

## **TEMA Nº 8. EJERCICIOS DE TENSIONES, CURVAS, PERALTES Y FUERZA CENTRÍFUGA**

**1.-** Dentro de la caja de un ascensor tenemos un cuerpo de masa 75 Kg. Determinar la fuerza que realiza el cuerpo sobre el fondo del ascensor cuando:

- a) Está parado.
- b) Asciede con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ .
- c) Asciede con velocidad constante.
- d) Llegando al piso deseado el motor del ascensor proporciona una aceleración de  $-1 \text{ m/s}^2$ .
- e) Desciede con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ .
- f) Desciede con velocidad constante.
- g) Llegando a la planta baja el ascensor adquiere una aceleración de  $-1 \text{ m/s}^2$ .

### **Resolución:**

La clave de este tipo de problemas se basa en el hecho de que **la fuerza que actúa sobre el suelo del ascensor es equivalente a la Tensión del cable**. Se podría demostrar con los aparatos de medida correspondientes.

Vamos a resolver el ejercicio mediante dos métodos para poner de manifiesto las **Fuerzas de Inercia** ( ficticias) y **Fuerzas reales**.

### **Mediante fuerzas ficticias:**

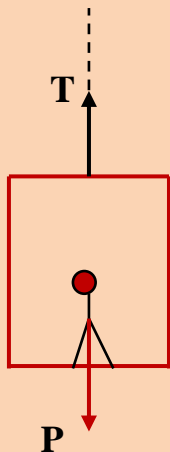
En el ejercicio intervienen tres tipos de fuerza:

- a) **El peso del cuerpo.**
- b) **La tensión del cable.**
- c) **La fuerza de Inercia.**

Utilizaremos el Principio de D'Alembert: **La suma algebraica de todas las fuerzas que actúen sobre un sistema, incluidas las de Inercia, es igual a cero.**

$$\sum F_{reales} - Fi = 0 ; Fi = m \cdot a \rightarrow \sum F_{reales} - m \cdot a = 0$$

a) Ascensor en reposo. Diagrama de fuerzas:

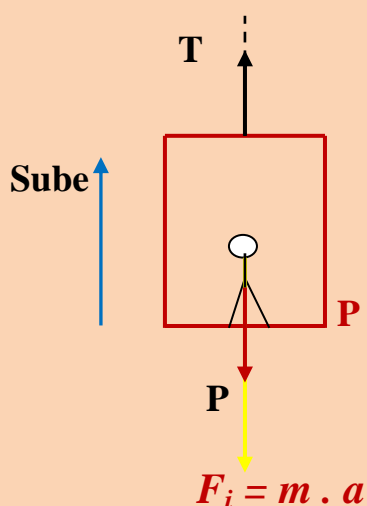


Como el sistema no está acelerado *no existen Fuerzas de inercia*. Se cumple entonces que:

$$\sum F_{reales} = 0 ; T - P = 0 \rightarrow T = P$$

$$T = P = m \cdot g = 75 \text{ Kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 735,75 \text{ N}$$

b) Ascende con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ . El diagrama de fuerzas quedaría: Las fuerzas de Inercia siempre llevan la misma dirección del desplazamiento pero en sentido contrario.



Como el sistema está acelerado *existen Fuerzas de inercia*. Se cumple entonces que:

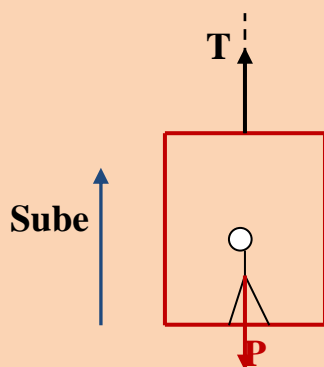
$$\sum F_{reales} - F_i = 0 ; \sum F_{reales} - m \cdot a = 0$$

$$[(T + (-P)) - m \cdot a = 0$$

$$T - P - m \cdot a = 0 ; T = P + m \cdot a$$

$$T = m \cdot g + m \cdot a = 75 \cdot 9,81 + 75 \cdot 1 = 810,75 \text{ N}$$

c) Cuando asciende con velocidad constante. El sistema no está acelerado y por lo tanto no existen las fuerzas de Inercia. El diagrama de fuerzas queda de la forma:



Como el Sistema no está acelerado no existen fuerzas de inercia. Se cumple entonces que:

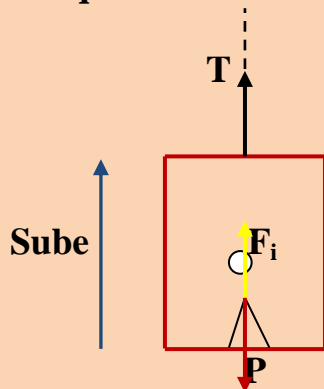
$$\sum F_{reales} - F_i = 0 ; [(T + (-P))] = 0 ; F_i = 0$$

$$\sum F_{reales} = 0 \rightarrow [(T + (-P))] = 0$$

$$T - P = 0 ; T = P \rightarrow P = m \cdot g$$

$$T = m \cdot g = 735,75 \text{ N}$$

- d) Cuando asciende con una aceleración de  $-1 \text{ m/s}^2$ . La aceleración negativa nos dice que el ascensor está parando y por lo tanto las fuerzas de *Inercia irán hacia arriba*. El diagrama de fuerzas quedará:



El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia Se cumple que:

$$\sum F_{reales} - m \cdot a = 0 ;$$

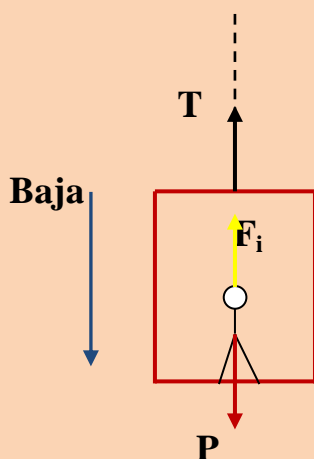
$$[(T + (-P))] - m \cdot a = 0$$

$$T - P - m \cdot a = 0 ; T - m \cdot g - m \cdot a = 0$$

$$T = m \cdot g + m \cdot a ; T = 75 \cdot 9,81 + 75 \cdot (-1)$$

$$T = 735,75 \text{ N} - 75 \cdot 1 \text{ N} = 660,75 \text{ N}$$

- e) Desciende con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ .



El sistema está acelerado y aparecerán las  $F_i$  en sentido contrario al movimiento del Sistema. Como el ascensor desciende la  $F_i$  tiene el sentido ascendente. Se cumple que

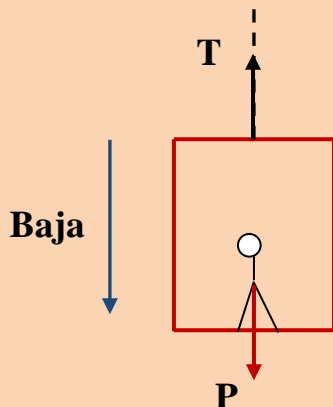
$$\sum F_{reales} - m \cdot a = 0$$

$$[(P + (-T))] - m \cdot a = 0$$

$$P - T - m \cdot a = 0 ; T = P - m \cdot a$$

$$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9,81 - 75 \cdot 1 = 660,75 \text{ N}$$

f) Desciende a velocidad constante. El diagrama de fuerzas quedaría de la forma:



El sistema no está acelerado, en sentido descendente, y no aparecerán las fuerzas de Inercia.

Se cumple que:

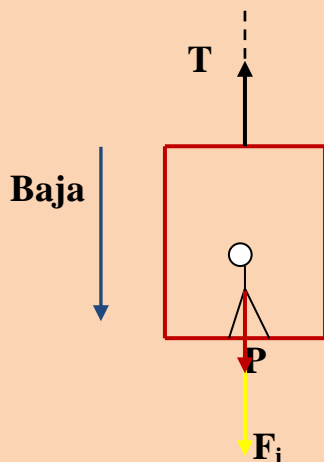
$$\sum F_{reales} = 0$$

$$[(P + (-T))] = 0$$

$$P - T = 0 ; T = P$$

$$P = m \cdot g = 75 \cdot 9,81 = 735,75 \text{ N} \rightarrow T = 735,75 \text{ N}$$

- g) Desciende con una aceleración de  $-1 \text{ m/s}^2$ . Este valor negativo de la aceleración indica que el ascensor va frenando y entonces las fuerzas de inercia tienen un sentido descendente. El diagrama de fuerzas es:



El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia en sentido descendente. Se cumple que:

$$\sum F_{reales} - m \cdot a = 0$$

$$[P + (-T)] - m \cdot a = 0 ; P - T - m \cdot a = 0$$

$$T = P - m \cdot a = m \cdot g - m \cdot a$$

$$T = 75 \cdot 9,81 - 75 \cdot (-1) = 735,75 + 75 = 810,75 \text{ N}$$

### Mediante fuerzas reales

En este caso sólo actuarán dos fuerzas:

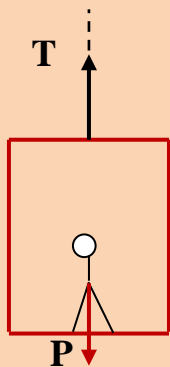
- a) *La Tensión*
- b) *El peso*

Estas dos fuerzas cumplen perfectamente el 2º principio de la Dinámica cuya expresión matemática es:

$$\sum F = m \cdot a$$

Al igual que en el ejercicio anterior *nuestra premisa de partida es que la fuerza que ejerce el señor sobre el suelo del ascensor es el valor de la TENSIÓN:*

