil consigue el **equilibrio DINÁMICO** que implica la **velocidad constante**. En el momento que apliquemos una nueva fuerza, el equilibrio se rompe y la velocidad ya no permanece constante.

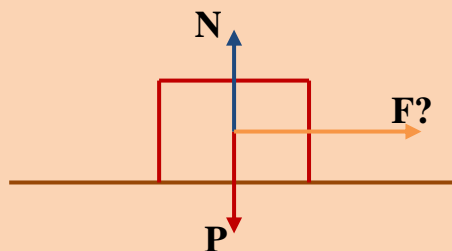
Problema resuelto N° 8

Un carrito de 40 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal.

- ¿Con qué fuerza se le debe empujar para que adquiera una aceleración de $0,8 \text{ m/s}^2$?
- ¿Qué fuerza se le ha de aplicar para que siga con movimiento rectilíneo y uniforme, una vez que ha alcanzado una velocidad de 2 m/s ?
- ¿Cuál será la aceleración si, cuando está moviéndose con una velocidad de 2 m/s , se le empuja con una fuerza de 17 N?

Resolución:

a)



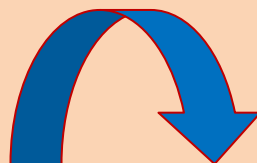
Debemos de suponer que no hay rozamiento.

Ya sabéis que en el eje **OY** $\rightarrow \sum F = 0$

En el eje **OX**: $F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$

$$F - 0 = 40 \text{ Kg} \cdot 0,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$F = 32 \text{ N}$$



b)

Cuando ha alcanzado la velocidad de 2 m.s^{-1} , y queremos que se mantenga ***NO DEBEMOS EJERCER FUERZA ALGUNA***, se rompería el equilibrio dinámico que tiene el cuerpo.

c)

Sabemos que $\sum F = m \cdot a$ (1)

El móvil lleva una velocidad constante de $2 \text{ m.s}^{-1} = V_0$

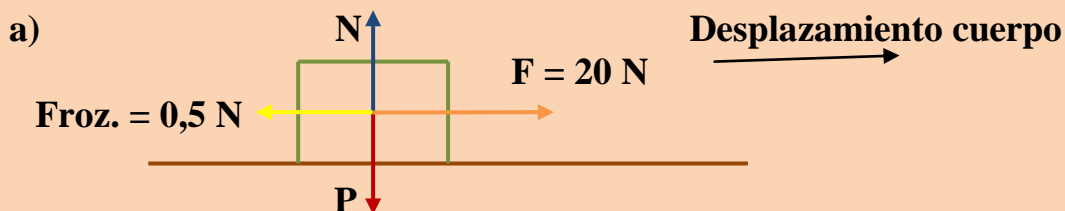
Cuando se le aplique una fuerza de 17 N, el móvil adquirirá una aceleración que hará que la velocidad final sea superior a los 2 m.s^{-1} . Pero a nosotros no nos interesa la velocidad final. Lo que debemos de buscar es la aceleración que consigue el móvil, aceleración que podremos conocer por la ecuación (1):

$$17 \text{ N} = 40 \text{ Kg} \cdot a ; a = 17 \text{ N} / 40 \text{ Kg} = 0,42 \text{ m.s}^{-2}$$

9.- Un cuerpo de masa 10 Kg alcanza una velocidad de 20 m/s cuando actúa sobre él una fuerza de 20 N durante 10 segundos por un plano horizontal. La fuerza de rozamiento es de 0,5 N.

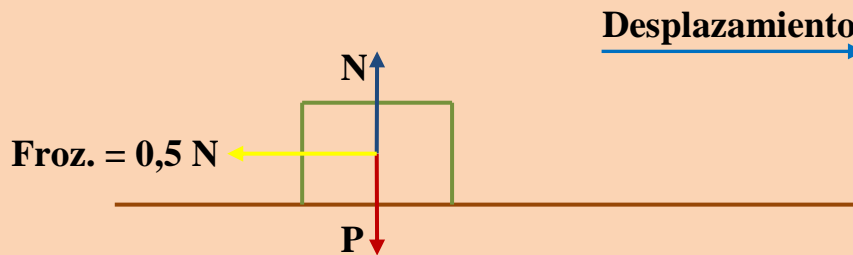
- Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante los 10 primeros segundos.
- Pasados los 10 segundos la fuerza de 20 N es anulada ¿Cuánto tiempo tardará en pararse?
- ¿Qué distancia habrá recorrido en total?

Resolución:



Si lleva una velocidad constante el $\sum F = 0$

- b) Pasados los 10 s, las únicas fuerzas que actúan son el P y la N y la fuerza de rozamiento:



En el Eje **OY**: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$

En el eje **OX**: $F_{ganar} - F_{pierden} = m \cdot a$

$$0 - Froz. = m \cdot a$$

$$0 - 0,5 \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot a ; a = - 0,5 \text{ N} / 10 \text{ Kg} = - 0,05 \text{ m.s}^{-2}.$$

Esta aceleración será la que hará posible que el *cuerpo se pare*:

$$\begin{aligned} V_f &= V_o + a \cdot t ; 0 = 20 \text{ m.s}^{-1} + (-0,05 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t \\ 0 &= 20 \text{ m.s}^{-1} - 0,05 \text{ m.s}^{-2} \cdot t ; t = 20 \text{ m.s}^{-1} / 0,05 \text{ m.s}^{-2} \\ & t = 400 \text{ s} \end{aligned}$$

- c) Para conocer el espacio total recorrido por el cuerpo, dividiremos el movimiento en dos etapas:
1.- Etapa: los 10 s iniciales.
2.- Etapa: los 400 s que tarda en pararse.

1.- Etapa:

$$\left. \begin{aligned} e &= V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ V_o &= 0 \end{aligned} \right\} e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1)$$

La aceleración en los 10 s. iniciales la calcularemos:

$$F_{ganar} - F_{pierden} = m \cdot a ; 20 \text{ N} - 0,5 \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot a$$

$$a = 1,95 \text{ m.s}^{-2}$$

Volviendo a (1):

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,95 \text{ m.s}^{-2} \cdot (10 \text{ s})^2 =$$

$$e = 97,5 \text{ m}$$

2ª Etapa:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e ; 0 = (20 \text{ m.s}^{-1})^2 + 2 \cdot (-1,95 \text{ m.s}^{-2}) \cdot e$$

$$0 = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} - 3,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot e ; e = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 3,9 \text{ m.s}^{-2} = 102,56 \text{ m}$$

El espacio total recorrido será:

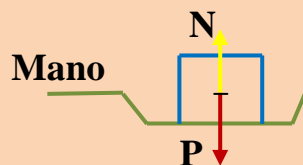
$$e_{1^{\text{a}}\text{etapa}} + e_{2^{\text{a}}\text{etapa}} = 97,5 \text{ m} + 102,56 \text{ m} = 200,06 \text{ m}$$

10.- ¿Qué fuerza hemos de hacer para mantener en reposo, en la mano, un cuerpo de 10 N?.

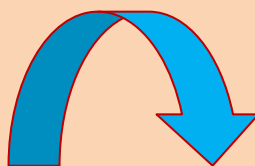
- ¿Y para subirlo con una aceleración de 1 m/s^2 ?
- ¿Y para bajarlo con una aceleración de 1 m/s^2 ?