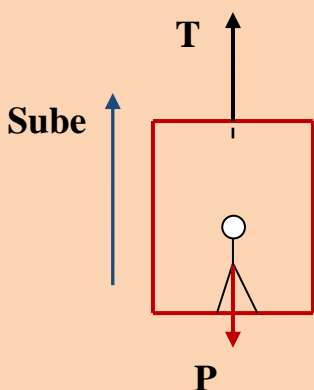
a) El cuerpo está en reposo:



$$\sum F = m \cdot a ; a = 0 \rightarrow \sum F = 0$$

$$T - P = 0 ; T = P = m \cdot g = 75 \cdot 9,81 = 735,75 \text{ N}$$

b) El cuerpo asciende con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ . El diagrama de fuerzas es:

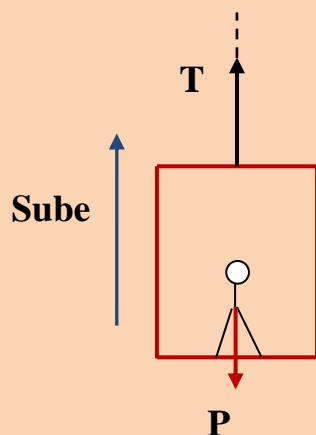


$$\sum F = m \cdot a ; [T + (-P)] = m \cdot a$$

$$T - P = m \cdot a ; T = P + m \cdot a ; T = m \cdot g + m \cdot a$$

$$T = 75 \cdot 9,81 + 75 \cdot 1 = 810,75 \text{ N}$$

- c) Ascende a velocidad constante. Si la velocidad es constante  
 $\rightarrow a = 0$ . El diagrama de fuerzas es:

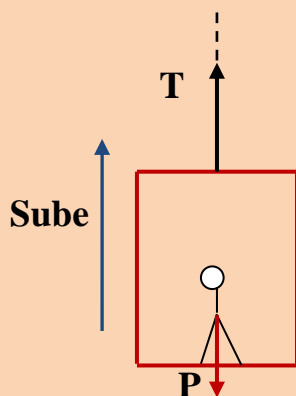


$$\sum F = m \cdot a ; [ T + (-P) ] = m \cdot 0$$

$$T - P = 0 ; T = P ; T = m \cdot g$$

$$T = 75 \cdot 9,81 = 735,75 \text{ N}$$

- d) Ascende con una aceleración de  $-1 \text{ m/s}^2$ . El diagrama de fuerzas:



$$\sum F = m \cdot a ; [ T + (-P) ] = m \cdot a$$

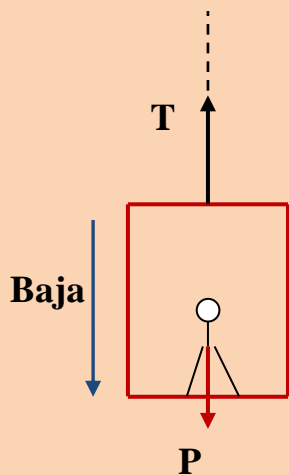
$$T - P = m \cdot a ; T = P + m \cdot a$$

$$T = m \cdot g + m \cdot a = 75 \cdot 9,81 + 75 \cdot (-1) =$$

$$T = 735,75 - 75 = 660,75 \text{ N}$$



e) Desciende con una aceleración de 1 m/s<sup>2</sup>. Diagrama de fuerzas:



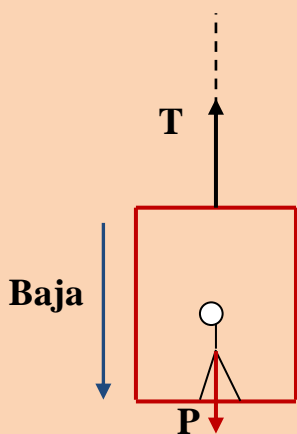
$$\sum F = m \cdot a ; [ P + (-T) ] = m \cdot a$$

$$P - T = m \cdot a ; T = P - m \cdot a$$

$$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9,81 - 75 \cdot 1 =$$

$$T = 735,75 - 75 = 660,75 \text{ N}$$

f) Desciende a velocidad constante  $\rightarrow a = 0$ . Diagrama de fuerzas:



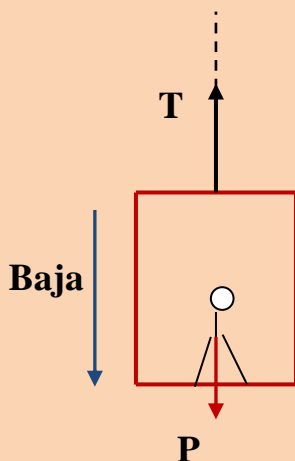
$$\sum F = m \cdot a ; [ P + (-T) ] = m \cdot a$$

$$P - T = m \cdot a ; T = P - m \cdot a$$

$$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9,81 - 75 \cdot 1 =$$

$$T = 735,75 - 75 = 660,75 \text{ N}$$

g) Desciende con una aceleración de  $-1 \text{ m/s}^2$ . Diagrama de fuerzas:



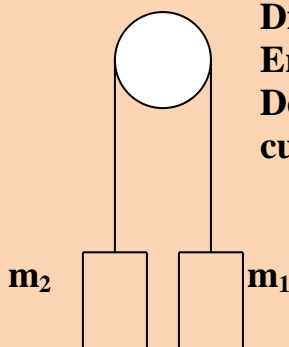
$$\sum F = m \cdot a ; [ P + (-T) ] = m \cdot a$$

$$P - T = m \cdot a ; T = P - m \cdot a$$

$$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9,81 - 75 \cdot (-1) =$$

$$T = 735,75 + 75 = 810,75 \text{ N}$$

2.- En el dibujo adjunto ( máquina de Atwood):

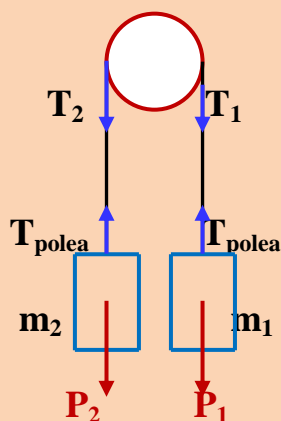


Disponemos de dos masa  $m_1$  y  $m_2$  iguales de 10 N. Encima de una de las masas añadimos otra de 500 g. Determinar la aceleración que adquiere el sistema cuando queda en libreta de movimiento.

**Resolución:**

*En los problemas en donde existen poleas, éstas no son consideradas, puesto que no hemos estudiado la dinámica de Rotación*

El diagrama de fuerzas es:



La polea crea sobre los cuerpos las tensiones ( $T_{polea}$ ). Los cuerpos de masa  $m_1$  y  $m_2$  crean sobre la polea la  $T_1$  y  $T_2$ .

Se cumple:

$$T_1 = T_{polea} \quad ; \quad T_2 = T_{polea}$$

luego las tensiones se anulan mutuamente y no intervienen en la evolución del Sistema

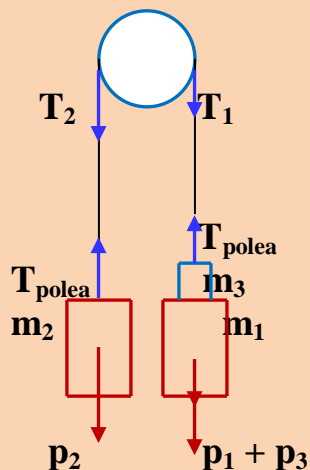
En la evolución del Sistema solo intervienen los pesos de los cuerpos.

El peso de los cuerpos lo podemos conocer mediante la ecuación:

$$p = m \cdot g$$

Como los dos cuerpos tienen la *misma masa* tendrán *los mismos pesos* y el sistema queda en equilibrio, **NO EVOLUCIONA**.

Para que el sistema evolucione se añade a unos de los cuerpos otro de masa  $500 \text{ g} = 0,5 \text{ Kg}$ . El sistema quedaría:



Para saber el sentido de evolución del sistema utilizo el método de *“cortar las cuerdas”*. Las tensiones desaparecen y solo actúan los pesos. El cuerpo de mayor peso determina la evolución del sistema:

Cuerpo Derecha:

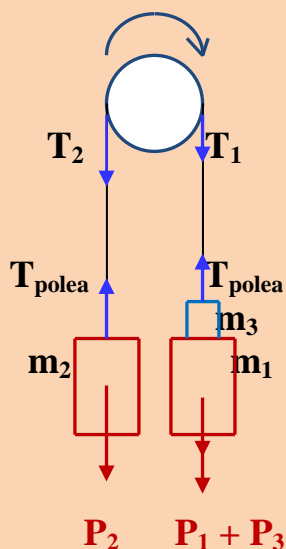
$$P_T = p_1 + p_3 = 10 + m_3 \cdot g =$$

$$= 10 + 0,5 \cdot 9,8 = 10 + 4,9 = 14,9 \text{ N}$$

Cuerpo Izquierda:

$$P_T = p_2 = 10 \text{ N}$$

Según los cálculos el  $P_T$  de la derecha es mayor que el  $P_T$  de la izquierda. Mandan los cuerpos de la derecha y el *sistema evoluciona hacia la derecha*:



La *aceleración* del sistema se puede conocer mediante dos métodos:

- Trabajando con todas las fuerzas del sistema.
- Trabajando con los cuerpos independientemente.