Resolución:

Queremos establecer el **equilibrio estático**:

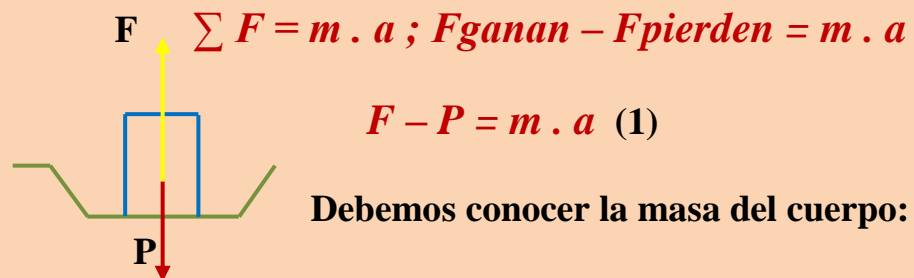


Como se cumple que P es igual a la N, nuestra mano debe realizar una fuerza de 10 N (en sentido ascendente, es decir, la N).



a)

El cuerpo debe ascender con una aceleración de 1 m/s^2 . Sabemos que el cuerpo está bajo la acción de su peso, si queremos que ascienda con una aceleración determinada, la mano debe realizar una fuerza F ascendente:



$$\sum F = m \cdot a ; F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$

$$F - P = m \cdot a \quad (1)$$

Debemos conocer la masa del cuerpo:

$$P = m \cdot g ; 10 \text{ N} = m \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$m = 10 \text{ N} / 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 1,02 \text{ Kg}$$

Volviendo a (1):

$$F - 10 \text{ N} = 1,02 \text{ Kg} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2}$$

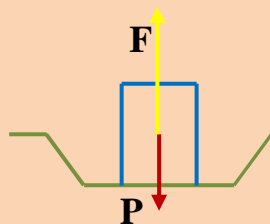
$$F = 1,02 \text{ N} + 10 \text{ N} = 10,02 \text{ N}$$

Fuerza ascendente que debe realizar la mano.

b)

Bajando con una aceleración de 1 m.s^{-2}

Si no existiera la mano el cuerpo caería en caída libre con una aceleración de $9,8 \text{ m.s}^{-2}$. Pero queremos que el cuerpo descienda con una aceleración de 1 m.s^{-2} , mucho más pequeña. El peso debe ser controlado por otra fuerza que realizará la mano en sentido ascendente para contrarrestar al peso que tiene el sentido descendente.



$$F_{\text{gan}} - F_{\text{pier}} = m \cdot a ; P - F = m \cdot a$$

$$10 \text{ N} - F = 1,02 \text{ Kg} \cdot 1 \text{ m.s}^{-2} ; F = 10 \text{ N} - 1,02 \text{ N} = 8,98 \text{ N}$$

Es decir, la mano irá hacia abajo pero manteniendo al peso con una fuerza de 8,98 N

11.- Un cuerpo de masa 3 kg se hace subir por la acción de una fuerza vertical de 50 N. Calcula la aceleración del movimiento.

Resolución:

El cuerpo estará bajo la acción de dos fuerzas: su peso y la que ejercemos sobre él de 50 N:

El peso del cuerpo vale: $P = m \cdot g ; P = 3 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} = 29,4 \text{ N}$



En el Eje OY: $\sum F = m \cdot a \rightarrow F_{\text{gan}} - F_{\text{pier}} = m \cdot a$

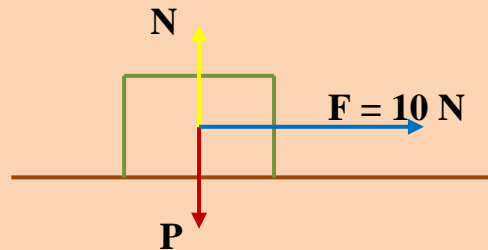
$$F - P = m \cdot a ; 50 \text{ N} - 29,4 \text{ N} = 3 \text{ Kg} \cdot a$$

$$20,6 \text{ N} = 3 \text{ Kg} \cdot a ; a = 20,6 \text{ N} / 3 \text{ Kg} = 6,9 \text{ m.s}^{-2}$$

12.- Un bloque de 1 Kg de masa se encuentra sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 10 N, determina:
a) Aceleración que adquiere. b) Espacio y velocidad adquirida a los 5s.

Resolución:

a)



Eje OY: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$; $F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$

$10 \text{ N} - 0 = 1 \text{ Kg} \cdot a$; $a = 10 \text{ N} / 1 \text{ Kg} = 10 \text{ m.s}^{-2}$

b) Al trabajar en Cinemática nos encontramos con la ecuación:

$$V_f = V_o + a \cdot t ; V_f = 0 + 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot 5 \text{ s}$$

$$V_f = 50 \text{ m.s}^{-1}$$

En lo referente al espacio:

$$e = V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; V_o = 0 \rightarrow$$

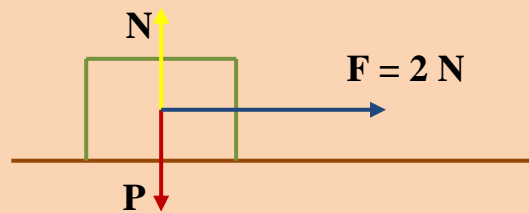
$$e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ m.s}^{-2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 125 \text{ m}$$

13.- De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

- Calcular la aceleración con la que se mueve.
- ¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Resolución:

a)



Eje OY: $\sum F = 0 \rightarrow P = N$ (Se anulan mutuamente)

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$$

$$2 \text{ N} - 0 = 0,5 \text{ Kg} \cdot a ; a = 2 \text{ N} / 0,5 \text{ Kg} = 4 \text{ m.s}^{-2}$$

b)

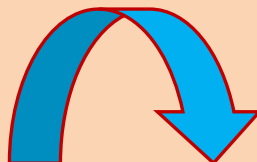
$$V_f = V_o + a \cdot t ; V_o = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t ; V_f = 4 \text{ m.s}^{-2} \cdot 2,3 \text{ s}$$

$$V_f = 9,2 \text{ m.s}^{-1}$$

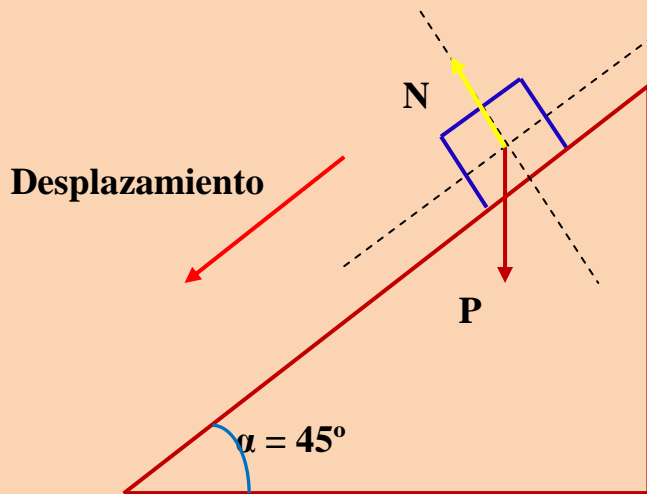
15.- Tenemos un cuerpo de masa 5 Kg en lo alto de un plano inclinado 45° sobre la horizontal y de 20 metros de longitud. Determinar, suponiendo que no existe rozamiento:

- La velocidad con la que llega a la parte baja del plano inclinado.
- El tiempo que tarda en recorrer los 20 metros del plano.