Veamos el primer método:

$$\text{Fuerzas que ganan} - F \text{ que pierden} = m_{\text{sistema}} \cdot a$$

$$\text{Fuerzas hacia la derecha} - \text{Fuerzas hacia la izquierda} = m \cdot a$$

$$P_1 + P_3 + \cancel{T_1} + \cancel{T_{\text{polea}}} - \cancel{T_{\text{polea}}} - \cancel{T_2} - P_2 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$P_1 + P_3 - P_2 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$P_1 = m_1 \cdot 9,81 \ ; \ m_1 = P_1 / 9,81 \ ; \ m_1 = m_2 = 10 / 9,81 = 1,02 \text{ Kg}$$

$$10 + 0,5 \cdot 9,81 - 10 = ( 1,02 + 0,5 + 1,02 ) \cdot a$$

$$4,9 = 2,54 \cdot a \ ; \ a = 4,9 / 2,54 = 1,93 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**Trabajando cuerpo a cuerpo:**

En función del último dibujo podemos deducir:

Cuerpo Derecha:  $P_1 + P_3 - T_{\text{polea}} = (m_1 + m_3) \cdot a$

Cuerpo Izquierda:  $T_{\text{polea}} - P_2 = m_2 \cdot a$

Si sumamos miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$P_1 + P_3 - T_{\text{polea}} + T_{\text{polea}} - P_2 = (m_1 + m_3) \cdot a + m_2 \cdot a$$

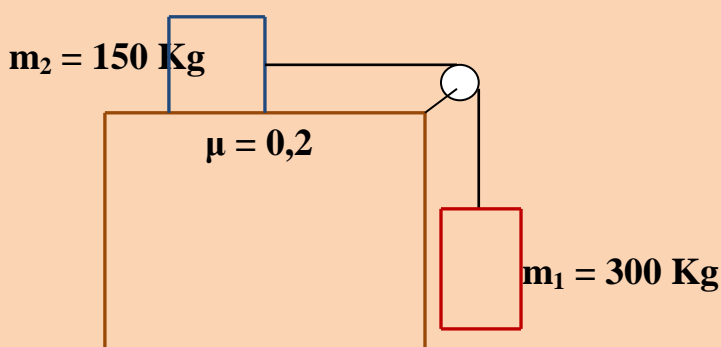
$$P_1 + P_3 - P_2 = (m_1 + m_3 + m_2) a$$

$$10 + 0,5 \cdot 9,8 - 10 = ( 1,02 + 0,5 + 1,02 ) a$$

$$10 + 4,9 - 10 = 2,54 \cdot a$$

$$a = 4,9 / 2,54 = 1,93 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

**3.- Dado el esquema siguiente:**

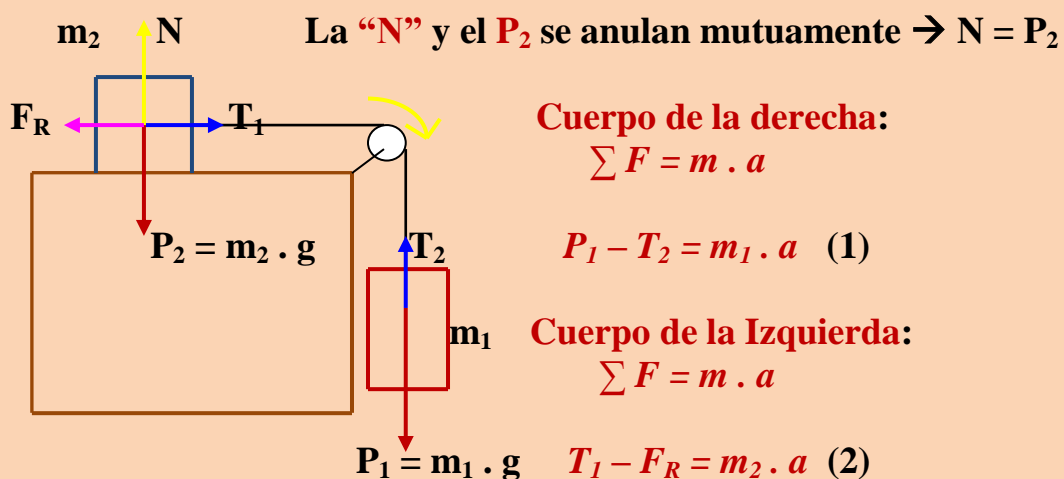


Determinar la aceleración del sistema y el valor de la tensión de la cuerda.

**Resolución:**

En este esquema determinar la evolución del sistema es muy sencillo, *únicamente puede girar hacia la derecha*, es decir, el cuerpo nº 1 puede descender, el cuerpo de masa  $m_2$ , por sí solo, no se puede desplazar en ningún sentido:

La evolución del sistema así como el diagrama de fuerzas quedan reflejados en el siguiente dibujo:



Sumemos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):

$$P_1 - T_2 + T_1 - F_R = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

Como las poleas no intervienen en el proceso las tensiones son iguales:

$$T_2 = T_1 \text{ (se anulan mutuamente)}$$

Nos queda por tanto:

$$P_1 - F_R = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Por otra parte:

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g$$

y por tanto:

$$m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$300 \cdot 9,81 - 0,2 \cdot 150 \cdot 9,81 = (300 + 150) \cdot a$$

$$2943 - 294,3 = 450 a ; 2648,7 = 450 a$$

$$a = 2648,7 / 450 = 5,886 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para conocer las tensiones podemos elegir entre la ecuación (1) o la (2).

Ecuación (1):

$$P_1 - T_2 = m_1 \cdot a ; m_1 \cdot g - T_2 = m_1 \cdot a$$

$$m_1 \cdot g - T_2 = m_1 \cdot a ; T_2 = m_1 \cdot g - m_1 \cdot a$$

$$T_2 = 300 \cdot 9,81 - 300 \cdot 5,886 = 2943 - 1765,8 = 1177,2 \text{ N}$$

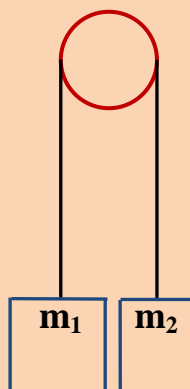
Si elegimos la ecuación (2) comprobaremos como las tensiones son iguales:

$$T_1 - F_R = m_2 \cdot a ; T_1 - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$$

$$T_1 - 0,2 \cdot 150 \cdot 9,81 = 150 \cdot 5,886$$

$$T_1 - 294,3 = 882,9 ; T_1 = 882,9 + 294,3 = 1177,2 \text{ N}$$

4.- En la máquina de Atwoot de la figura:

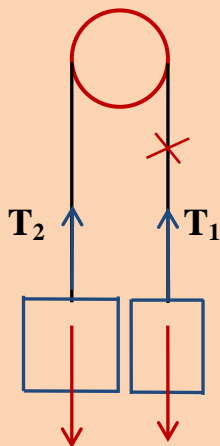


En donde  $m_1 = 500 \text{ g}$  y  $m_2 = 450 \text{ g}$ .

Determinar la posición del cuerpo de  $m_2$  con respecto al cuerpo de  $m_1$  cuando dicha máquina este en evolución 1 s.

**Resolución:**

Realizaremos un esquema de fuerzas para determinar la evolución de la máquina:



Los cables son inextensibles y su peso no interviene en la evolución del sistema. En estas condiciones  $T_1 = T_2$ .

Para averiguar el sentido de evolución, cortamos los cables y solo actúan  $P_1$  y  $P_2$ .

El peso mayor determina el sentido de evolución:

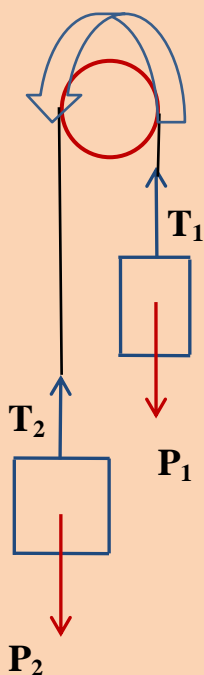
$$P_1 = m_1 \cdot g \quad P_2 = m_2 \cdot g$$

DATOS:

$$m_1 = 500 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{1000 \text{ g}} = 0,5 \text{ kg}$$

$$m_2 = 450 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 0,450 \text{ kg}$$

Según los cálculos,  $p_1$  es mayor que  $p_2$  y por lo tanto el sistema evoluciona hacia la izquierda.



Lo que descienda la  $m_1$  será lo que se eleve la  $m_2$ . Buscamos la longitud de bajada de  $m_1$  y para ello necesitamos la aceleración de evolución del sistema:

*2º principio fundamental de la Dinámica*

$$\sum F = m \cdot a$$

*Según D'Alambert:*

*Fuerzas en sentido desplazamiento -  
-Fuerzas en sentido contrario =  $m_{\text{sistema}} \cdot a$*



$$P_2 + T_2 - (P_1 + T_1) = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$m_2 \cdot g + T_2 - m_1 \cdot g - T_1 = (m_1 + m_2) \cdot a \quad ; \quad T_1 = T_2$$

$$m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$0,5 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 - 0,450 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = (0,5 + 0,450) \text{ kg} \cdot a$$

$$4,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 - 4,41 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 0,95 \text{ kg} \cdot a$$

$$0,49 \text{ kg m/s}^2 = 0,95 \text{ kg} \cdot a$$

$$a = \frac{0,49 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{0,95 \text{ kg}} = 0,51 \text{ m/s}^2$$

Por Cinemática podemos conocer la altura que desciende la  $m_1$ :

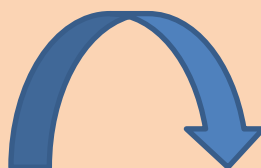
$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad ; \quad t = 1 \text{ s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 0,51 \text{ m/s}^2 \cdot (1 \text{ s})^2 =$$

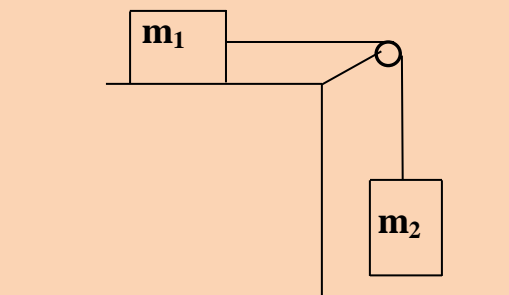
$$h = 0,255 \text{ m}$$

El cuerpo  $m_1$  desciende 0,255 m y por lo tanto el cuerpo  $m_2$  se eleva 0,255 m. El cuerpo  $m_2$  se encuentra a:

$$(0,255 \text{ m bajada} + 0,255 \text{ m subida}) = 0,51 \text{ m de } m_1$$



5.- Dado el esquema de la figura adjunta:

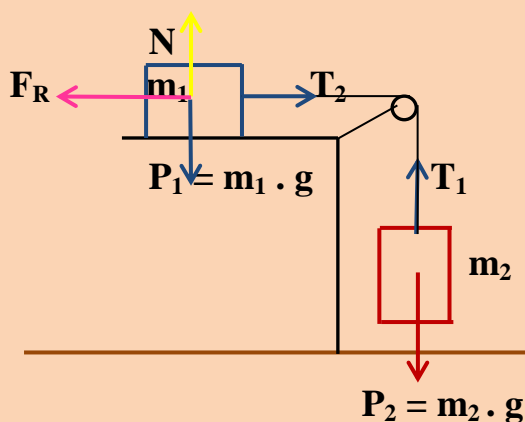


Determinar el coeficiente de rozamiento ( $\mu$ ) entre el cuerpo de masa  $m_1$  y la superficie horizontal en la cual se apoya para que el sistema evolucione con movimiento uniforme.

DATOS:  $m_1 = 7 \text{ kg}$  ;  $m_2 = 2 \text{ Kg}$

**Resolución:**

Realicemos un esquema de fuerzas:



Los cables:

- Son inextensibles
- No se considera su masa
- No intervienen en la evolución del Sistema

La polea no se considera en la evolución.

Todas estas consideraciones implican que  $T_1 = T_2$

Como el Sistema debe evolucionar a *velocidad constante*, evolucionará *hacia la derecha* en esas condiciones. No existirá *aceleración* en la evolución. El 2º Principio de la Dinámica quedará de la forma:

$$\sum F = 0$$

Se establece un *equilibrio dinámico* ( $V = \text{const.}$ )

Según D'Alembert:

*Fuerzas hacia la derecha – fuerzas hacia la izquierda = 0*

$$P_2 + T_1 - (F_R + T_2) = 0$$

$$P_2 + T_1 - F_R - T_2 = 0 ; T_1 = T_2$$

$$P_2 - F_R = 0 ; P_2 - \mu \cdot N = 0 ; N = P_1$$

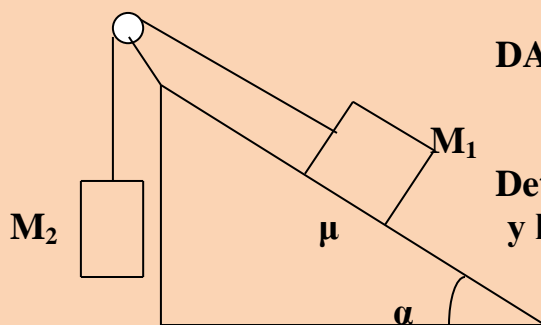
$$M_2 \cdot g - \mu \cdot P_1 = 0 ; m_2 \cdot g - \mu m_1 \cdot g = 0$$

$$2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 - \mu \cdot 7 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 0$$

$$2 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = \mu \cdot 7 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\mu = \frac{2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{7 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,28 \text{ (adimensional)}$$

6.- Dado el esquema de la figura adjunta:

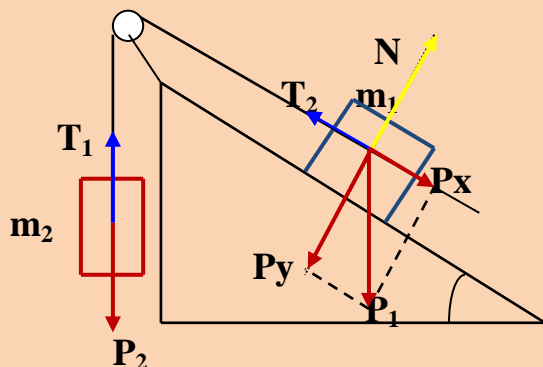


DATOS:  $M_1 = 800 \text{ g}$  ;  $M_2 = 350 \text{ g}$   
 $\alpha = 45^\circ$  ;  $\mu = 0,3$

Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

**Resolución:**

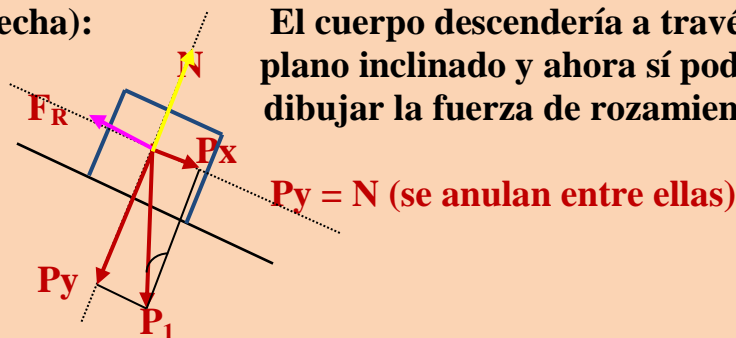
Vamos a establecer el diagrama de todas las fuerzas que actúan en el sistema:



La fuerza de rozamiento en el cuerpo nº 1 (derecha ) no la he dibujado puesto que no conozco la evolución del sistema.

La evolución del sistema la determinaremos *“cortando las cuerdas”* y *desapareciendo* por tanto las tensiones. Veamos qué cuerpo es el que manda:

Cuerpo nº 1 (derecha):



El cuerpo descendería a través del plano inclinado y ahora sí podemos dibujar la fuerza de rozamiento.

Las fuerzas que intervienen en el descenso del cuerpo nº 1 son aquellas que tienen la dirección del movimiento, es decir,  $P_x$  y  $F_R$ . Se cumple:

$$F_{TI} = P_x - F_R \quad (1)$$

$$P_x = P_1 \cdot \text{sen } \alpha = m_1 \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = \mu \cdot P_1 \cdot \text{cos } \alpha = \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$$

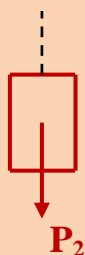
Si nos vamos a la ecuación (1):

$$\begin{aligned}
 F_{TI} &= m_1 \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha - \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \operatorname{cos} \alpha = \\
 &= 0,8 \cdot 9,81 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ - 0,3 \cdot 0,8 \cdot 9,81 \cdot \operatorname{cos} 45^\circ = \\
 &= 5,5 - 1,65 = \mathbf{3,85 \text{ N}}
 \end{aligned}$$

El cuerpo de la derecha descendería por el plano inclinado con una fuerza de 3,85 N.

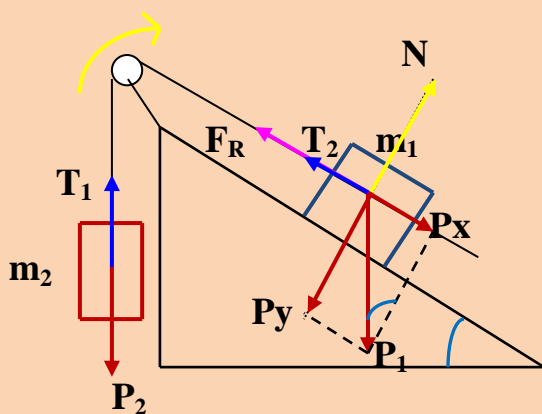
Cuerpo de la Izquierda (Nº 2):

Solo actúa sobre dicho cuerpo su propio peso.



$$P_2 = m_2 \cdot g = 0,350 \cdot 9,81 = \mathbf{3,43 \text{ N}}$$

El cuerpo de la derecha está bajo la acción de una fuerza superior a la que actúa sobre el cuerpo nº 2. El sistema *evoluciona hacia la derecha*. El nuevo diagrama de fuerzas es:



Cuerpo de la derecha:

$$\sum F = m_1 \cdot a$$

$$Px - T_2 - F_R = m_1 \cdot a \quad (1)$$

Cuerpo de la Izquierda:

$$\sum F = m_2 \cdot a$$

$$T_1 - P_2 = m_2 \cdot a \quad (2)$$

Si sumamos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):

$$P_x - T_2 - F_R + T_1 - P_2 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \quad (T_1 = T_2)$$

$$P_x - F_R - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a ; P_x = P_1 \cdot \text{sen } 45^\circ$$

$$P_1 \cdot \text{sen } 45^\circ - \mu \cdot P_2 \cdot \text{cos } 45^\circ = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 45^\circ - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \text{cos } 45^\circ = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$0,8 \cdot 9,81 \cdot 0,7 - 0,3 \cdot 0,350 \cdot 9,81 \cdot 0,7 = (0,8 + 0,350) \cdot a$$

$$5,5 - 0,72 = 1,15 \cdot a ; 4,78 = 1,15 a$$

$$a = 4,78 / 1,15 = 4,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

En lo referente a la tensión en las cuerdas, al ser iguales, podemos utilizar la ecuación (1) o (2). La más sencilla para trabajar es la (2):

$$T_1 - P_2 = m_2 \cdot a ; T_1 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a ; T_1 = m_2 \cdot g + m_2 \cdot a$$

$$T_1 = 0,350 \cdot 9,81 + 0,350 \cdot 4,15 = 3,43 + 1,45 = 4,88 \text{ N} = T_2$$