Resolución:



Situaremos el cuerpo en la parte superior, haremos pasar unos ejes de coordenadas sobre él y estableceremos las fuerzas que actúan.



a)

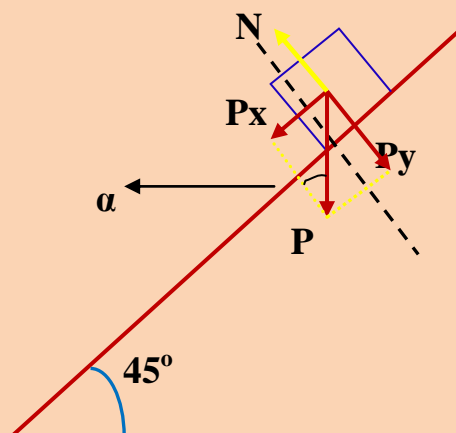
Con los datos que nos proporcionan, mediante la ecuación:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (1)$$

La $V_o = 0$ luego para conocer la V_f debemos conocer la *aceleración*.

Tenemos un problema: *no existe la que determina el desplazamiento descendente del cuerpo sobre el plano inclinado.*

Vamos a proyectar el peso sobre los ejes de coordenadas:



DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

Con la obtención del diagrama de fuerzas ya hemos hecho algo muy importante. Ahora estudiaremos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada uno de los ejes de coordenadas:

Eje OY:

Podemos observar que la longitud del vector **N** y la del vector **Py** son exactamente iguales.

Esto implica, si os acordáis del caso de fuerzas concurrentes en un punto, de igual intensidad, igual dirección y sentido contrario, que la resultante se obtenía mediante la diferencia de las fuerzas luego, en este eje: **OY**

$$\sum F = Py - N = N - Py = 0$$

Nos podemos olvidar de P_y y de la N .

En el *eje OY* no actúa fuerza alguna.

Eje OX:

En este eje el $\sum F$ lo determino de la siguiente forma:

$$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden}$$

Las F_{ganan} son aquellas que llevan el mismo sentido del desplazamiento del cuerpo. La $F_{pierden}$, las que llevan sentido contrario. En nuestro caso:

$$\sum F = m \cdot a \quad (2)$$

$$Px - 0 = m \cdot a$$

Si en el diagrama de fuerzas observáis el triángulo \widehat{OPxP} vemos que:

$$\text{sen } \alpha = Px / P \rightarrow Px = P \cdot \text{sen } \alpha ; P = m \cdot g \rightarrow Px = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

Si nos vamos a (2):

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot \text{sen } \alpha$$

Esta ecuación anterior se debe saber demostrar.

Con esta ecuación conoceremos la aceleración de bajada:

$$a = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{sen } 45^\circ \quad ; \quad a = 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Si nos vamos a la ecuación (1):

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad ; \quad V_f^2 = 0 + 2 \cdot 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20 \text{ m} = 274,4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$V_f = (274,4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2})^{1/2} \quad ; \quad V_f = 16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b)

En lo referente al tiempo:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad ; \quad 16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0 + 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot t$$

$$16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot t \quad ; \quad t = 16,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} / 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

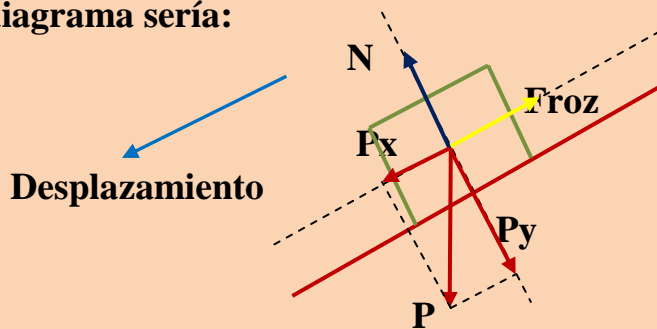
$$t = 2,4 \text{ s}$$

Observar que para resolver el ejercicio hemos tenido que recordar ecuaciones de Cinemática pero respecto a la *Dinámica*, la única ecuación que *hemos utilizado* ha sido:

$$\sum F = m \cdot a$$

Una pequeña variación haría que el diagrama de fuerzas sea distinto y por lo tanto la ecuación final de la aceleración sería distinta a la anterior. Por ejemplo, si existe una fuerza de rozamiento de 2 N

El diagrama sería:



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$ (N y P_y se anulan mutuamente)

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$$

$$P_x - F_{roz} = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{roz} = m \cdot a$$

$$a = (m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{roz}) / m$$

Observar como la aceleración es distinta a la aceleración de la primera situación.

16.- En la base de un plano inclinado, 30° sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de 5 Kg de masa. Le aplicamos una fuerza constante de 100 N paralela al plano inclinado y en sentido ascendente, adquiere una velocidad de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- ¿Qué espacio habrá recorrido, sobre el plano inclinado, a los 20 segundos de iniciado el movimiento.
- ¿Qué tiempo ha tardado en recorrer ese espacio?.

Resolución:

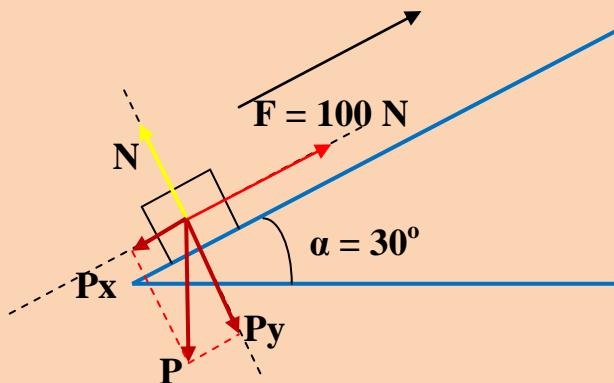
Leemos el problema y recordamos que el cuerpo está sometido a una fuerza, lo que implica una aceleración. Esto me dice que nos encontramos frente a una situación de un M.R.U.A:

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad (1)$$

$$e = e_o + V_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (3)$$

En todos los casos nos vemos en la necesidad del cálculo de la **aceleración** y para ello no tenemos más remedio que plantearnos el diagrama de fuerzas:



Eje OY: $N = P_y \rightarrow$ Se anulan mutuamente. No intervienen.

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden}$$

$$F - P_x = m \cdot a \quad ; \quad P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$100 - m \cdot g \cdot \text{sen } 30^\circ = m \cdot a$$

$$100 - 5 \cdot 9,8 \cdot 0,5 = 5 \cdot a \quad ; \quad a = 75,5 / 5 = 15,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Si trabajamos en el **S. I.** y nos sabemos las unidades de las diferentes magnitudes con las que hemos trabajado, podemos eliminar unidades de la ecuación y hacer el cálculo más rápido.

a)

Podemos utilizar la ecuación (3):

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$(20 \text{ m.s}^{-1})^2 = 0 + 2 \cdot 15,1 \text{ m.s}^{-2} \cdot e$$

$$400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 30,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot e$$

$$e = 400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} / 30,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} ; e = 13,24 \text{ m}$$

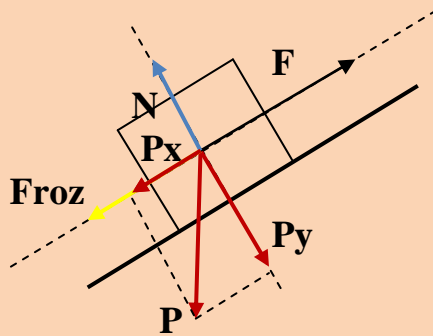
b)