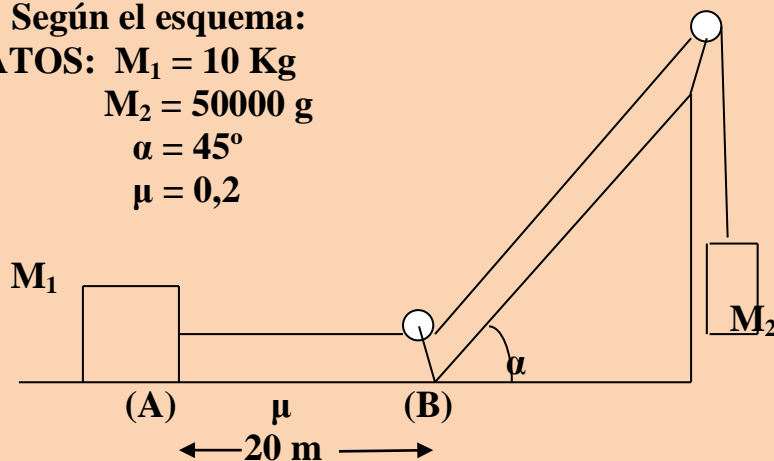
7.- Según el esquema:

DATOS:  $M_1 = 10 \text{ Kg}$

$M_2 = 50000 \text{ g}$

$\alpha = 45^\circ$

$\mu = 0,2$

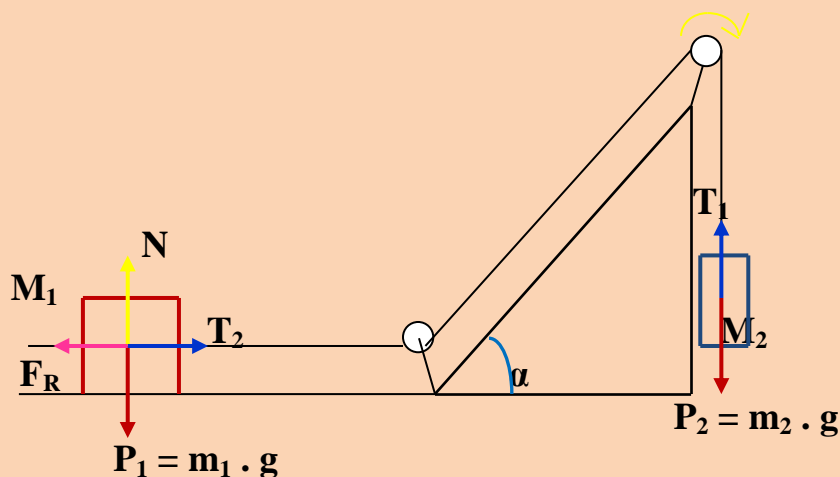


Determinar la velocidad que alcanza la  $M_1$  cuando partiendo de (A) llega a (B).

**Resolución:**

En este esquema determinar el sentido de evolución es muy sencillo. Solo existe una opción, *hacia la derecha*. Si cortamos las cuerdas y desaparecen las tensiones el cuerpo de masa  $M_1$  quedaría sometido únicamente a su peso y la normal que como sabemos se anulan mutuamente.

Dibujaremos el esquema del sistema con todas las fuerzas actuantes:



Cuerpo de la derecha:

$$P_2 - T_1 = m_2 \cdot a \quad (1)$$

Cuerpo de la izquierda:

$$T_2 - F_R = m_1 \cdot a \quad ; \quad F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g$$

$$T_2 - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \quad (2)$$

Sumemos, miembro a miembro, las ecuaciones (1) y (2):

$$P_2 - T_1 + T_2 - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_2 \cdot a + m_1 \cdot a \quad ; \quad T_1 = T_2$$

$$m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g = (m_2 + m_1) \cdot a$$

$$50 \cdot 9,81 - 0,2 \cdot 10 \cdot 9,81 = (50 + 10) \cdot a$$

$$490,5 - 19,62 = 60 \cdot a \quad ; \quad 470,88 = 60 \cdot a$$

$$a = 470,88 / 60 = 7,85 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo de la izquierda de masa  $M_2$  se desplaza hacia la derecha con una aceleración de  $7,85 \text{ m/s}^2$ .

$$V_A = 0$$

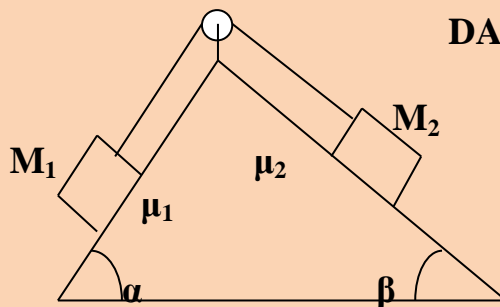
$$e = 20 \text{ m}$$

Cinemáticamente:

$$V_B^2 = V_A^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad ; \quad V_B^2 = 0 + 2 \cdot 7,85 \cdot 20 \quad ; \quad V_B = (314)^{1/2}$$

$$V_B = 17,72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

8.- Dado el esquema:



DATOS:  $M_1 = 70 \text{ Kg}$  ;  $M_2 = 50 \text{ Kg}$

$\mu_1 = 0,3$  ;  $\mu_2 = 0,2$

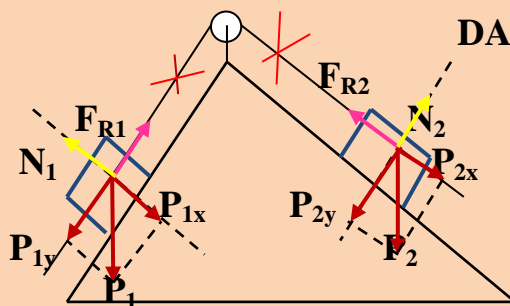
$\alpha = 60^\circ$  ;  $\beta = 45^\circ$ .

Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

**Resolución:**

Estableceremos todas las fuerzas que actúan sobre el sistema. Cortaremos la cuerda y desaparecerán las tensiones. Cada cuerpo descenderá por su parte de los planos inclinados y el cuerpo que soporte mayor fuerza será quien determine la evolución del sistema:





DATOS:  $M_1 = 70 \text{ Kg}$  ;  $M_2 = 50 \text{ Kg}$

$\mu_1 = 0,3$  ;  $\mu_2 = 0,2$

$\alpha = 60^\circ$  ;  $\beta = 45^\circ$ .

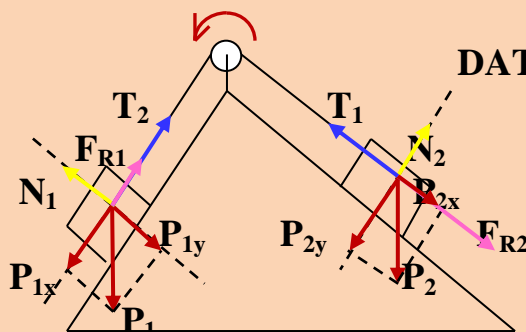
Cuerpo de la derecha:

$$\begin{aligned} F_{T2} &= P_{2x} - F_{R2} = P_2 \cdot \text{sen } 45^\circ - \mu_2 \cdot N_2 = m_2 \cdot g \cdot \text{sen } 45^\circ - \mu_2 \cdot P_{2y} = \\ &= 50 \cdot 9,81 \cdot 0,7 - 0,2 \cdot P_2 \cdot \cos 45^\circ = 343,35 - 0,2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^\circ = \\ &= 343,35 - 68,67 = \mathbf{274,68 \text{ N}} \end{aligned}$$

Cuerpo de la Izquierda:

$$\begin{aligned} F_{T1} &= P_{1x} - F_{R1} = P_1 \cdot \text{sen } 60^\circ - \mu_1 \cdot N_1 = m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 60^\circ - \mu_1 \cdot P_{1y} = \\ &= 70 \cdot 9,81 \cdot 0,87 - 0,3 \cdot P_1 \cdot \cos 60^\circ = 426,7 - 0,3 \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos 60^\circ = \\ &= 597,42 - 0,3 \cdot 70 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = \mathbf{597,42 - 103 = 494,42 \text{ N}} \end{aligned}$$

El cuerpo de la *izquierda* sufre la acción de una *fuerza descendente mayor*. El sistema evolucionará de *derecha a izquierda*. Esto lo reflejaremos en el dibujo adjunto en el cual se incorporarán las tensiones:



DATOS:  $M_1 = 70 \text{ Kg}$  ;  $M_2 = 50 \text{ Kg}$

$\mu_1 = 0,3$  ;  $\mu_2 = 0,2$

$\alpha = 60^\circ$  ;  $\beta = 45^\circ$ .