En lo referente al tiempo:

$$V_f = V_o + a \cdot t ; 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0 + 15,1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t$$

$$t = 20 \text{ m.s}^{-1} / 15,1 \text{ m.s}^{-2} ; t = 1,32 \text{ s}$$

Supongamos ahora la existencia de una fuerza de rozamiento de 5 N.
El diagrama de fuerzas será:



$$\text{Eje OY: } N = P_y \rightarrow \sum F = 0$$

$$\text{Eje OX: } \sum F = m \cdot a$$

$$F_{\text{gan}} - F_{\text{pierden}} = m \cdot a$$

$$F - (P_x + F_{\text{roz}}) = m \cdot a$$

$$a = [F - (P_x + F_{\text{roz}})] / m$$

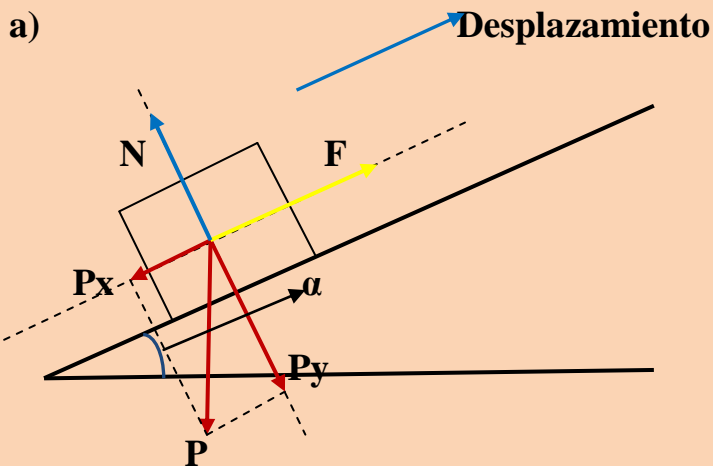
$$a = (F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F_{\text{roz}}) / m$$

La aceleración es distinta a la aceleración de la situación inicial. El diagrama de fuerzas ya no es el mismo y $\sum F$ también será distinto. El resto del problema lo podéis resolver con el nuevo valor de la aceleración.

17.- Para subir un cuerpo de 10 kg por un plano inclinado liso (sin rozamiento) que forma un ángulo de 30° con la horizontal, se le aplica una fuerza de 130 N en la dirección de la máxima pendiente del plano ($p_x = 49$ N).

- Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
 - Halla la resultante sobre cada uno de los ejes (perpendicular y paralelo al plano).
 - Calcula la aceleración con la que sube por el plano.
 - Calcula la velocidad que tiene cuando ha recorrido 20 m.
- a) Resuelve el ejercicio suponiendo que existe una fuerza de rozamiento 20 N.

Resolución:



b)

Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$\sum F = F_{\text{ganan}} - F_{\text{pierden}} = 130 \text{ N} - P_x = 130 \text{ N} - 49 \text{ N} = 81 \text{ N}$

c) Trabajamos en el eje OX. En el eje OY hemos visto que $\sum F = 0$

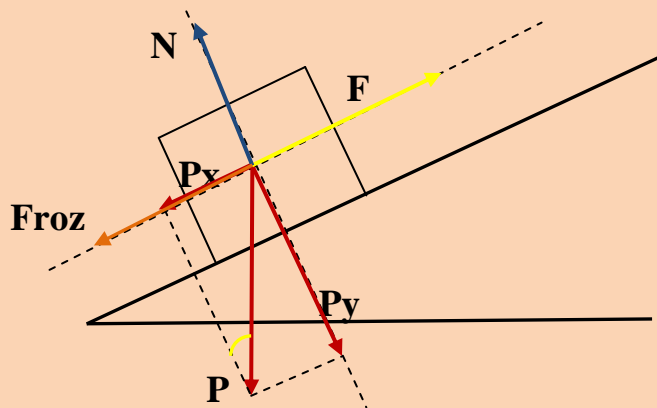
$\sum F = m \cdot a ; 81 \text{ N} = 10 \text{ Kg} \cdot a ; a = 81 \text{ N} / 10 \text{ Kg} = 8,1 \text{ m.s}^{-2}$

d) En Cinemática:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e ; V_o = 0 \rightarrow V_f^2 = 2 \cdot a \cdot e$$

$$V_f = (2 \cdot a \cdot e)^{1/2} ; V_f = (2 \cdot 8,1 \text{ m.s}^{-2} \cdot 20 \text{ m})^{1/2} = 18 \text{ m.s}^{-1}$$

e) El nuevo diagrama será:



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

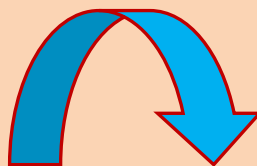
$$F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$

$$F - (P_x - F_{\text{roz}}) = m \cdot a$$

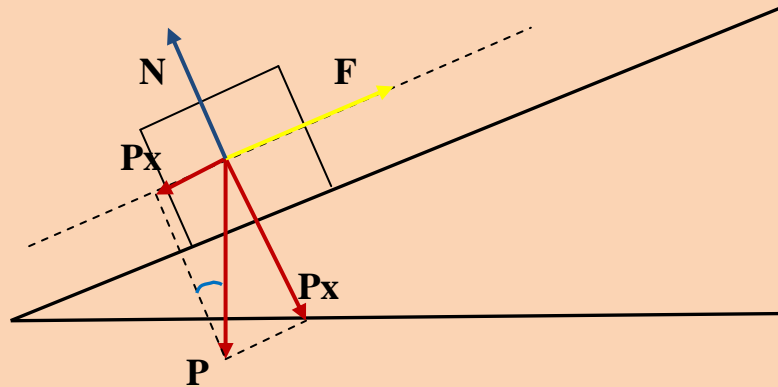
De esta expresión obtenemos el valor de “a” y podemos realizar el resto del problema.

18.- Se quiere subir un cuerpo de 200 Kg por un plano inclinado 30 ° con la horizontal. Determinar la fuerza que debería aplicarse al cuerpo para que ascendiera por el plano a velocidad constante.

Resolución:



El problema no dice nada sobre el coeficiente de rozamiento, luego supondremos que no EXISTEN DE ROZAMIENTO



Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

El desplazamiento es paralelo al eje OX.

Veamos las fuerzas que actúan en este eje:

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$F_{ganar} - F_{perder} = m \cdot a$

$F - P_x = m \cdot a$; $P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$

$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$

Como queremos que el cuerpo suba a velocidad constante, *la aceleración debe valer cero ($a = 0$).* Luego:

$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot 0$

$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = 0$

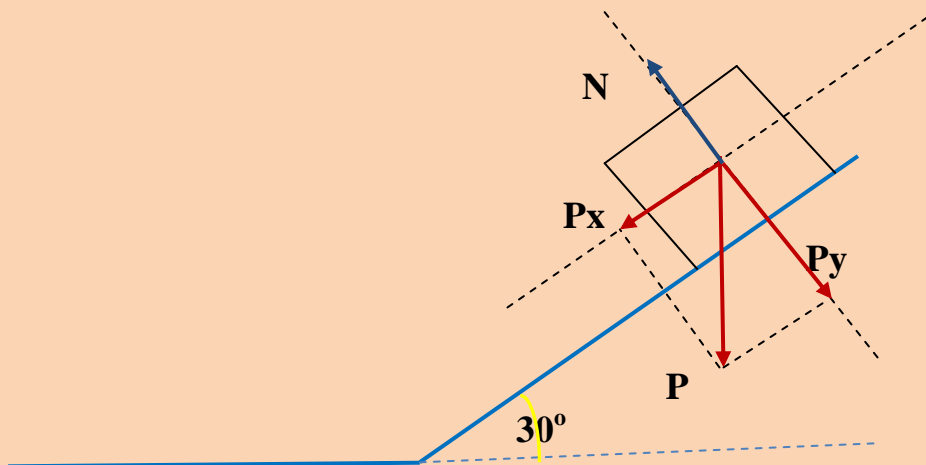
$F = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$; $F = 200 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot \text{sen } 30^\circ = 980 \text{ N}$