Aplicamos el 2º principio de la Dinámica a los dos cuerpos:

Cuerpo de la Izquierda:

$$P_{1x} - F_{RI} - T_2 = m_1 \cdot a \quad (1)$$

Cuerpo de la derecha:

$$T_1 - P_{2x} - F_{R2} = m_2 \cdot a \quad (2)$$

Sumemos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):

$$P_{1x} - F_{RI} - T_2 + T_1 - P_{2x} - F_{R2} = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \quad ; (T_1 = T_2)$$

$$P_{1x} - F_{RI} - P_{2x} - F_{R2} = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$m_1 \cdot g \cdot \sin 60^\circ - \mu_1 \cdot N_1 - m_2 \cdot g \cdot \cos 45^\circ - \mu_2 \cdot N_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$m_1 \cdot g \cdot \sin 60^\circ - \mu_1 \cdot P_{1y} - m_2 \cdot g \cdot \cos 45^\circ - \mu_2 \cdot P_{2y} = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$m_1 \cdot g \cdot \sin 60^\circ - \mu_1 \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos 60^\circ - m_2 \cdot g \cdot \cos 45^\circ -$$

$$- \mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^\circ = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$70 \cdot 9,81 \cdot 0,87 - 0,3 \cdot 70 \cdot 9,81 \cdot 0,5 - 50 \cdot 9,81 \cdot 0,7 - 0,2 \cdot 50 \cdot 9,81 \cdot 0,7 =$$

$$= (50 + 70) \cdot a$$

$$597,43 - 103 - 343,35 - 68,67 = 120 a \quad ; \quad 82,41 = 120 a$$

$$a = 82,41 / 120 = 0,68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para calcular la tensión de la cuerda utilizaremos la ecuación (1):

$$P_{1x} - F_{RI} - T_2 = m_1 \cdot a$$

$$P_1 \cdot \cos 60^\circ - \mu_1 \cdot N_1 - T_2 = m_1 \cdot a$$

$$m_1 \cdot g \cdot \sin 60^\circ - 0,3 \cdot P_{1y} - T_2 = m_1 \cdot a$$

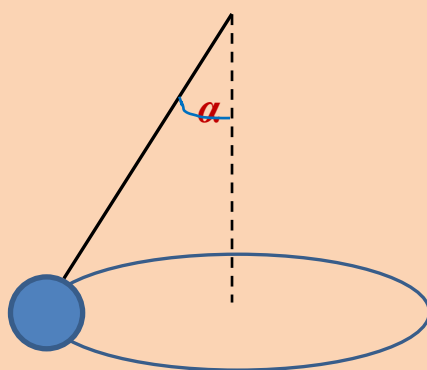
$$70 \cdot 9,81 \cdot 0,87 - 0,3 \cdot P_1 \cdot \cos 60^\circ - T_2 = m_1 \cdot a$$

$$597,43 - 0,3 \cdot 70 \cdot 9,81 \cdot 0,5 - T_2 = 70 \cdot a$$

$$597,43 - 103 - T_2 = 70 \cdot 0,68 ; 494,43 - T_2 = 47,6$$

$$T_2 = 494,43 - 47,6 ; T_2 = 446,83 \text{ N}$$

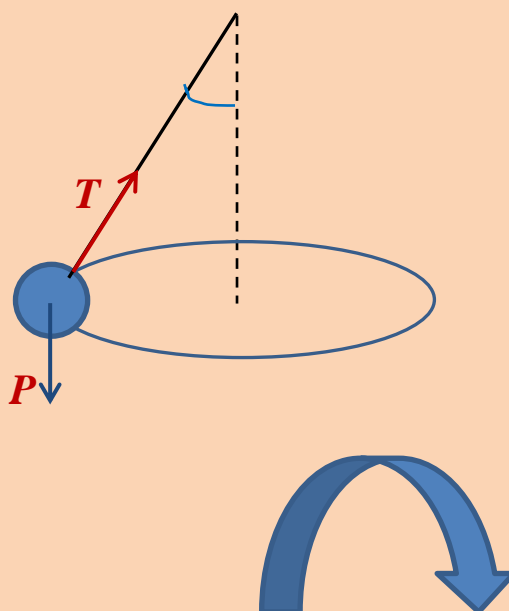
9.- Dado el péndulo cónico de la figura:



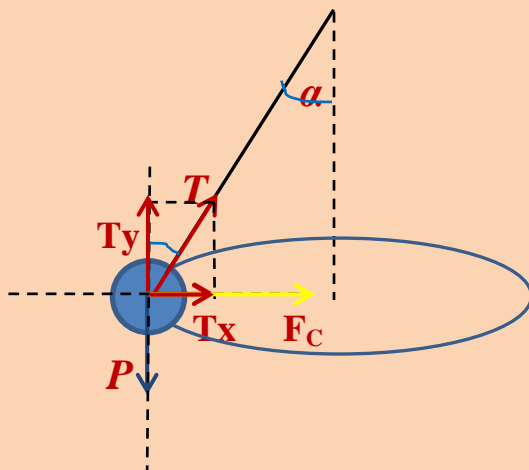
Describe una circunferencia de 50 cm de longitud. El valor de  $\alpha = 60^\circ$ . La tensión que soporta el cable es de 10 N y la masa del cuerpo de 15 Kg. Determinar la velocidad angular que lleva el cuerpo.

**Resolución:**

Hagamos un esquema de las fuerzas que actúan sobre el Sistema:



Hagamos una descomposición de la tensión. Al describir orbitas circulares aparecerá una fuerza Centrípeta en dirección radial:



La única fuerza en dirección radial es la  $T_x$  y por lo tanto esta será la **Fuerza Centrípeta** que desarrolla el péndulo:

$$T_x = F_C$$

$$T_y = P \text{ (se anulan)}$$

$$T_x = T \cdot \text{sen } \alpha \quad (1)$$

$$F_C = m \cdot \frac{V^2}{R} ; V = \omega \cdot R \rightarrow F_C = m \cdot \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R \quad (2)$$

Igualando (1) con (2):

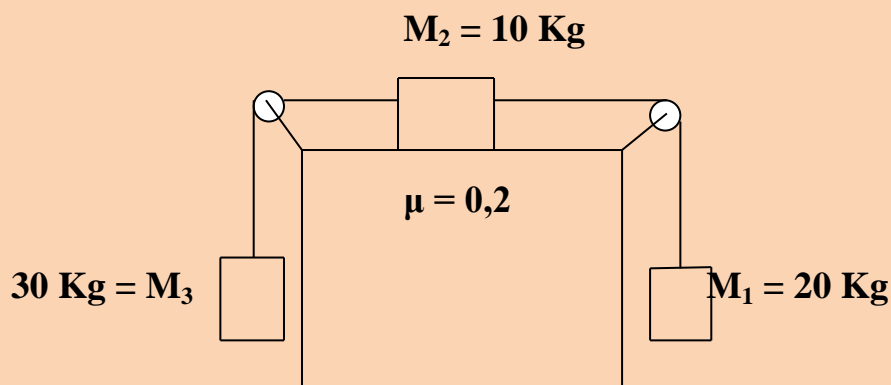
$$T \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$R = 50 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,5 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{T \cdot \text{sen } \alpha}{m \cdot R} = \left[ \frac{10 \text{ N} \cdot \text{sen } 60^\circ}{15 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m}} \right]^{1/2} = \left[ \frac{10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot 0,87}{7,5 \text{ kg} \cdot \text{m}} \right]^{1/2}$$

$$= (1,16 \text{ 1/s}^2)^{1/2} = 1,07 \text{ rad/s}$$

10.- Dado el esquema:



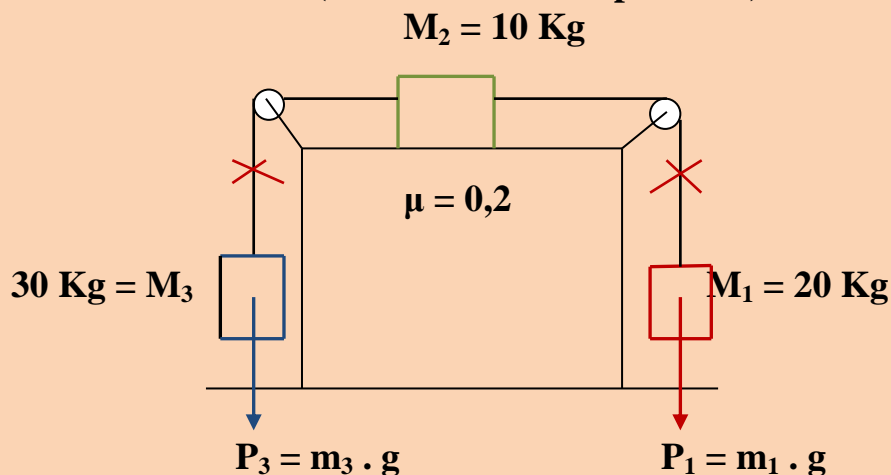
Determinar la aceleración del sistema y las tensiones de la cuerda.

**Resolución:**

Para determinar la evolución del sistema, el *cuerpo n° 2 no interviene*. Serán el n°1 o n° 2 quien determinen el desplazamiento del sistema.

Hagamos un diagrama con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo n°1 y sobre el n° 2:

**Cortaremos los cables** ( las tensiones desaparecen ):



Las únicas fuerzas que actúan son los pesos de los cuerpos nº 1 y nº 3. Quién tenga mayor peso será el determinante de la evolución del sistema.

Cuerpo de la Derecha ( nº 1 ) :

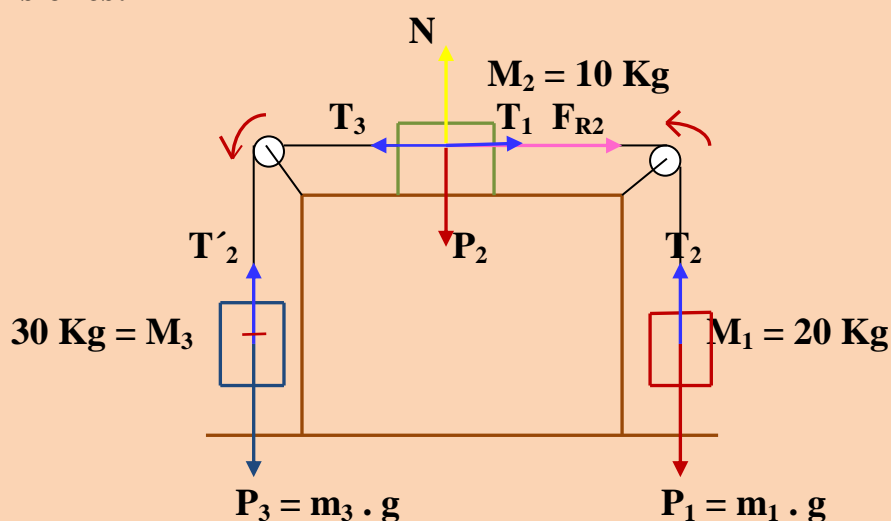
$$P_1 = m_1 \cdot g = 20 \cdot 9,81 = 196,2 \text{ N}$$

Cuerpo de la Izquierda ( nº 3 ):

$$P_2 = m_2 \cdot g = 30 \cdot 9,81 = 294,3 \text{ N}$$

El cuerpo *nº 3* es el determinante de la evolución del sistema. Se *desplazará de derecha a izquierda*.

Haremos un diagrama con todas las fuerzas actuantes y añadiremos las tensiones:



Para determinar la aceleración y la tensión de las cuerdas trabajaremos con todo el sistema. Habréis observado que ahora todas las tensiones no son iguales,  $T_2 = T_1$  y  $T_3 = T'_2$ :

Aplicaremos a todo el sistema el *2º principio de la Dinámica*:

$$\sum F_{\text{sistema}} = m_{\text{sistema}} \cdot a_{\text{sistema}}$$

Según la evolución del sistema tendremos:

**Las que se desplazan hacia la izquierda – las que se desplazan hacia la derecha =  $m_{\text{sistema}} \cdot a_{\text{sistema}}$**

$$P_3 + \cancel{T_3} + \cancel{T_2} - \cancel{T'_2} - \cancel{T_1} - F_{R2} - P_1 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$P_3 - F_{R2} - P_1 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$m_3 \cdot g - \mu_2 \cdot N - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$m_3 \cdot g - \mu_2 \cdot P_2 - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$m_3 \cdot g - \mu_2 \cdot m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

$$30 \cdot 9,81 - 0,2 \cdot 10 \cdot 9,81 - 20 \cdot 9,81 = (30 + 10 + 20) \cdot a$$

$$294,3 - 19,62 - 196,2 = 60 \cdot a \quad ; \quad 78,48 = 60 \cdot a$$

$$a = 78,48 / 60 = 1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Para calcular las tensiones:

Trabajaremos con el cuerpo nº 1:

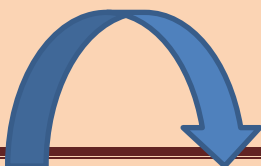
$$T_2 - P_1 = m_1 \cdot a \quad ; \quad T_2 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \quad ; \quad T_2 - 20 \cdot 9,81 = 20 \cdot 1,3$$

$$T_2 - 196,2 = 26 \quad ; \quad T_2 = 26 + 196,2 = 222,2 \text{ N} = T_1$$

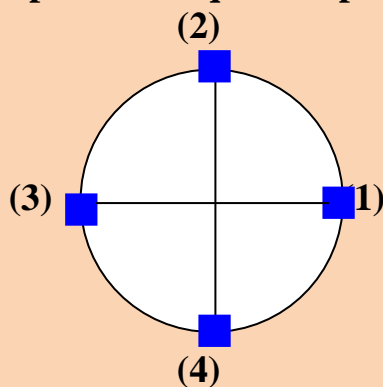
Si estudiamos el cuerpo nº 3:

$$P_3 - T'_2 = m_3 \cdot a \quad ; \quad m_3 \cdot g - T'_2 = m_3 \cdot a \quad ; \quad 30 \cdot 9,81 - T'_2 = 30 \cdot 1,3$$

$$294,3 - T'_2 = 39 \quad ; \quad T'_2 = 294,3 - 39 = 255,3 \text{ N} = T_3$$

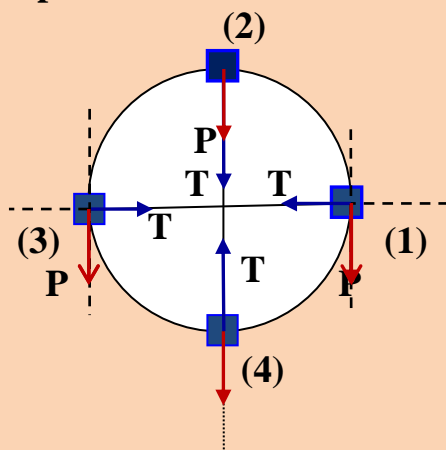


**11.-** Atamos un cuerpo de masa 3 Kg con una cuerda de longitud 1,75 m. Hacemos girar el cuerpo describiendo trayectorias circulares con una velocidad de 75 r.p.m. Determinar la tensión que soporta la cuerda en cada una de las posiciones que se especifican en el dibujo siguiente:



**Resolución:**

Vamos a realizar el estudio de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada una de las posiciones:



Las posiciones (1) y (3) son exactamente iguales. La **proyección del peso sobre** el eje **OX** ( dirección radial ) vale cero ( $P_x = 0$ ). En las posiciones (1) y (3) **sólo actúa la tensión de la cuerda** y por tanto podemos escribir:

$$T = F_c = m \cdot V^2 / R \quad (1)$$

Para calcular el valor de **"T"** debemos conocer la velocidad lineal.



Recordemos que:

$$V = \omega \cdot R \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \omega &= 75 \text{ r.p.m} = 75 \text{ revoluciones / minuto} \cdot 2\pi \text{ rad} / 1 \text{ revol. min} / 60 \text{ s} = \\ &= 7,85 \text{ rad /s} \end{aligned}$$

$$R = 1,75 \text{ m}$$

Si nos vamos a la ecuación (2):

$$V = 7,85 \cdot 1,75 = 13,73 \text{ m/s}$$

y yéndonos a (1):

$$T = 3 \cdot (13,73)^2 / 1,75 = 323,51 \text{ N}$$

Posición (2):

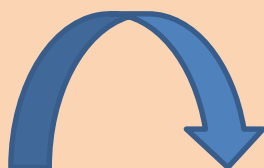
$$P + T = Fc \quad ; \quad Fc = F. \text{ Centrípeta}; \quad T = Fc - P$$

$$T = m V^2 / R - m \cdot g$$

$$T = 3 \cdot (13,73)^2 / 1,75 - 3 \cdot 9,81 = 323,51 - 29,43 = 294,08 \text{ N}$$

Posición (4):

$$T - P = Fc \quad ; \quad T = Fc + P = 323,51 + 29,43 = 352,94 \text{ N}$$



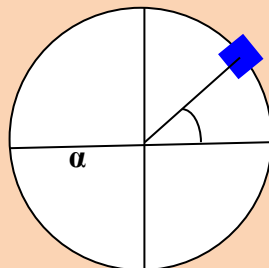
**12.-** Del ejercicio anterior. Determinar la tensión de la cuerda en la posición:

DATO:  $\alpha = 45^\circ$

$V = 13,73 \text{ m/s}$

$R = 1,75 \text{ m}$

$m = 3 \text{ Kg}$



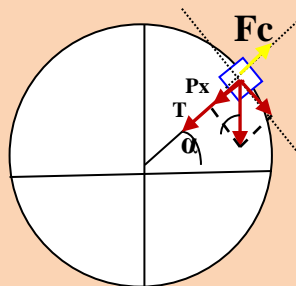
**Resolución:**

DATO:  $\alpha = 45^\circ$

$V = 13,73 \text{ m/s}$

$R = 1,75 \text{ m}$

$m = 3 \text{ Kg}$



$$T + Px = Fc$$

$$Px = P \cdot \text{sen } \alpha$$

$$T + P \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot V^2 / R$$

$$T = m \cdot V^2 / R - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$T = 3 \cdot (13,73)^2 / 1,75 - 3 \cdot 9,81 \cdot 0,7$$

$$= 323,16 - 20,60 = 302,56 \text{ N}$$

**13.-** Un vehículo de 8 toneladas de masa está recorriendo un circuito. Cuál debe ser el coeficiente de rozamiento para que al describir una curva de 500 m de radio a 220 Km/h no se salga de dicho circuito.

**Resolución:**

Pasaremos las unidades al S. I.:

$$m = 8 \text{ toneladas} \cdot 1000 \text{ Kg} / 1 \text{ tonelada} = 8000 \text{ Kg}$$

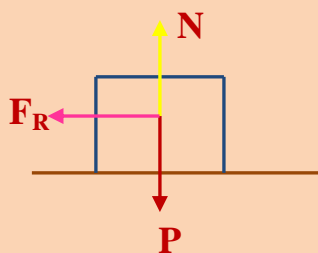
$$R = 500 \text{ m}$$

$$V = 220 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 61,10 \text{ m/s}$$

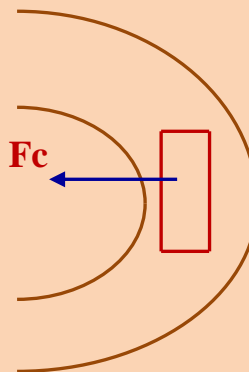
Los vehículos al describir una trayectoria circular si lo hacen a mucha velocidad suelen salirse de la curva en *sentido hacia la derecha*. La fuerza de *rozamiento se opone a este desplazamiento*.