19.- Un bloque de $m=2$ Kg. se encuentra en la parte superior de un plano inclinado 30° y de longitud 4 m, después continúa moviéndose por un plano horizontal hasta que se para, por la oposición al avance de una fuerza de 2N, calcula:

- 1.- Aceleración con que desciende por el plano inclinado.
- 2.- Tiempo que tarda en recorre los 4m de longitud del plano inclinado.
- 3.- Velocidad con que llega al final de dicho plano.
- 4.- Calcula la aceleración que llevará por el plano horizontal.
- 5.- Tiempo que tarda en detenerse.

Resolución:

1.-



Veamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su desplazamiento por el plano inclinado:

Eje OY: $N = P_y \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

$$F_{\text{gan}} - F_{\text{pied}} = m \cdot a$$

$$P_x - 0 = m \cdot a \quad ; \quad P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha \rightarrow$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot \text{sen } \alpha ; a = 9,8 \text{ m.s}^{-2} \cdot \text{sen } 30^\circ = 4,9 \text{ m.s}^{-2}$$

2.- Tiempo en descender el plano de 4 metros de largo:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; V_0 = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$4 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot t^2 ; t = (8 \text{ m} / 4,9 \text{ m.s}^{-2})^{1/2}$$

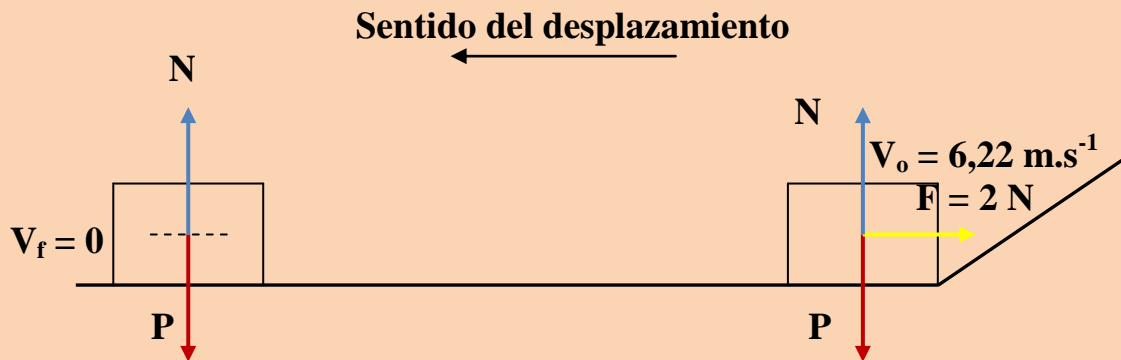
$$t = 1,27 \text{ s}$$

3.- V_f ?

$$V_f = V_0 + a \cdot t ; V_0 = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t$$

$$V_f = 4,9 \text{ m.s}^{-2} \cdot 1,27 \text{ s} = 6,22 \text{ m.s}^{-1}$$

4.-



Eje OY: $P = N \rightarrow \sum F = 0$

Eje OX: $\sum F = m \cdot a$

Antes de obtener el valor de la aceleración, *pensemos* . Como la fuerza que actúa lleva el sentido contrario al desplazamiento, la aceleración debe ser negativa. Veamos si es cierto:

$$F_{\text{ganar}} - F_{\text{perder}} = m \cdot a$$

$$0 - F = m \cdot a ; 0 - 2 \text{ N} = 2 \text{ Kg} \cdot a$$

$$a = - 2 \text{ N} / 2 \text{ Kg} ; a = - 1 \text{ m.s}^{-2}$$

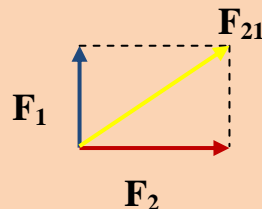
En lo referente al tiempo que tarda en pararse, sabemos:

$$\left. \begin{array}{l} V_o = 6,22 \text{ m.s}^{-1} \\ a = - 1 \text{ m.s}^{-2} \\ V_f = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_f = V_o + a \cdot t ; 0 = 6,22 \text{ m.s}^{-1} + (- 1 \text{ m.s}^{-2}) \cdot t \\ 0 = 6,22 \text{ m.s}^{-1} - 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t \\ 1 \text{ m.s}^{-2} \cdot t = 6,22 \text{ m.s}^{-1} \\ t = 6,22 \text{ m.s}^{-1} / 1 \text{ m.s}^{-2} = 6,22 \text{ s} \end{array}$$

20.- Tres fuerzas aplicadas a un mismo punto se equilibran entre sí. Dos de ellas son perpendiculares y sus intensidades valen 10N y 20N. ¿Qué características tendrá la tercera fuerza?. Haga un esquema.

Resolución:

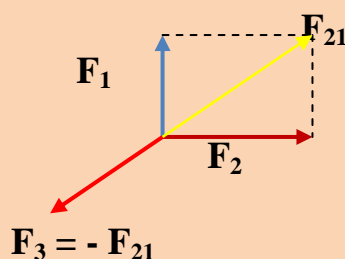
Trabajaremos con las dos fuerzas que conocemos y que podemos calcular su resultante:



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} ; F_{21} = (10^2 + 20^2)^{1/2} ; F_{21} = (100 + 400)^{1/2}$$

$$F_{21} = 22,4 \text{ N}$$

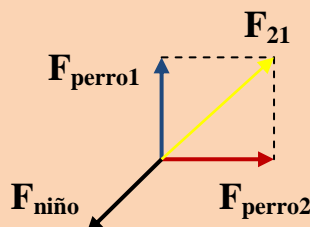
La tercera fuerza, F_3 , tiene que establecer el equilibrio en el sistema, luego numéricamente debe valer 22,4 N, tener la misma dirección de F_{21} y sentido contrario, es decir:



21.- Un niño sujeta en cada una de sus manos un perro atado a una correa. Los dos perros tiran del niño en direcciones perpendiculares y con las fuerzas de 1N y 1,5N. ¿Cómo debe ser la fuerza que haga el niño para no moverse?

Resolución:

Para que el niño no se mueva el sistema (los dos perros y el niño) debe estar en equilibrio. Para ello el niño tendrá que realizar una fuerza que equilibre a la **resultante** (F_{21}) de las fuerzas que ejercen los perros, es decir, **del mismo valor**, de la misma dirección y de sentido contrario. Según el esquema:



$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} \quad ; \quad F_{21} = [1^2 + (1,5)^2]^{1/2}$$

$$F_{21} = (1 + 2,25)^{1/2} \quad ; \quad F_{21} = 1,8 \text{ N}$$

La fuerza que debe ejercer el niño vale 1,8 N.

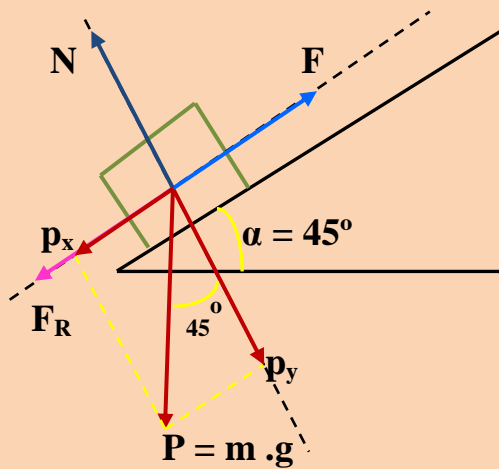
22.- Queremos subir un cuerpo de masa 150 Kg por un plano inclinado 45° sobre la horizontal. Ejercemos una fuerza ascendente paralela al plano inclinado que le proporciona al cuerpo una aceleración de 5 m/s^2 . ¿Cuál es el valor de la fuerza aplicada? ¿Cuál es el valor de la velocidad que alcanza el cuerpo después de que la fuerza ascendente actúe durante 10 s?

NOTA: Coeficiente de rozamiento $\mu = 0,2$

Resolución:

DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es



Aplicando el 2º principio de la Dinámica:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F - (p_x + Fr) = m \cdot a \quad (1)$$

$$Fr = \mu \cdot N ; N = p_y ; p_y = p \cdot \cos 45^\circ ; p_y = m \cdot g \cdot \cos 45^\circ$$

$$p_y = 150 \cdot 9,81 \cdot 0,7 ; p_y = 1030,05 \text{ N} \rightarrow Fr = 0,2 \cdot 1030,05 = 206,1 \text{ N}$$

$$p_x = p \cdot \sin 45^\circ ; p_x = m \cdot g \cdot \sin 45^\circ ; p_x = 150 \cdot 9,81 \cdot 0,7 = 1030,05 \text{ N}$$

De la ecuación (1):

$$F - (1030,05 + 206,1) = 150 \cdot 5 ; F \cdot 1236,15 = 750$$

$$F = 750 / 1236,15 = 0,6 \text{ N}$$

En lo referente a la velocidad alcanzada a los 10 s de iniciado el movimiento:

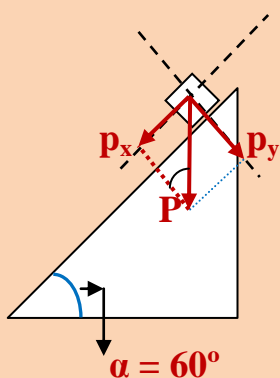
$$F \cdot t = m \cdot (v_f - v_o) ; v_o = 0 ; F \cdot t = m \cdot v_f$$

$$0,6 \cdot 10 = 150 \cdot v_f ; 6 = 150 \cdot v_f ; v_f = 6 / 150 = 0,04 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

23.- Desde la parte alta de un plano inclinado 60° sobre la horizontal dejamos en libertad un cuerpo de masa 75 Kg . Si no existe una fuerza de rozamiento determina la fuerza que debe actuar sobre el cuerpo para que consiga una aceleración de bajada de 5 m/s^2 .

Resolución:

Lo primero que debemos de comprobar es si su propio peso le proporciona esa aceleración:



La única fuerza que lleva la dirección y sentido descendente es " p_x ".

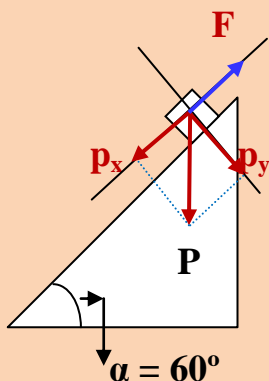
$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x = p \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a ; g \cdot \text{sen } \alpha = a$$

$$a = 9,81 \cdot 0,86 = 8,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El propio peso le proporciona una *aceleración superior a la establecida* luego la fuerza que debemos ejercer debe ser *paralela al plano inclinado*, de *la misma dirección de " p_x "* pero de *sentido contrario*. Para frenar al cuerpo y conseguir la aceleración de 5 m/s . Tendremos que aplicar una fuerza F como consta en el esquema siguiente:



La única fuerza que lleva la dirección y sentido descendente es " p_x ".

$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x = p \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

Como sabemos:

$$\sum F = m \cdot a ; [p_x + (- F)] = m \cdot a ; m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - F = m \cdot a$$

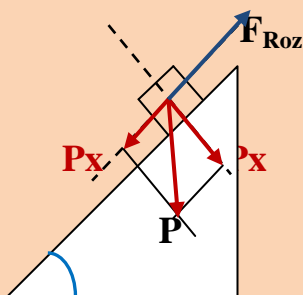
$$F = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - m \cdot a ; F = 75 \cdot 9,81 \cdot 0,87 - 75 \cdot 5 =$$

$$F = 640,1 - 375 = 265,1 \text{ N.}$$

24.- Resolver el problema anterior cuando exista una fuerza de rozamiento de 850 N.

Resolución:

El cuerpo no descenderá directamente puesto que la fuerza de rozamiento es superior a la P_x :

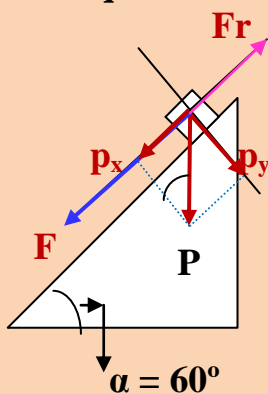


$$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen } 60^\circ ; P_x = 75 \cdot 9,81 \cdot 0,87 =$$

$$P_x = 640,1 \text{ N} < 850 \text{ N}$$

$$F_{\text{ROZ}} = 850 \text{ N}$$

El nuevo esquema de fuerzas es:



En base al 2º principio de la Dinámica:

$$\sum F = m \cdot a$$

Podemos escribir:

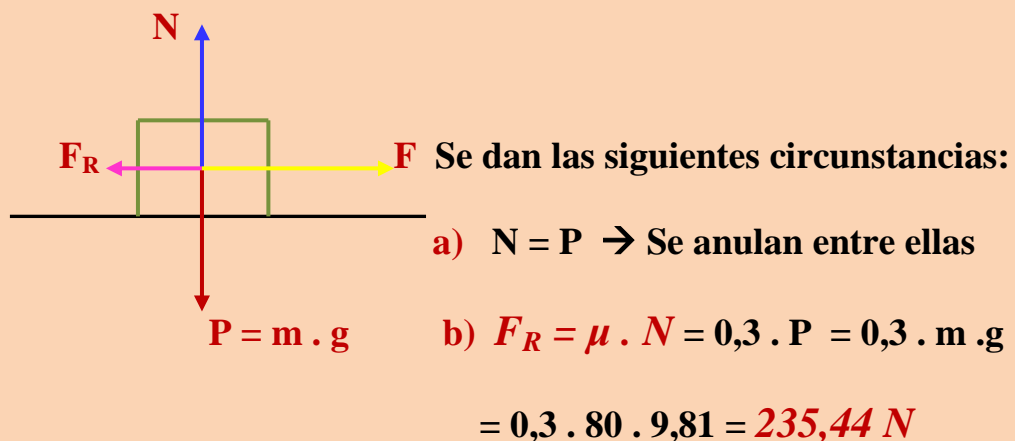
$$[(F + p_x) - Fr = m \cdot a$$

$$F + 640,1 - 850 = 75 \cdot 5 ; F = 375 - 640,1 + 850 = 584,9 \text{ N}$$

25.- Dos obreros quieren mover un cajón, por una plataforma horizontal, que junto con su contenido tiene una masa de 80 kg. El coeficiente de rozamiento estático (μ_e) vale 0,3. Puesto en movimiento el cajón la plataforma se inclina hacia abajo un ángulo para que dicho cajón descienda por sí mismo. El coeficiente de rozamiento cinético (μ_c) es de 0,2. ¿Cuál será el ángulo de inclinación para que se cumplan tales condiciones?.