Diagrama de fuerzas:

Vista de Frente



Vista desde Arriba



Se cumple:

$$F_R = F_c ; F_R = \mu \cdot N$$

$$\mu \cdot N = m \cdot V^2 / R$$

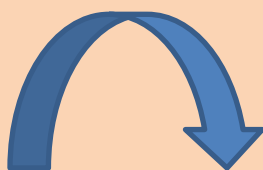
$$\mu \cdot P = m \cdot V^2 / R ; \mu \cdot m \cdot g = m \cdot V^2 / R$$

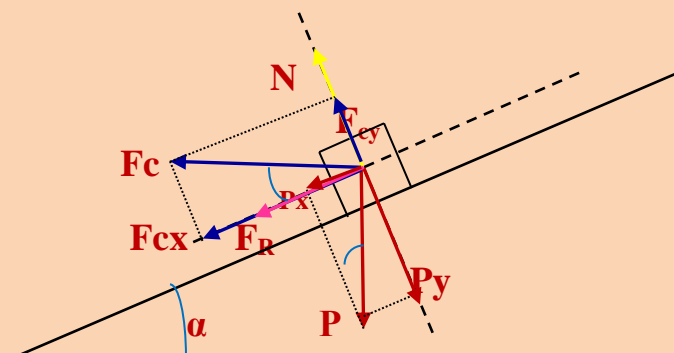
$$\mu = V^2 / (R \cdot g) ; \mu = (61,10)^2 / 500 \cdot 9,81$$

$$\mu = 3734,56 / 4905 = 0,76$$

**14.-** Del ejercicio anterior. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es de 0,76 determinar el ángulo con el cual se debe peraltar (inclinarse un cierto ángulo la curva) la curva para que pueda describirla con una velocidad de 275 Km/h.

**Resolución:**





Para que el vehículo describa la curva sin problema se debe cumplir:

$$P_x + F_R = F_{cx}$$

$$P \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot N = F_c \cdot \text{cos } \alpha$$

En el eje OY se cumple:

$$N + F_{cy} = P_y ; N = P_y - F_{cy}$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot (P_y - F_{cy}) = F_c \cdot \text{cos } \alpha$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot (P \cdot \text{cos } \alpha - F_c \cdot \text{sen } \alpha) = F_c \cdot \text{cos } \alpha$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot (m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha - m \cdot V^2/R \cdot \text{sen } \alpha) = m \cdot V^2/R \cdot \text{cos } \alpha$$

Datos:

$$m = 8000 \text{ Kg}$$

$$\mu = 0,76$$

$$R = 500 \text{ m}$$

$$V = 275 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m/1 Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 76,4 \text{ m/s}$$

$$8000 \cdot 9,81 \cdot \text{sen } \alpha + 0,76 (8000 \cdot 9,81 \text{cos } \alpha - 8000 \cdot (76,4)^2/500 \cdot \text{sen } \alpha) =$$

$$= 8000 (76,4)^2/500 \cdot \text{cos } \alpha$$

$$78480 \operatorname{sen} \alpha + 59644,8 \cos \alpha - 70977,43 \operatorname{sen} \alpha = 93391,36 \cos \alpha$$

Dividiendo por  $\cos \alpha$  los dos miembros de la ecuación:

$$\begin{aligned} 78480 \operatorname{sen} \alpha / \cos \alpha + 59644,8 \cos \alpha / \cos \alpha - 70977,43 \operatorname{sen} \alpha / \cos \alpha &= \\ &= 93391,36 \cos \alpha / \cos \alpha \end{aligned}$$

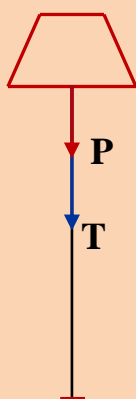
$$78480 \operatorname{tag} \alpha + 59644,8 - 70977,43 \operatorname{tag} \alpha = 93391,36$$

$$7502,57 \operatorname{tag} \alpha = 33746,56$$

$$\operatorname{tag} \alpha = 33746,56 / 7502,57 = 4,5 ; \alpha = 77,47^\circ$$

**15.-** Un niño está jugando en la playa con un cubo lleno de agua y atado a una cuerda de 75 cm de larga. Con la cuerda y el cubo lleno de agua está describiendo trayectorias circulares. La cuerda ejerce una tensión sobre el cubo de 8 N. Determinar qué velocidad debe llevar el cubo en la parte alta de la trayectoria circular con el fin de que el agua no se derrame. El cubo y el agua tienen, en conjunto, una masa de 300 g.

**Resolución:**



Para que el agua no se derrame se debe cumplir:

$$P + T = Fc \quad (1)$$

$$R = 75 \text{ cm} / 100 = 0,75 \text{ m}$$

$$m = 300 \text{ g} / 1000 = 0,3 \text{ Kg}$$

Nos vamos a (1):

$$m \cdot g + T = m \cdot V^2 / R$$

$$0,3 \cdot 9,81 + 8 = 0,3 \cdot V^2 / 0,75$$

$$2,20 + 6 = 0,3 V^2 \quad ; \quad 8,20 = 0,3 V^2 \quad ; \quad V = (8,20 / 0,3)^{1/2}$$

$$V = 5,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

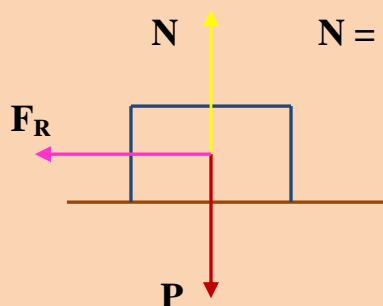
En lo referente a la velocidad angular:

$$V = \omega \cdot R \quad ; \quad \omega = V / R \quad ; \quad \omega = 5,23 / 0,75 = 6,97 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

**16.-** Por una carretera horizontal sin peraltar circula un vehículo de 7000 Kg y describe una curva de radio 75 m a una velocidad de 60 Km/h. El coeficiente de rozamiento vale 0,3. ¿Derrapará el coche en la curva? Si la pregunta es afirmativa, para que no exista derrape se peralta la curva un ángulo de 25°. ¿Arreglamos el problema o seguimos con el mismo peligro?.

**Resolución:**

Al describir la curva, el coche está sometido a tres fuerzas.



$N = P \rightarrow$  Se anulan mutuamente

La única fuerza en dirección radial es la  $F_R$  y por lo tanto se cumple:

$$F_R = F_c$$

$$\mu \cdot N = m \cdot V^2 / R$$

$$\mu \cdot P = m \cdot V^2 / R \quad ; \quad \mu \cdot m \cdot g = m \cdot V^2 / R \quad ; \quad V = (\mu \cdot g \cdot R)^{1/2}$$

$$V = (0,3 \cdot 9,81 \cdot 75)^{1/2} = 14,85 \text{ m/s ( V. permitida)}$$

Como el coche circula a 60 Km/h:

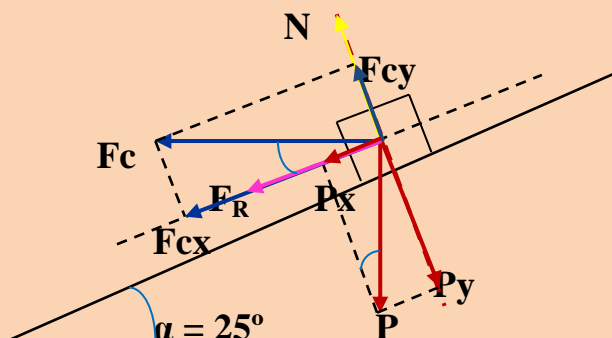
$$60 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 16,7 \text{ m/s}$$

**Existirá** derrape puesto que describe la curva a una velocidad superior a 14,85 m/s.

*Si peraltamos:*

El diagrama de fuerzas es:

La fuerza de rozamiento se opone al derrape y tendrá sentido descendente.



Para que el vehículo no derrape se debe cumplir:

Buscamos el valor de la velocidad con la cual se describiría la curva:

$$P_x + F_R = F_{cx}$$

$$P \operatorname{sen} 25^\circ + \mu \cdot N = F_c \cdot \cos 25^\circ$$

En el eje OY se cumple:

$$N + F_{cy} = P_y ; N = P_y - F_{cy}$$

$$m \cdot g \cdot \operatorname{sen} 25^\circ + \mu \cdot (P_y - F_{cy}) = m \cdot V^2 / R \cdot \cos 25^\circ$$

$$m \cdot g \operatorname{sen} 25^\circ + \mu (P \cdot \cos 25^\circ - F_c \operatorname{sen} 25^\circ) = m \cdot V^2 / R \cdot \cos 25^\circ$$

$$m \cdot g \cdot \operatorname{sen} 25^\circ + \mu (m \cdot g \cdot \cos 25^\circ - m \cdot V^2 / R \cdot \operatorname{sen} 25^\circ) =$$

$$= m \cdot V^2 / R \cdot \cos 25^\circ$$

$$7000 \cdot 9,81 \cdot 0,42 + 0,3 \cdot (7000 \cdot 9,81 \cdot 0,9 - 7000 \cdot V^2 / 75 \cdot 0,42) =$$

$$= 7000 \cdot V^2 / 75 \cdot 0,9$$

$$28841,4 + 18540,9 - 11,76 V^2 = 84 V^2$$

$$47382,3 = 95,76 V^2 \quad ; \quad V = (47382,3 / 95,76)^{1/2} = 22,24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El vehículo *sigue derrapando* puesto que describe la curva a una velocidad superior a  $14,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

----- O -----