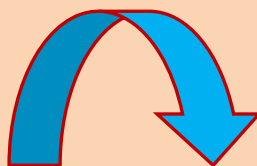
Resolución:

En el plano horizontal las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:
Para iniciar el movimiento del cajón los dos obreros deben vencer la fuerza de rozamiento puesto que la normal y el peso se anulan mutuamente:



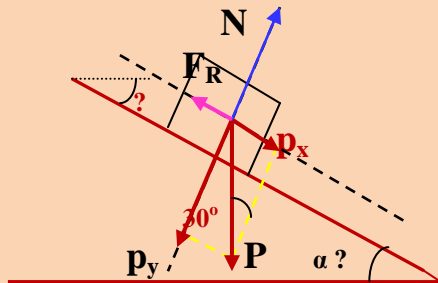
Las dos únicas fuerzas que actúan sobre el cuerpo son F y F_R , luego:

$$F + (-F_R) = 0 ; F - F_R = 0 ; F = F_R = 235,44 \text{ N}$$



Inclinamos el plano hacia abajo:

El nuevo diagrama de fuerzas es:



Como en el caso anterior la N y el P se anulan mutuamente pero ahora la normal equivale a:

$$N = P_y = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

El 2º Principio de la Dinámica nos dice:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x - Fr = m \cdot a ; m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu_c \cdot N = 0$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

$$m (g \cdot \text{sen } \alpha - \mu_c \cdot g \cdot \cos \alpha) = 0$$

$$g (\text{sen } \alpha - \mu_c \cdot \cos \alpha) = 0 ; \text{sen } \alpha - \mu_c \cdot \cos \alpha = 0$$

Nos queda:

$$\text{sen } \alpha - \mu_c \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\text{sen } \alpha = \mu_c \cdot \cos \alpha$$

Si dividimos ambos miembros por $\cos \alpha$, nos queda:

$$\text{sen } \alpha / \cos \alpha = \mu_c \cdot \cos \alpha / \cos \alpha$$

$$\operatorname{tag} \alpha = \mu c \quad ; \quad \operatorname{tag} \alpha = 0,2 \rightarrow \alpha = 11,54^\circ$$

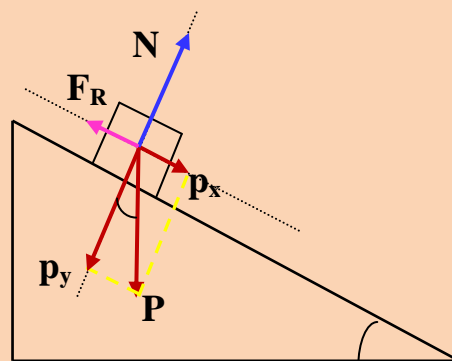
26.- En lo alto de un plano inclinado, 45° sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de masa “m”. El $\mu = 0,2$. Determinar:

- La aceleración de caída.
- ¿Qué espacio de plano inclinado habrá recorrido en 15 segundos?.
- ¿Cuál es la velocidad alcanzada al cabo de los 15 s?

Resolución:

a)

Diagrama de fuerzas:



a) $V_0 = 0$; $\alpha = 45^\circ$

$$\sum F = m \cdot a$$

$$[p_x + (-F_R)] = m \cdot a$$

$$p_x = p \cdot \operatorname{sen} \alpha = m \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$F_R = N = p_y = m \cdot g \cdot \operatorname{cos} \alpha$$

$$[p_x + (-F_R)] = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{cos} \alpha = m \cdot a$$

Sacando factor común ($m \cdot g$) nos queda:

$$m \cdot g (\operatorname{sen} \alpha - \mu \operatorname{cos} \alpha) = m \cdot a$$

$$a = g \cdot (\operatorname{sen} \alpha - \mu \cdot \operatorname{cos} \alpha)$$

$$a = 9,81 \cdot (\operatorname{sen} 45^\circ - 0,2 \cdot \operatorname{cos} 45^\circ)$$

$$a = 9,81 \cdot (0,7 - 0,14) = 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b)

$$V_0 = 0 ; t = 15 \text{ s}$$

Según la Cinemática:

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; V_0 = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = \frac{1}{2} \cdot 5,5 \cdot (15)^2$$

$$e = 618,75 \text{ m}$$

c)

También en función de la Cinemática sabemos que:

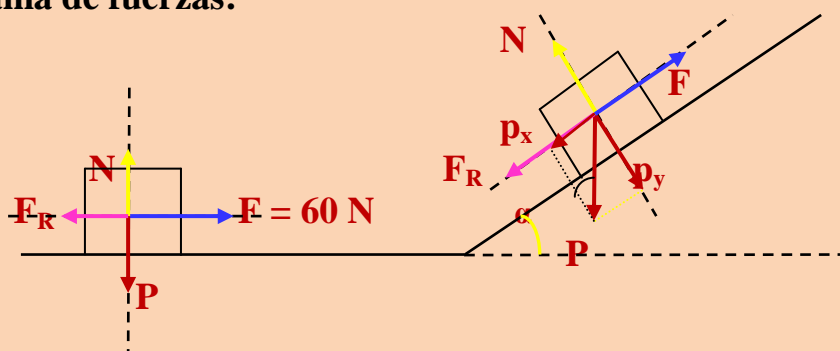
$$V_f = V_0 + a \cdot t$$

$$\text{Como } v_0 = 0 \rightarrow V_f = a \cdot t \rightarrow V_f = 5,5 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ s} = 82,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

27.- Un bloque de piedra de masa 30 Kg puede ser arrastrado por una superficie horizontal mediante una fuerza paralela al plano de 50 N. Si elevamos el plano una inclinación de 30° que fuerza paralela al plano inclinado sería necesario aplicar para que el bloque ascienda con una aceleración constante de 5 m/s^2 ?

Resolución:

Diagrama de fuerzas:



En el plano inclinado se cumple:

$$\sum F = m \cdot a$$

DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es

$$F - (p_x + F_R) = m \cdot a ; F - p_x - F_R = m \cdot a$$

$$p_x = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha ; N = p_y = m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$$

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot N = m \cdot a$$

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha = m \cdot a$$

Lo conocemos todo excepto μ . Para su conocimiento nos vamos al plano horizontal en donde se cumple:

$$\sum F = m \cdot a$$

como $a = 0$

$$F - F_R = m \cdot 0 ; F - F_R = 0 \rightarrow F = F_R$$

Sabemos que $F_R = \mu \cdot N$; $N = P \rightarrow F_R = \mu \cdot P = \mu \cdot m \cdot g$

Luego:

$$F = \mu \cdot m \cdot g ; \mu = F / m \cdot g ; \mu = 60 \text{ N} / 30 \text{ Kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\mu = 60 / 294,3 = 0,2 \text{ (No tiene unidades)}$$

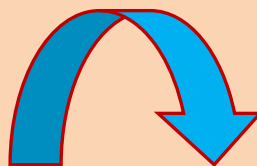
Ya nos podemos marchar al plano inclinado:

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha = m \cdot a$$

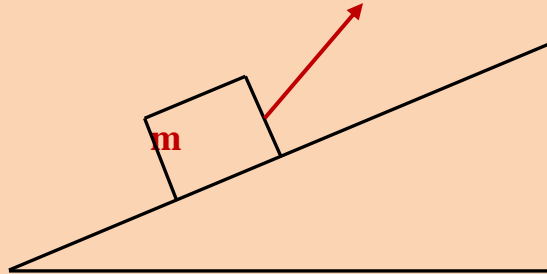
$$F - 30 \cdot 9,81 \cdot \text{sen } 30^\circ - 0,2 \cdot 30 \cdot 9,81 \cdot 0,87 = 30 \cdot 5$$

$$F - 147,5 - 51,2 = 150 ; F - 198,7 = 150$$

$$F = 150 + 198,7 = 348,7 \text{ N}$$



28.- Según el esquema adjunto:



DATOS: $F = 100 \text{ N}$; $\mu = 0,3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $m = 15 \text{ Kg.}$; $\alpha = 30^\circ$

Determinar:

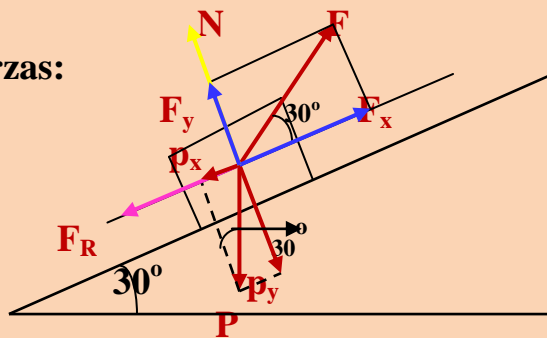
- Diagrama de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
- El valor de la fuerza de rozamiento, F_R , para que el cuerpo quede en reposo.
- El valor de la fuerza F para que el cuerpo ascienda por el plano inclinado con una aceleración de 5 m/s^2 .

Resolución:

a)

Sobre el cuerpo además de actuar la fuerza “ F ” actúan el *peso* del cuerpo y la *normal*. Introduciremos un sistema de coordenadas en donde incorporaremos las fuerzas o la descomposición de estas en los ejes de coordenadas:

Diagrama de fuerzas:



b)

Las fuerzas que pueden actuar en la dirección y sentido del desplazamiento del cuerpo son aquellas que tienen componentes en el eje OX. Como el cuerpo debe quedar en reposo se cumplirá:

$$\sum F = 0$$

En base a esta ecuación:

$$F_x - (p_x + F_R) = 0$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$p_x = p \cdot \sin \alpha$$

$$F \cdot \cos 30^\circ - m \cdot g \cdot \sin 30^\circ - F_R = 0$$

$$100 \cdot 0,87 - 15 \cdot 10 \cdot 0,5 - F_R = 0$$

$$87 - 75 - F_R = 0 ; F_R = 87 - 75 = 12 \text{ N}$$

c)

Se debe de cumplir que:

$$\sum F = m \cdot a$$

Como en el caso anterior serán las fuerzas del eje OX las que intervendrán en el desplazamiento del cuerpo. Como el cuerpo asciende:

$$F_x - (p_x + F_R) = m \cdot a \quad (1)$$

$$F_R = \mu \cdot N$$

En el eje OY se cumple:

$$F_y + N = p_y ; N = p_y - F_y$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$F_x - p_x - \mu \cdot N = m \cdot a$$

$$F_x - p_x - \mu \cdot (p_y - F_y) = m \cdot a$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F \cos 30^\circ - m \cdot g \cdot \sin 30^\circ - \mu (p_y - F_y) = m \cdot a$$

$$p_y = p \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F \cdot 0,87 - 15 \cdot 10 \cdot 0,5 - 0,3 (m \cdot g \cdot \cos 30^\circ - F \cdot \sin 30^\circ) = m \cdot a$$

$$F \cdot 0,87 - 75 - 0,3 (15 \cdot 10 \cdot 0,87 - F \cdot 0,5) = 15 \cdot 5$$

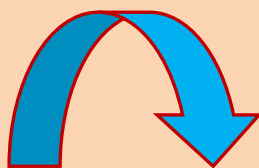
$$0,87 F - 75 - 39,15 + 0,15 F = 75$$

$$0,87 F + 0,15 F = 75 + 75 + 39,15$$

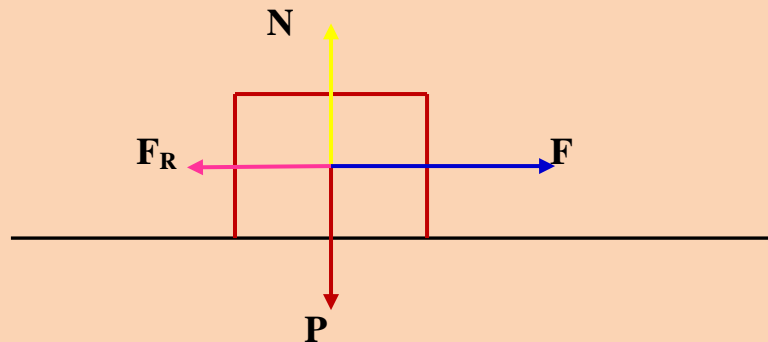
$$1,02 F = 189,15 ; F = 189,15 / 1,02 = 185,44 \text{ N}$$

29.- En un tiempo de 10 segundos hacemos pasar un bloque del reposo hasta conseguir una velocidad de 15 m/s. sobre una superficie horizontal. Tal efecto se ha conseguido por la acción de una fuerza paralela al plano horizontal y de valor 1/2 veces el valor del peso del cuerpo. ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento?

Resolución:



El diagrama de fuerzas es:



Podemos aplicar la ecuación:

$$\sum F \cdot t = m \cdot (V_f - V_o)$$

$$(F - F_R) \cdot t = m \cdot (V_f - V_o)$$

$$F = 1/2 p = 1/2 \cdot m \cdot g$$

$$F_R = \mu \cdot N ; N = p ; F_R = \mu \cdot m \cdot g$$

$$(1/2 \cdot m \cdot g - \mu \cdot m \cdot g) \cdot 10 = m \cdot (15 - 0)$$

Sacamos factor común la masa:

$$\cancel{m} \cdot (1/2 \cdot 9,81 - \mu \cdot 9,81) \cdot 10 = \cancel{m} \cdot 15$$

$$49,5 - 98,1 \mu = 15 ; 98,1 \mu = 49,5 - 15$$

$$98,1 \mu = 34,5 ; \mu = 34,5 / 98,1 = 0,35 \text{ (NO TIENE UNIDADES)}$$

$$-\mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^\circ = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$70 \cdot 9,81 \cdot 0,87 - 0,3 \cdot 70 \cdot 9,81 \cdot 0,5 - 50 \cdot 9,81 \cdot 0,7 - 0,2 \cdot 50 \cdot 9,81 \cdot 0,7 =$$

$$= (50 + 70) \cdot a$$

$$597,43 - 103 - 343,35 - 68,67 = 120 a ; 82,41 = 120 a$$

$$a = 82,41 / 120 = 0,68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

DINÁMICA I. PLANOS HORIZONTALES, VERTICALES Y FUERZAS DE ROZAMIENTO

AUTOR: ANTONIO ZARAGOZA LÓPEZ www.profesorparticulardefisicayquimica.es